

RENÉ DUFRESNE

***RISQUE ET RENDEMENT
OU
LES FACTEURS DÉTERMINANT LA PRIME DE RISQUE
DES ACTIFS FINANCIERS AU CANADA***

Mémoire
présenté
à la Faculté des études supérieures
de l'Université Laval
pour l'obtention
du grade de maître ès arts (M.A.)

Département d'économie
FACULTÉ DES SCIENCES SOCIALES
UNIVERSITÉ LAVAL

MARS 2001



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file *Votre référence*

Our file *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-57860-7

Canada

RÉSUMÉ

L'évolution en montagne russe des rendements boursiers est un phénomène très difficile à prévoir. S'il est raisonnable de croire que cette évolution est conditionnée par des facteurs économiques, il n'est pas facile de déterminer lesquels. Dans cette étude nous avons utilisé l'approche de l'APT pour tenter de cerner les facteurs de risque pertinents à l'établissement des rendements des actifs boursiers au Canada. Après avoir déterminé ces facteurs, nous avons évalué quelles sont les primes en terme de rendement excédentaire qui sont octroyées par ces facteurs. La conclusion la plus importante qui peut être tirée de cette analyse est que les primes de risque associées aux principaux facteurs ne sont pas constantes à travers les années et surtout qu'elles ne semblent plus aussi importantes depuis une période plus récente. En fait notre analyse a révélé que les primes de risque associées au rendement du marché boursier et au taux sans risque étaient significativement différentes de zéro pour la période (1976:4 à 1987:4), alors que pour la période (1988:1 à 1999:1) elles ne sont plus significatives.

AVANT-PROPOS

Bon, bien c'est terminé. Je n'ai rien d'un écrivain, alors ça va être bref mais fort sincère.

Merci beaucoup madame Lucie de m'avoir dans un premier temps accepté au programme de maîtrise en économie et par la suite de m'avoir conseillé et dirigé tant d'un point de vue académique que professionnel. Vous avez été, madame Lucie, d'une très grande patience et générosité à mon égard et je vous en remercie de tout cœur.

Je remercie aussi mes deux amours, Justine et Rosalie, qui ont toutes deux contribué très largement à la réussite de ce mémoire et de ma maîtrise, en allongeant considérablement mon temps d'étude et ce tard dans la nuit.

Mais surtout, merci à la femme de ma vie, Thalie, d'avoir accepté que je fasse cette folie de retourner à l'école et de m'avoir supporté dans ce périple. C'est la deuxième fois que tu le fais; la première fois au bacc, la seconde fois ici pour la maîtrise. Est-tu prête pour une troisième fois, le doctorat...

C'est assez, on est samedi 30 septembre 2000, il est 11 heures 18 minutes et j'ai une tonne de travail sur mon bureau que je dois terminer pour lundi matin.

Ça me fait penser, merci Simon.

Table des Matières

	Page
RÉSUMÉ.....	i
AVANT-PROPOS.....	ii
TABLE DES MATIÈRES.....	iii
LISTE DES TABLEAUX ET DES DIAGRAMMES.....	iv
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I : PROBLÉMATIQUE ET REVUE DE LA LITTÉRATURE.....	3
I.1 La relation risque/rendement.....	3
I.2 Le CAPM.....	6
I.3 Le CAPM de Consommation.....	10
I.4 « Arbitrage Pricing Theory » (APT).....	14
I.4.i Une démonstration intuitive de l'APT.....	15
I.4.ii Une démonstration formelle de l'APT.....	18
CHAPITRE II : SPÉCIFICATION EMPIRIQUE.....	24
II.1 Le modèle.....	24
II.2 Les données.....	27
CHAPITRE III : ESTIMATION DES PRIMES DE RISQUE ET ANALYSE DES RÉSULTATS.....	30
CONCLUSION.....	39
BIBLIOGRAPHIE.....	41

Liste des Tableaux et des Diagrammes

	Page
DIAGRAMME 1 : Relation risque/rendement.....	4
DIAGRAMME 2 : La frontière efficiente de Markowitz.....	5
DIAGRAMME 3 : Représentation graphique du CAPM.....	6
DIAGRAMME 3.1 : L'efficience du marché selon le CAPM.....	8
DIAGRAMME 4 : Représentation graphique de l'APT.....	15
TABLEAU 1 : Définitions des variables.....	25
TABLEAU 2 : Statistiques descriptives.....	29
TABLEAU 3 : Estimation des bêtas.....	32
TABLEAU 4 : Les primes de risque.....	36

Introduction

Tous les soirs, au bulletin de nouvelles, on nous renseigne sur l'évolution des cours de la bourse. Certains soirs nous assistons à des chutes dramatiques des indices boursiers et d'autres soirs à des hausses importantes. Cette évolution en montagne russe du rendement des titres boursiers engendre une forte incertitude à l'égard du revenu réel que l'on obtiendra en investissant dans ces actifs.

Mais les actifs boursiers ne sont pas les seuls véhicules de placement disponibles. Du titre sans risque offrant une espérance de rendement peu élevé aux obligations de pacotilles¹ promettant des rendements exceptionnels et des risques de défaut de paiement tout aussi exceptionnels, l'éventail de possibilités d'investissement en terme de relation risque rendement est presque infini.

Ainsi, pour accepter d'investir dans un actif dont les revenus sont incertains, l'épargnant exigera d'être compensé pour assumer ce risque. Mais quels sont les facteurs de risque qui doivent être récompensés ? Pour un facteur de risque donné, quelle est la prime de risque accordée par ce facteur ? Cette prime de risque est-elle identique pour tous les facteurs de risque ? Est-elle stable à travers les années ? Les différents véhicules de placement récompensent-ils les mêmes facteurs de risque et ce de la même façon ?

Toute une littérature se consacre à répondre à ces interrogations. Plusieurs modèles tentent d'expliquer quels sont les facteurs de risque entourant les actifs financiers et comment ils récompensent les investisseurs qui les assument. Nous allons présenter plus loin les trois approches qui nous semblent les plus pertinentes. En premier lieu une discussion du CAPM (Capital Asset Pricing Model) proposé par Sharpe (1964) et Lintner (1965) sera introduite. Ce modèle relie la prime de risque d'un actif à son « bêta » ou sa covariance avec le rendement offert par le portefeuille de marché. Suivra une présentation du CAPM de consommation (C-CAPM) proposé par Lucas (1978) et Breeden (1979). Cette approche met plutôt l'emphase

¹ Communément appelés junk bonds, ces titres obligataires très risqués n'offrent aucune garantie à leur détenteur.

sur le risque de consommation pour expliquer les rendements excédentaires. En dernier lieu, l'APT (Arbitrage Pricing Theory) proposé par Ross (1976) sera aussi présenté. Ce modèle implique qu'il est possible de relier systématiquement le rendement attendu d'un actif au cours d'une période à un ou plusieurs facteurs connus en début de période.

Dans cette étude nous nous inspirons plus particulièrement de l'APT, puisque nous tentons de cerner les facteurs de risque pertinents à l'établissement des rendements des actifs boursiers au Canada. Après avoir déterminé les facteurs de risque pertinents, nous évaluons quelles sont les primes en terme de rendement excédentaire qui sont octroyées par ces facteurs. Par la suite, nous estimons comment les différents actifs boursiers réagissent à ces facteurs de risque et s'ils réagissent de la même façon à travers les années.

Pour ce faire, nous puisons dans la littérature afin de trouver les facteurs de risque qui, à priori, sont susceptibles d'après les modèles théoriques (CAPM et C-CAPM) de fournir des primes de risque sur les actifs boursiers. Ce ne sont toutefois pas les seuls facteurs que nous avons testés. Certaines variables, moins appuyées théoriquement mais qui peuvent, selon la littérature financière, affecter le rendement des titres boursiers, ont aussi été incorporées au modèle afin de valider leur pertinence dans la détermination de ces rendements. La conclusion la plus importante qui peut être tirée de cette analyse est que la prime de risque associée au marché boursier n'est pas constante à travers les années; et surtout qu'elle n'est plus significativement différente de zéro depuis une période plus récente.

Ainsi, dans le chapitre I vous trouverez une revue de la littérature des principaux modèles permettant d'établir une relation entre le rendement d'un actif boursier et certains facteurs explicatifs de ce rendement. Dans le chapitre II nous allons établir dans un premier temps le modèle empirique que nous avons choisi; dans un deuxième temps nous allons présenter les données utilisées, pour enfin dans le chapitre III discuter des résultats obtenus. Suivra donc la conclusion dans laquelle nous allons tirer les principales conclusions de cet ouvrage.

Chapitre I

Problématique et Revue de la Littérature

Dans cette section nous allons présenter ce que nous considérons être les principales approches reliées à la détermination des primes de risque. Notre survol de la littérature portera donc sur les modèles suivants :

1. Le CAPM proposé par Sharpe (1964) et Lintner (1965), lequel relie la prime de risque d'un actif à la covariance entre le rendement de cet actif et celui du portefeuille de marché;
2. Le CAPM de consommation (C-CAPM) proposé par Lucas (1978) et Breeden (1979), lequel relie la prime de risque d'un actif à la covariance avec le taux marginal de substitution inter temporelle (TMSI);
3. L'APT proposé par Ross (1976), lequel précise que le rendement d'un actif peut être relié à un certain nombre de facteurs observables et à un terme aléatoire non prévisible.

I.1 La relation risque/rendement

Il est impossible de parler de rendement sur des actifs financiers sans discuter du risque relié à ces rendements. Mais comment pouvons-nous définir ce risque ? Cette section se veut une esquisse de réponse à cette question. Pour ce faire nous allons faire un survol de la littérature traitant des mesures de risque liées au rendement des actifs financiers et des facteurs explicatifs de ces rendements.

Commençons par définir le risque sur le rendement d'un titre en utilisant une des plus vieilles mesures à cet effet, soit celle proposée par Markowitz (1959). Cette mesure évalue le risque d'un titre par la variance de son rendement, c'est à dire :

$$E\left[\left(R_i - E[R_i]\right)^2\right] = \text{Var}(R_i)$$

où R_i est le rendement obtenu en détenant le titre i .

Si nous traçons un diagramme en plaçant la variance du rendement d'un titre en abscisse et l'espérance du rendement de ce même titre en ordonnée, nous obtenons une relation risque/rendement pour tous les titres risqués, c'est à dire ceux pour lesquels le rendement est incertain. En fait, nous obtenons un diagramme comme le suivant :

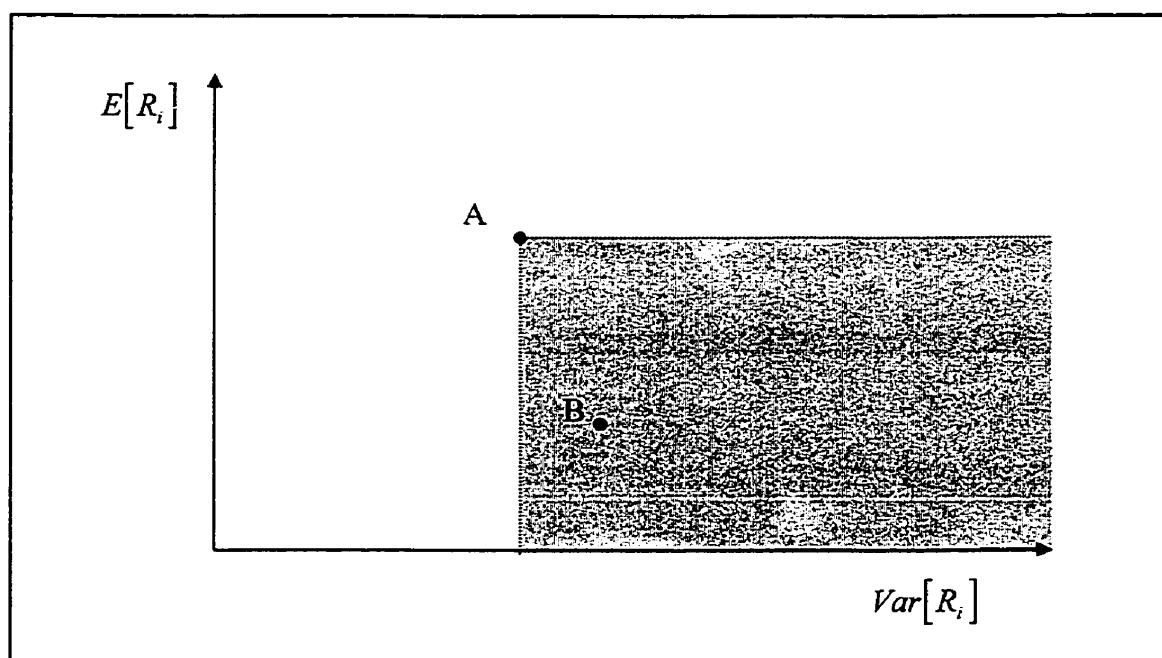


Diagramme 1 : Relation risque/rendement

Dans ce type d'analyse, un investisseur averse au risque préférera pour un niveau de risque donné, le titre ayant la plus grande espérance de rendement. De plus, à espérances de rendement égales, l'investisseur va préférer le titre ayant le moins de risque, c'est à dire dans ce cas, celui démontrant la plus petite variance sur son rendement.

Ainsi, si nous nous référons au diagramme 1, le titre A est strictement préféré au titre B. De surcroît, le titre A est strictement préféré à tous les titres situés à l'intérieur de la partie ombragée du diagramme. En suivant ce raisonnement, nous pouvons établir une frontière composée de tous les titres qui ne sont pas strictement dominés, tel qu'illustré au diagramme 2.

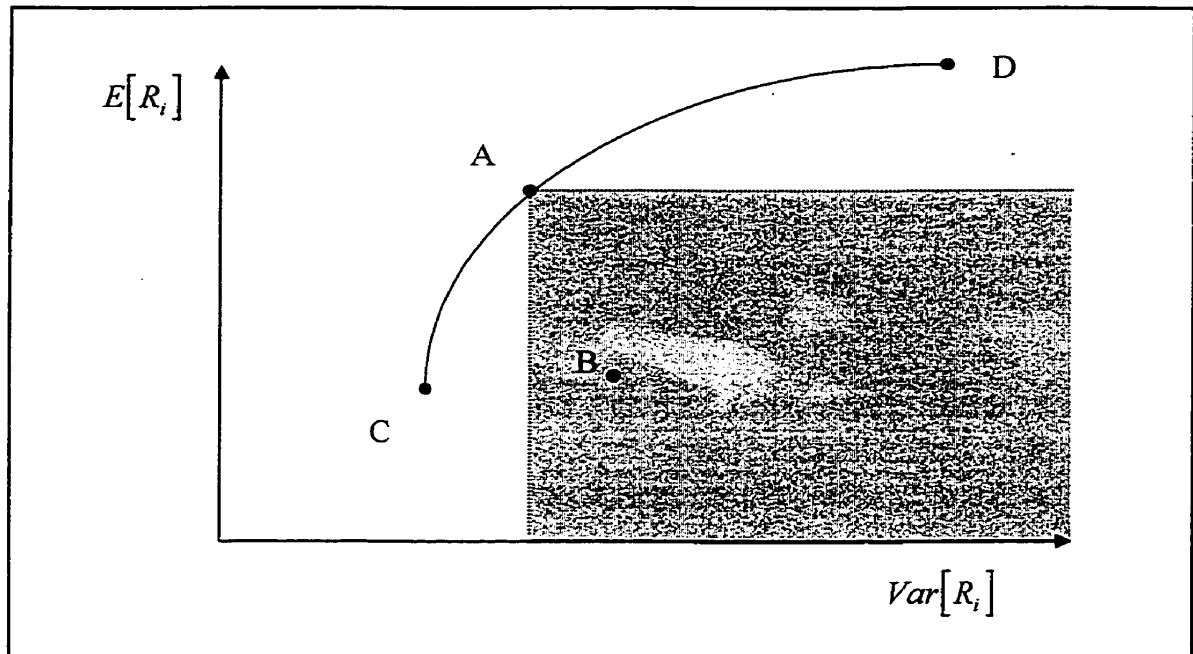


Diagramme 2 : La frontière efficiente de Markowitz

Cette frontière s'étend du point C au point D en passant par le point A, et nous l'appelons frontière efficiente de Markowitz.

I.2 Le CAPM

S'il existe un titre dont le rendement à échéance est garanti et dont la variance est nulle, nous pouvons l'introduire dans le diagramme 2. L'introduction d'un tel titre sans risque et d'une série d'hypothèses concernant le comportement des marchés financiers et des investisseurs nous amène au Capital Asset Pricing Model (CAPM), modèle développé par Sharpe (1964) et Lintner (1965), lequel suggère une autre façon de qualifier le risque d'un actif financier.

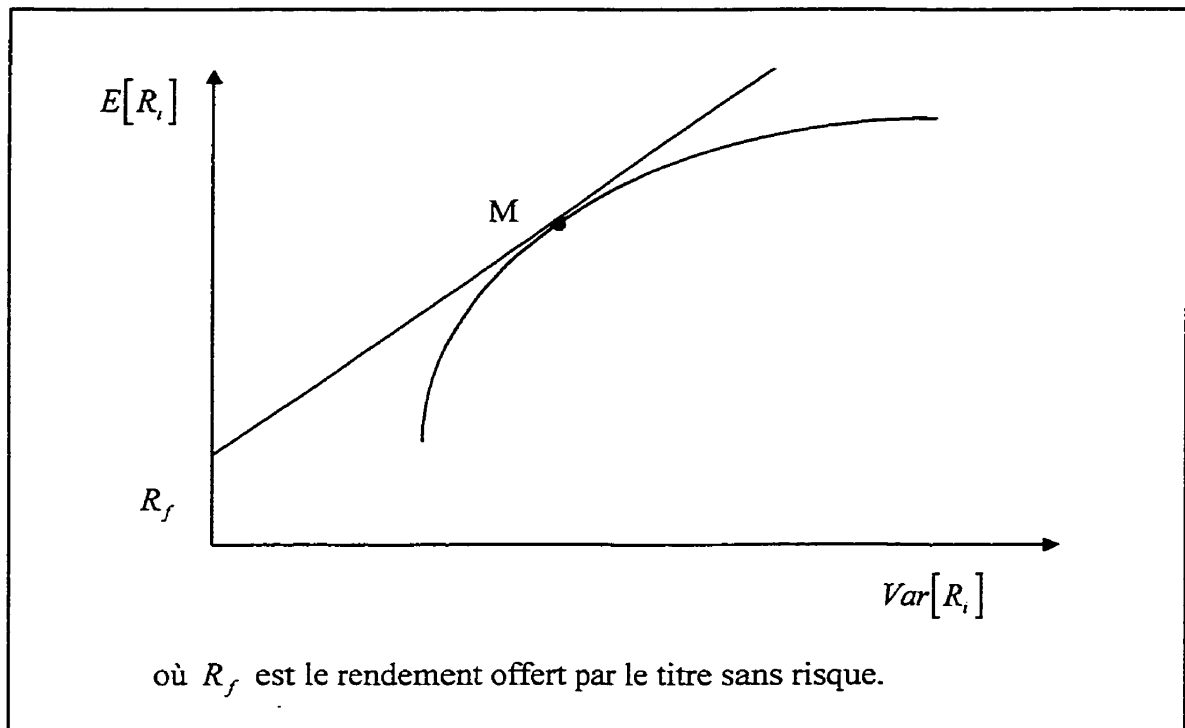


Diagramme 3 : Représentation graphique du CAPM

La démonstration du résultat du CAPM que nous ferons ici est plutôt intuitive². Si nous portons attention au diagramme 3, nous constatons qu'à l'équilibre tous les investisseurs vont détenir deux actifs, soit le titre sans risque et le titre risqué M. Seule la proportion de l'un et l'autre des titres dans le portefeuille des investisseurs va changer en fonction de leurs préférences. Par conséquent, à l'équilibre, le titre risqué M est un portefeuille d'actifs contenant tous les titres risqués que l'on puisse retrouver sur les marchés financiers³. Nous allons dorénavant appeler le titre M, portefeuille de marché. Le rendement du portefeuille de marché (R_m) se définit comme suit :

$$R_m = \sum_{i=1}^n X_i R_i \quad \text{où} \quad R_i = \text{Rendement sur le titre } i$$

$$X_i = \text{Proportion de l'actif } i \text{ dans le portefeuille de marché}^4$$

De plus la variance du rendement sur le portefeuille de marché s'établit de la façon suivante :

$$\text{Var}(R_m) = \sum_{i=1}^n X_i^2 \text{Var}(R_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} X_i X_j \text{Cov}(R_i, R_j) \quad (1)$$

Le portefeuille de marché étant composé de tous les actifs risqués, chacun des titres occupent un faible pourcentage du portefeuille de marché. Par conséquent, on peut facilement démontrer que dans le cadre d'un portefeuille contenant plusieurs titres, la variance propre à un titre n'influence pas la variance du portefeuille, mais c'est plutôt la covariance de ce titre avec les autres titres contenu dans le portefeuille qui est pertinente, ou plus simplement, la covariance du titre avec le portefeuille de marché⁵. C'est cette seule partie du risque d'un titre qui sera pris en compte par le marché dans la détermination du rendement du titre. La variance du titre étant un risque que l'on peut éliminer en diversifiant le portefeuille d'actifs, le marché n'en tiendra pas compte dans la détermination du rendement à accorder sur ce dernier. De

² Pour une démonstration plus rigoureuse, se référer au modèle de Sharpe (1964) ou de Lintner (1965).

³ On inclut dans le portefeuille M, en plus des titres boursiers, tous les actifs tels que les œuvres d'art, les pièces de collection, etc.

⁴ En fait X_i est égale à la proportion que l'actif i occupe sur tous les marchés financiers confondus.

⁵ Ici il faut voir le titre i comme un nouvel actif arrivant sur le marché.

cette façon, nous obtenons une nouvelle mesure de risque sur le rendement d'un actif i , remplaçant celle proposée par Markowitz, soit :

$$\text{Cov}(R_i, R_m)$$

Si nous normalisons cette mesure de façon à obtenir un niveau de risque pour le portefeuille de marché qui soit égal à 1, la mesure de risque du titre i devient :

$$\frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)}$$

En reprenant le diagramme 3 et en changeant la mesure de risque $\text{Var}(R_i)$ par la nouvelle mesure $\frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)}$ nous obtenons le diagramme 3.1.

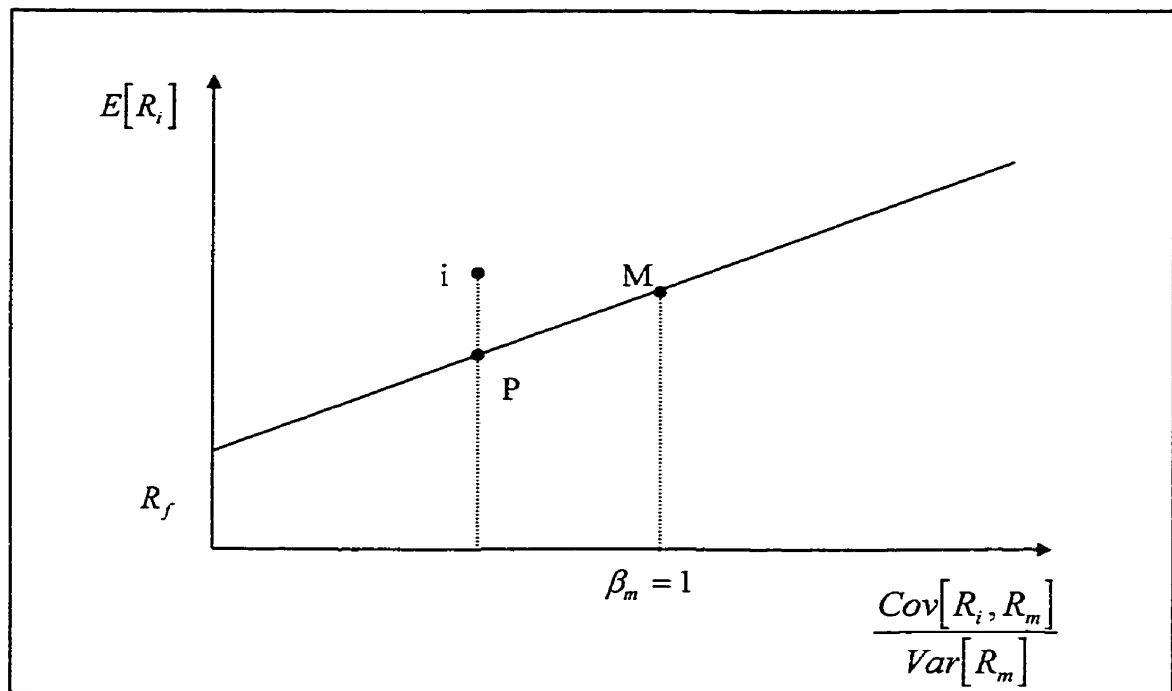


Diagramme 3.1 : L'efficacité du marché selon le CAPM

Comme indiqué précédemment, tous les agents détiennent deux actifs, soit le titre sans risque et le portefeuille de marché. De cette façon en variant les proportions de ces deux actifs dans le portefeuille total, on peut varier le niveau de risque et le rendement espéré, et ce linéairement, tel qu'illustré dans le diagramme 3.1. Ceci nous indique, qu'à l'équilibre tous les titres doivent avoir une relation risque/rendement se situant sur la droite décrite sur le diagramme 3.1. Si ce n'était pas le cas, prenons par exemple le point i , un investisseur pourrait vendre le portefeuille P composé du titre sans risque et du portefeuille de marché pour financer l'achat du titre i et ainsi obtenir un rendement supérieur. Dans ce cas une pression d'achat s'exercera sur le titre i et fera grimper son prix jusqu'au niveau nécessaire pour faire en sorte que son rendement espéré diminue assez pour égaliser celui du portefeuille P .

Ainsi à l'équilibre, pour tous les titres nous avons :

$$E(R_i) = R_f + \left[E(R_m - R_f) \right] \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \quad (2)$$

En définissant

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}$$

L'équation (2) devient :

$$\begin{aligned} E(R_i) &= R_f + \beta_i [E(R_m) - R_f] \quad \text{ou} \\ E(R_i) - R_f &= \beta_i [E(R_m) - R_f] \end{aligned} \quad (3)$$

Ce qui est le résultat du CAPM.

Ce résultat nous dit que si le rendement sur le titre i covarie positivement avec le rendement du marché, ce titre offrira une prime de risque $(E(R_i) - R_f)$ qui sera positive. À l'inverse, si R_i covarie négativement avec R_m , la prime de risque accordée par le titre i sera négative.

Intuitivement nous pouvons interpréter ce résultat comme suit :

Une covariance négative entre R_i et R_m , implique que lorsque le rendement boursier est à la baisse, le rendement du titre i est à la hausse. L'actif i a par conséquent un effet stabilisateur sur le rendement du portefeuille de marché, ce qui accroît la demande pour ce titre. La demande étant forte, le prix est élevé ce qui engendre un rendement faible. L'inverse est aussi vrai. Si le bêta de l'actif i (β_i) est positif, c'est qu'il varie dans le même sens que le rendement du marché, contribuant à la volatilité du rendement du portefeuille total. Pour cette raison, le marché va compenser cette volatilité par une prime de risque positive.

En somme, le CAPM stipule qu'il existe un facteur explicatif du rendement d'un actif financier, que ce facteur est le rendement du marché, et que la prime de risque accordée par cet actif est fonction de la covariance du rendement de l'actif avec le rendement du marché. De plus, il conclut que seuls les facteurs fondamentaux contribuent à la détermination du rendement et que les facteurs propres aux titres ou à l'entreprise n'ont pas d'effet explicatif car ce sont des effets diversifiables⁶.

I.3 Le CAPM de Consommation

Dans le modèle du CAPM, la décision d'épargne se fait séparément de la décision d'investissement. Si on combine ces deux décisions dans un modèle où elles se prennent simultanément nous arrivons au modèle développé conjointement par Lucas (1978) et Breeden (1979), lequel propose une façon alternative d'établir le risque de rendement lié à la détention d'un actif financier. Dans leur analyse, ils utilisent un agent type qui, à chaque période, fait ses choix d'investissement et de consommation dans le but de maximiser son utilité espérée sur un horizon de planification infini. Pour ce faire, à chaque période, l'agent a la possibilité d'investir dans deux catégories d'actifs financiers. La première est composée d'un actif sans risque dont le rendement à la fin de la période est connu en début de période. La seconde catégorie englobe une multitude d'actifs financiers risqués, pour lesquels le rendement réalisé

⁶ En fait, tous les modèles suivants le CAPM tentent de trouver d'autres facteurs fondamentaux pouvant expliquer les rendements des actifs financiers, les facteurs idiosyncratiques étant là aussi considérés comme diversifiables.

à la fin de la période est incertain. Dans le but de maximiser son utilité, l'agent devra choisir simultanément à chaque période, les quantités de chacun des actifs financiers qu'il désire posséder et du niveau de consommation qui le satisfait. Cela nécessite de solutionner le problème de maximisation suivant :

$$\underset{z_t^j, b_t, c_t}{MAX} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t) \right] \quad 0 < \beta < 1$$

sous contrainte que :

$$c_t + \sum_{j=1}^J q_t^j z_{t+1}^j + q_t^f b_{t+1} \leq \sum_{j=1}^J (D_t^j + q_t^j) z_t^j + b_t \quad t = 0, 1, \dots, \infty$$

Où $E_0[\cdot]$ est l'opérateur d'espérance conditionnelle à l'information disponible à $t = 0$

$U(\cdot)$ est la fonction d'utilité de l'agent type

$$\beta = \frac{1}{1 + \rho} \quad \text{où } \rho = \text{taux d'intérêt psychologique}$$

c_t est la consommation à la période t

q_t^j est le prix de l'actif risqué j à la période t

z_t^j est la quantité de l'actif risqué j détenu à la période t

q_t^f est le prix à la période t d'une obligation garantissant le remboursement d'une unité de consommation à la période $t+1$

b_t est la quantité d'obligations détenues par l'agent à la période t

D_t^j est le montant de dividendes versé par l'actif financier j à la période t

La solution de ce problème de maximisation nous amène à satisfaire les conditions d'Euler suivantes et ce pour chacune des périodes :

$$U'(t)q_t^j = E_t \left[\beta U'(t+1) (D_{t+1}^j + q_{t+1}^j) \right] \quad j = 1, \dots, J \quad (4)$$

$$U'(t)q_t^f = E_t \left[\beta U'(t+1) \right] \quad (5)$$

Intuitivement, cela nous indique que le coût d'acheter une unité additionnelle d'un actif risqué j en terme de perte d'utilité marginale au temps t , est compensée par l'utilité marginale actualisée au temps t que procure au temps $t+1$, une consommation équivalente à la valeur de l'actif j au temps $t+1$, plus les dividendes perçus à la même période. Pareillement, le coût marginal en terme de perte d'utilité, d'investir une somme q_t^f en obligation au temps t est égale au bénéfice marginal actualisé au temps t , d'obtenir une unité de consommation supplémentaire au temps $t+1$.

Si on utilise une fonction d'utilité de type iso-élastique, nous pouvons démontrer que la combinaison des équations (4) et (5) mène à l'équation suivante :

$$E_t [R_{t+1}^j - R_{t+1}^f] = \frac{-Cov \left[\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma}, (R_{t+1}^j - R_{t+1}^f) \right]}{E_t \left[\left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \right]} \quad (6)$$

laquelle est équivalente à :

$$E_t [R_{t+1}^j - R_{t+1}^f] = \frac{-Cov [U'(c_{t+1}), (R_{t+1}^j - R_{t+1}^f)]}{E_t [U'(c_{t+1})]} \quad (7)$$

L'équation (6) nous indique un nouveau facteur explicatif du rendement d'un actif financier et une nouvelle mesure de risque reliée à son rendement soit la croissance de la consommation et la covariance entre cette croissance et le rendement excédentaire du titre j ⁷.

Ainsi, si la covariance entre le rendement du titre j et la croissance de la consommation est positive alors la prime de risque accordée par l'actif financier j sera positive. À l'inverse si cette covariance est négative, la prime de risque sera négative.

⁷ Pour un résultat plus complet se référer au modèle de Lucas (1978) ou de Breeden (1979).

Ce résultat, qu'on appelle le CAPM de consommation, s'interprète plus facilement si on utilise l'équation (7). Une covariance positive entre l'utilité marginale de la consommation et le rendement d'un titre, implique que l'actif financier a un rendement supérieur lorsque l'utilité marginale de la consommation est élevée, c'est à dire lorsque la consommation est faible. Ce genre de titre procure un effet stabilisateur sur la consommation de l'agent. Par conséquent, les investisseurs sont prêts à sacrifier sur le rendement pour détenir un tel titre. Inversement, si le titre offre un bon rendement quand le niveau de consommation est élevé et un mauvais rendement lorsque ce dernier est faible, cet actif financier accroît la volatilité de la consommation de l'agent et il exigera une prime de risque positive pour accepter de le détenir dans son portefeuille.

En somme, le modèle de Lucas (1978) et Breeden (1979), conclut que la prime de risque accordée par un titre reflète l'apport de ce dernier dans le risque de consommation.

I.4 « Arbitrage Pricing Theory » (APT)

L'APT est une approche différente pour déterminer les prix des actifs. Développé par Ross (1976), elle est basée sur l'hypothèse que toutes les opportunités de profit sont exploitées, ce qui implique que deux biens identiques ne peuvent pas être vendus à des prix différents.

Le point de départ de l'APT est ce que l'on appelle un modèle multi-indices. Le modèle multi-indices suppose que le rendement excédentaire⁸ d'un titre est défini par une combinaison linéaire d'un ensemble d'indices du type suivant :

$$R_i = b_{i0} + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{iJ}I_J + e_i$$

- Où b_{i0} est l'espérance de rendement excédentaire sur le titre i si tous les indices ont une valeur négative
- I_j est la valeur du $j^{\text{ième}}$ indice
- b_{ij} est la sensibilité du rendement excédentaire du titre i au $j^{\text{ième}}$ indice ($j=1, \dots, J$)
- e_i est un terme d'erreur de moyenne nulle

En fait, la contribution de l'APT est de démontrer comment passer d'un modèle multi-indices à la description d'un équilibre de marché.

Pour le démontrer nous allons dans un premier temps construire une démonstration intuitive. Dans un second temps, une preuve rigoureuse sera faite puisque ce modèle est la base du travail réalisé dans cette étude.

⁸ Le rendement excédentaire d'un titre est la différence entre son rendement brut et le taux sans risque.

I.4.i Une démonstration intuitive de l'APT

Prenons comme point de départ un modèle à deux indices décrivant le rendement excédentaire d'un titre, soit :

$$R_i = b_{i0} + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + e_i$$

En prenant l'espérance de cette représentation nous obtenons :

$$E(R_i) = b_{i0} + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2$$

Nous savons par l'algèbre linéaire qu'avec une telle représentation l'ensemble des espérances de rendement sur les titres décrit un plan dans un espace à trois dimensions tel que décrit au diagramme 4, et que l'équation générale de ce plan est :

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2}$$

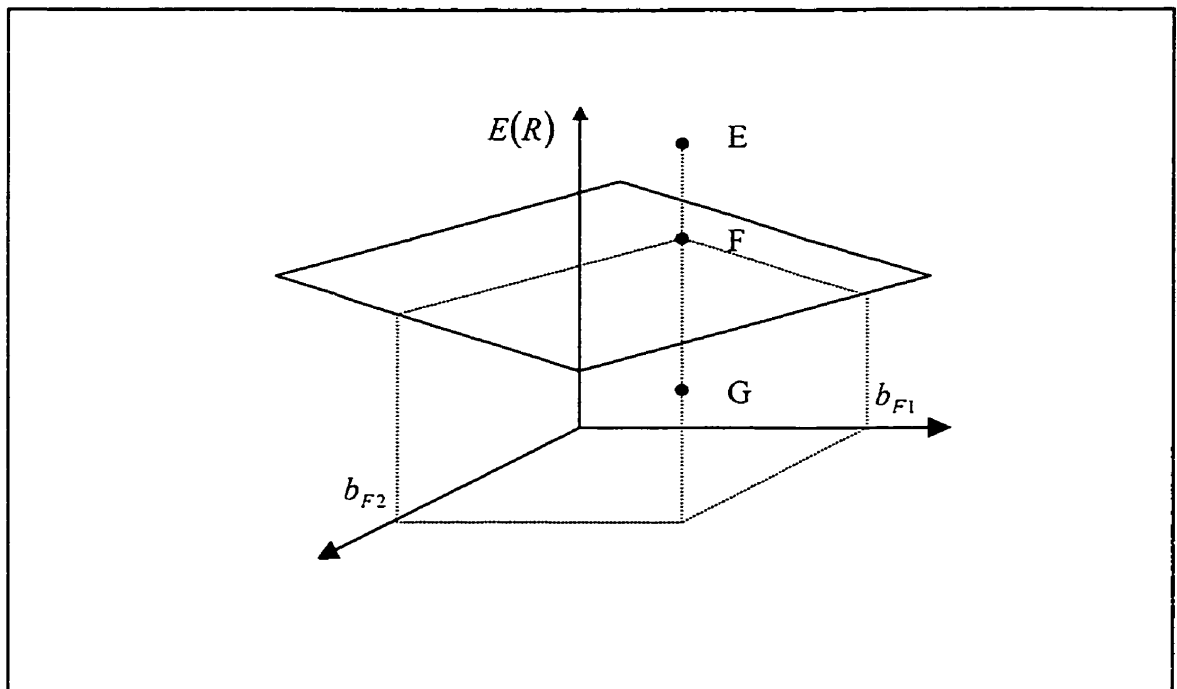


Diagramme 4 : Représentation graphique de l'APT

Dans une telle représentation le risque relié au rendement d'un titre est représenté par les b_{i1} et b_{i2} , c'est à dire la sensibilité du rendement du titre aux facteurs I_1 et I_2 . Ainsi, à l'équilibre, deux titres ou portefeuilles ayant le même risque ne peuvent pas être vendus à des prix différents et offrir des espérances de rendement différentes.

Par exemple, le titre E dans le diagramme 4 offre un rendement supérieur à celui du titre F et ce pour un même niveau de risque. Par conséquent, les arbitragistes ont intérêt à vendre le titre F pour acheter le titre E. Ceci aura pour effet de ramener le prix de ces deux titres à des niveaux tels que les rendements espérés de ces titres seront identiques. Un phénomène similaire s'effectue dans le cas du titre G. Dans ce cas les arbitragistes vont vendre le titre G pour acheter le titre F, jusqu'au moment où les prix respectifs feront en sorte que les rendements espérés des titres G et F seront identiques.

En conséquence, si l'espérance des rendements est décrite par la relation suivante :

$$E(R_i) = b_{i0} + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2$$

Alors à l'équilibre :

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2}$$

Ceci est le modèle d'équilibre produit par l'APT lorsque les rendements sont générés par un modèle à deux indices.

Il est à noter que les λ_j représentent l'augmentation de l'espérance de rendement pour une unité d'augmentation du b_{ij} correspondant. Ainsi, les λ_1 et λ_2 sont les primes de rendement offertes pour supporter les risques associés aux indices I_1 et I_2 respectivement.

L'analyse de cette section peut facilement être généralisée à un modèle de J indices pour lequel nous avons :

$$E(R_i) = b_{i0} + b_{i1}I_1 + b_{i2}I_2 + \dots + b_{iJ}I_J$$

Par un cheminement logique identique on peut montrer qu'à l'équilibre tous les titres et portefeuilles ont des espérances de rendement situées sur la frontière d'un hyperplan en J dimensions, tel que :

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1 b_{i1} + \dots + \lambda_J b_{iJ}$$

Où λ_0 est une constante commune à tous les titres pour la période t

λ_k est la prime de risque accordée à tous les actifs financiers par le facteur k

I.4.ii Une démonstration formelle de l'APT

Soit S_t un portefeuille au temps t :

$$S_t = [S_{1t}, \dots, S_{nt}]$$

Où S_{it} est la quantité de l'actif i détenu au temps t .

Soit $V_t(S_t)$ la valeur de S_t au temps t :

$$V_t(S_t) = \sum_{i=1}^n P_{it} S_{it}$$

Où P_{it} est le prix de l'actif i au temps t .

Soit $G_{t+1}(S_t)$ le gain du portefeuille S_t au temps t :

$$\begin{aligned} G_{t+1}(S_t) &= V_{t+1}(S_t) - V_t(S_t) \\ &= \sum_{i=1}^n P_{i,t+1} S_{it} - \sum_{i=1}^n P_{it} S_{it} \\ &= \sum_{i=1}^n S_{it} (P_{i,t+1} - P_{it}) \\ &= \sum_{i=1}^n S_{it} (P_{i,t+1} - P_{it}) \frac{P_{it}}{P_{it}} \\ &= \sum_{i=1}^n P_{it} S_{it} \left(\frac{P_{i,t+1} - P_{it}}{P_{it}} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n P_{it} S_{it} r_{i,t+1} \end{aligned}$$

Où $r_{i,t+1}$ est le rendement de l'actif i pour la période t à $t+1$.

Soit un portefeuille d'arbitrage $\eta_t = [\eta_{1t}, \dots, \eta_{nt}]$ tel que :

$$\begin{aligned} \text{Sans investissement} \quad & V_t(\eta_t) = 0 \\ \text{Sans risque :} \quad & \text{Var}(G_{t+1}(\eta_t)) = 0 \\ \text{Rendement nul :} \quad & V_{t+1}(\eta_t) - V_t(\eta_t) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Ces trois postulats forment les conditions nécessaires pour qu'il n'existe pas de possibilité d'arbitrage et qu'on se trouve à l'équilibre de marché. De ces postulats on peut tirer des conditions particulières :

$$\begin{aligned} V_t(\eta_t) &= 0 \\ \text{Implique que :} \quad V_t(\eta_t) &= \sum_{i=1}^n P_{it} \eta_{it} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{Var}(G_{t+1}(\eta_t)) = 0$$

$$\text{Implique que :} \quad \text{Var}\left(\sum_{i=1}^n P_{it} \eta_{it} r_{i,t+1}\right) = 0$$

$$\text{Mais par hypothèse :} \quad r_{i,t+1} = a_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} I_{k,t+1} + e_{i,t+1}$$

$$\text{Alors :} \quad \text{Var}\left(\sum_{i=1}^n P_{it} \eta_{it} \left(a_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} I_{k,t+1} + e_{i,t+1}\right)\right) = 0$$

$$\text{Var}\left(a \sum_{i=1}^n P_{it} \eta_{it} + \sum_{i=1}^n P_{it} \eta_{it} \sum_{k=1}^K b_{ik} I_{k,t+1} + \sum_{i=1}^n P_{it} \eta_{it} e_{i,t+1}\right) = 0$$

$$\text{Var}\left(\sum_{i=1}^n P_{it} \eta_{it} \sum_{k=1}^K b_{ik} I_{k,t+1} + \sum_{i=1}^n P_{it} \eta_{it} e_{i,t+1}\right) = 0$$

Cela est vrai si :

$$\sum_{i=1}^n P_u \eta_{it} \sum_{k=1}^K b_{ik} I_{k,t+1} + \sum_{i=1}^n P_u \eta_{it} e_{i,t+1} = 0$$

Ce qui est équivalent à dire si :

$$\sum_{i=1}^n P_u \eta_{it} b_{ik} = 0 \quad (10)$$

Et si :

$$\sum_{i=1}^n P_u \eta_{it} e_{i,t+1} = 0 \quad (11)$$

En résumé à l'équilibre pour tout portefeuille d'arbitrage $\eta_t = [\eta_{1t}, \dots, \eta_{nt}]$ nous avons :

$$V_{t+1}(\eta_t) - V_t(\eta_t) = \sum_{i=1}^n P_u \eta_{it} r_{i,t+1} = 0 \quad (8)$$

$$V_t(\eta_t) = \sum_{i=1}^n P_u \eta_{it} = 0 \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n P_u \eta_{it} b_{ik} = 0 \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n P_u \eta_{it} e_{i,t+1} = 0 \quad (11)$$

Il reste à démontrer que la proposition suivante est une situation d'équilibre, c'est à dire :

$$r_{i,t+1} = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} + e_{i,t+1} \text{ est une situation d'équilibre.}$$

Ainsi :

$$P_u \eta_u r_{u+1} = \lambda_0 P_u \eta_u + P_u \eta_u \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} + P_u \eta_u e_{u+1}$$

$$\sum_{i=1}^n P_u \eta_u r_{u+1} = \lambda_0 \sum_{i=1}^n P_u \eta_u + \sum_{i=1}^n P_u \eta_u \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} + \sum_{i=1}^n P_u \eta_u e_{u+1}$$

$$0 = 0 + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^n P_u \eta_u b_{ik} \lambda_k + 0$$

$$0 = 0 + 0 + 0$$

En conclusion :

Si :

$$r_i = a_i + \sum_{k=1}^K b_{ik} I_k + e_i$$

et :

$$a_i = r_f + b_{i0}$$

Alors :

$$r_i - r_f = R_i = b_{i0} + \sum_{k=1}^K b_{ik} I_k + e_i$$

$$E(R_i) = b_{i0} + \sum_{k=1}^K b_{ik} I_k$$

Et à l'équilibre :

$$r_i - r_f = R_i = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik} + e_i$$

$$E(R_i) = \lambda_0 + \sum_{k=1}^K \lambda_k b_{ik}$$

Ce qui est le résultat de l'APT.

Le modèle APT est un modèle très intéressant pour vérifier si des facteurs spécifiques peuvent expliquer le rendement des actifs financiers via les primes de risque qu'ils accordent. Par contre, il n'indique pas quels sont les facteurs explicatifs à utiliser.

Il est à remarquer cependant que le CAPM de Sharpe et Lintner est une forme particulière du modèle APT de Ross. En effet, le CAPM utilise un seul facteur explicatif soit le rendement du marché et la prime de risque qui s'en dégage est proportionnelle au rendement excédentaire du marché sur le taux sans risque. Par ailleurs, selon le C-CAPM, le facteur qui devrait avoir un prix non nul est le taux marginal de substitution inter temporelle (TMSI), ou son approximation, soit le taux de croissance de la consommation.

De plus, d'autres facteurs peuvent intervenir si on remarque la façon d'établir le prix⁹ d'équilibre d'un actif financier i , qui est la suivante :

$$P_i = E \left[\sum_{t=1}^{\infty} D_{it} (1 + s_t)^{-t} \right] \quad (12)$$

- Où
- P_i est le prix de l'actif financier i
 - D_{it} est le dividende versé par l'actif financier i à la période t
 - s_t est le taux d'intérêt appliqué à une obligation à coupon zéro dont la maturité est de t années (communément appelé taux d'intérêt spot)

Il s'ensuit que les facteurs fondamentaux pouvant influencer le prix des titres financiers sont notamment ceux qui modifient la structure temporelle des taux d'intérêt et les dividendes versés par les entreprises.

Il est important de rappeler que les facteurs explicatifs du rendement d'un actif financier sont des facteurs fondamentaux qui affectent tous les titres à des degrés divers. Les facteurs propres au titre ou à l'entreprise sont des facteurs négligeables car ils sont diversifiables dans

⁹ Établir le prix d'un actif, c'est aussi établir son rendement.

le cadre d'un portefeuille contenant plusieurs titres. D'autres facteurs économiques sont aussi utilisés, tels que le prix du mazout, le taux de chômage et le taux de change.

En plus de ces facteurs, la littérature entourant la détermination des rendements des actifs financiers regorge de facteurs ayant un fondement théorique moins étoffé, mais qui empiriquement donne parfois, selon les études, des résultats intéressants.

Une source importante de tels facteurs explicatifs utilisés dans les études empiriques est l'ensemble des ratios financiers calculés à partir des données financières des entreprises. Dans ce domaine on retrouve notamment le rapport dividende / prix. La structure à terme des taux d'intérêt et une mesure du taux d'intérêt réel viennent s'ajouter généralement à ces ratios financiers.

Chapitre II

Spécification Empirique

II.1 Le Modèle

Le nombre de facteurs pouvant influencer les primes de risque étant très grand, nous allons par conséquent nous limiter aux facteurs qui nous semble, a priori, les plus pertinents pour prédire les taux de rendement des actifs financiers et vérifier empiriquement leur pertinence à ce sujet. Il aurait été préférable de ne pas nous limiter a priori dans le nombre de facteurs à utiliser, mais des contraintes en terme de nombre d'observations nous obligent à nous limiter à un nombre restreint de facteurs simultanés. Les facteurs que nous allons considérer sont résumés dans le Tableau 1 ainsi que la définition du rendement sur l'actif i .

Les deux premières variables découlent des modèles CAPM et CAPM de consommation, tandis que les autres ont été tirées de la littérature financière. Ces variables ont déjà été utilisées, soit isolément ou en diverses combinaisons, dans des études empiriques portant sur les primes de risque. Nous discuterons de certaines de ces études plus loin en même temps que nous présenterons les résultats de notre propre analyse.

Tableau 1 : Définitions des variables

Variables économiques et financières

Symbole	Définition	Source
R_i	Rendements excédentaires de 21 titres compris dans le TSE35. Le rendement trimestriel annualisé est obtenu de la façon suivante à partir des rendements mensuels : $[(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)-1]*4$. Le taux sans risque annualisé est ensuite soustrait pour obtenir un rendement excédentaire.	Western's Securities tape
$R_{m,t}$	Rendement du marché boursier canadien calculé à partir de l'indice TSE300. Indices mensuels en date du dernier jour ouvrable du mois. Les rendements trimestriels annualisés, sont obtenus en calculant le taux de croissance entre les indices du dernier mois des trimestres consécutifs, de la façon suivante : $[(P_t/P_{t-1})-1]*4$. À cette valeur on ajoute le rendement sous forme de dividendes. Le taux sans risque est soustrait pour obtenir un rendement excédentaire.	Bloomberg TSE300 (Px last)
$\Delta C_t = \left(\frac{c_t}{c_{t-1}} \right)$	Taux de croissance de la consommation au Canada (plus 1). La consommation utilisée est la somme des dépenses personnelles en biens non durables et en services. Dépenses, par trimestres, en millions de dollars de 1992, données désaisonnalisées au taux annuel.	Cansim : Matrice 6522; Séries D14845 et D14846
ΔST	Écart de taux prévalant entre un taux sur une obligation du gouvernement de 10 ans et plus et le rendement sur les bons du trésor à 3 mois. Données mensuelles annualisées des taux effectifs à la fin du mois sur des titres du gouvernement canadien. La donnée trimestrielle est obtenue en utilisant l'écart entre les deux taux du dernier mois du trimestre.	Cansim : Matrice 2560; Séries B14007 et B14013
r_t	Taux réel des bons du trésor à 3 mois. Données mensuelles annualisées effectives à la fin du mois. La donnée trimestrielle est obtenue en utilisant le taux du dernier mois du trimestre. Lequel est réduit de l'inflation. Pour ce faire nous avons l'IPC mensuel, non désaisonné, avec 1992=100. La donnée trimestrielle de l'inflation est obtenue de façon similaire à celle utilisée pour le rendement du marché.	Cansim : Matrice 2560; Série B14007 et Matrice 9940, Série P100000
RDP	Rendement sous forme de dividende de la bourse de Toronto (TSE300), données mensuelles annualisées. Le rendement trimestriel est obtenu en faisant la moyenne des données mensuelles.	Cansim : Matrice 2566; Série B4245
TC	Variation du taux de change durant un trimestre. Données mensuelles, du cours au comptant à midi-dollars EU en dollars canadiens, non désaisonnées. La donnée trimestrielle annualisée est obtenue de façon similaire à celle utilisée pour le rendement du marché.	Cansim : Matrice 926; Série B3400

Tout ces facteurs étant connus au temps t-1, nous allons les indiquer pour cette période et utiliser la relation suivante pour déterminer la capacité de ces facteurs à prédire les taux de rendement excédentaires réalisés au temps t ($R_{i,t}$) :

$$E_{t-1}(R_{i,t}) = a_{i,t} + b_{im,t}R_{m,t-1} + b_{ic,t}\Delta C_{t-1} + b_{ist,t}\Delta ST_{t-1} + b_{ir,t}r_{t-1} + b_{irdp,t}RDP_{t-1} + b_{itc,t}TC_{t-1} \quad (13)$$

Où $E_{t-1}(\cdot)$ est l'opérateur espérance, conditionnel à l'ensemble d'information connu au temps t-1

$a_{i,t}$ est une constante propre au titre i pour la période t

$b_{ik,t}$ est la mesure de sensibilité au facteur explicatif k de l'actif i pour la période t, calculée en fonction des informations connues au temps t-1

De cette façon nous allons obtenir la relation suivante sous forme de coupe transversale :

$$R_{i,t} = \Lambda_{0,t} + \hat{b}_{im,t}\Lambda_{Rm,t} + \hat{b}_{ic,t}\Lambda_{C,t} + \hat{b}_{ist,t}\Lambda_{ST,t} + \hat{b}_{ir,t}\Lambda_{r,t} + \hat{b}_{irdp,t}\Lambda_{RDP,t} + \hat{b}_{itc,t}\Lambda_{TC,t} + e_{i,t} \quad (14)$$

Où $\Lambda_{0,t}$ est une constante commune à tous les titres pour la période t

$\Lambda_{k,t}$ est la prime de risque accordée à tous les actifs financiers par le facteur k pour la période t

$e_{i,t}$ est un terme d'erreur propre au titre i pour la période t

Les $\hat{b}_{ik,t}$'s sont ceux estimés à partir de l'équation (13). Une équation semblable à (14) est postulée pour chaque période d'observation. Elles nous permettent de calculer la prime de risque associée à chacun des facteurs pour toute la période considérée. Ces primes de risque pourront donc varier dans le temps.

II.2 Les Données

La période d'échantillonnage s'étend de 1970:1 à 1999:1, soit environ trente ans, sous forme de données trimestrielles, ce qui représente cent dix-sept observations. Nous utilisons les données disponibles concernant les titres composant l'indice TSE35 de la bourse de Toronto. Parmi ces titres, seulement ceux présents sur toute la période d'échantillonnage sont retenus pour effectuer les analyses. Il reste donc vingt et une firmes satisfaisant à cette condition. De plus, tel que mentionné précédemment, afin de calculer le rendement excédentaire nous utilisons le rendement sur un bond du trésor de trois mois comme taux sans risque. Quelques statistiques descriptives concernant ces rendements excédentaires et les valeurs des facteurs explicatifs sont données dans le Tableau 2.

Ce tableau révèle que le rendement excédentaire moyen pour les vingt et une firmes considérées a été d'environ 5% sur une base annuelle entre le début des années soixante-dix et la fin des années quatre-vingt-dix. Seulement deux entreprises ont présenté un rendement légèrement inférieur au taux du bon du Trésor à trois mois pendant cette période. Cette croissance moyenne dans la valeur des titres retenus est supérieure à celle offerte par le TSE300 qui affiche un rendement excédentaire de 2.9% sur la même période. Cette performance supérieure peut s'expliquer en partie du moins par le « biais de survie » dans notre échantillon. En effet, toutes les entreprises choisies ont survécues pendant les trente dernières années, ce qui n'est pas le cas pour toutes les entreprises du TSE300.

Le rendement sous forme de dividendes a été de 3.4% annuellement en moyenne. L'écart-type associé à cette variable est très faible comparativement aux variations subites des rendements excédentaires à expliquer. Ceci est vrai aussi pour la variable découlant du modèle CAPM de consommation, soit (un plus) le taux de croissance de la consommation. Par ailleurs, on peut aussi constater à partir de ce tableau que la structure à terme des taux d'intérêt a une pente positive pendant cette période avec les bons à long terme offrant un rendement annuel moyen de 1.2% supérieur aux bons de trois mois. Le taux réel offert par ce bon de court terme prend une valeur moyenne de 3.1% par année. Finalement, la dernière variable économique rapportée dans ce tableau indique que le dollar canadien s'est déprécié d'environ 1.3% par

année par rapport au dollar américain au cours de cette période. En effet, sa valeur au début de 1970 était approximativement de 1.10\$can pour acheter un dollar américain, alors que vers la fin de notre échantillon, il fallait environ 1.50\$can pour effectuer la même transaction.

La section qui suit présente les résultats de notre tentative d'expliquer les primes de risque rapportées au Tableau 2 à l'aide des variables économiques et financières mises en évidence au bas de ce même tableau.

Tableau 2 : Statistiques descriptives

Rendements excédentaires annualisés des firmes (R_i)		
Firmes	Moyenne	Écart-type
ABITIBI-CONSOLIDATED INC,	0.042	0.662
ALCAN ALUMINIUM LTD,	0.048	0.508
BANK OF MONTREAL	0.063	0.407
BANK OF NOVA SCOTIA (THE)	0.089	0.472
BCE INC,	0.068	0.356
CANADIAN IMPERIAL BANK OF COMMERCE	0.037	0.532
CANADIAN PACIFIC LTD,	0.043	0.483
DOFASCO INC,	0.019	0.494
IMASCO LIMITED	0.135	0.415
INCO LIMITED	-0.028	0.616
MACMILLAN BLOEDEL LTD,	0.014	0.639
MAGNA INTERNATIONAL INC, CL 'A' SV	0.095	0.917
MOORE CORPORATION LTD,	-0.014	0.443
NORANDA INC,	0.017	0.572
PLACER DOME INC,	0.041	0.653
ROYAL BANK OF CANADA	0.074	0.409
SEAGRAM COMPANY LTD, (THE)	0.088	0.446
TECK CORP, CL 'B' SV	0.059	0.732
TORONTO-DOMINION BANK (THE)	0.090	0.506
TRANSALTA CORPORATION	0.055	0.364
TRANSCANADA PIPELINES LTD,	0.036	0.455

Facteur	Moyenne	Écart-type
$R_{m,t}$	0.029	0.330
ΔC_t	1.007	0.006
ΔST	0.012	0.018
r_t	0.031	0.037
RDP	0.034	0.009
TC	0.013	0.075

Chapitre III

Estimation des Primes de Risque et Analyse des Résultats

L'existence de primes de risque variables et prévisibles est évaluée en deux étapes. La première, consiste à régresser le rendement de chacun des titres retenus en fonction de la relation stipulée à l'équation (13). Cette régression¹⁰ s'effectue sur une série temporelle de sept ans (vingt-huit trimestres), et permet ainsi d'obtenir les valeurs associées aux différents $b_{ik,t-1}$. La première régression est faite sur les rendements excédentaires observés entre le début de la période (1970 :1) et le dernier trimestre de 1976, pour ensuite recommencer en déplaçant la fenêtre de sept ans sur chacun des trimestres subséquents. Ainsi, la série temporelle servant à régresser les différents $R_{i,t}$ sur les facteurs jugés pertinents a une longueur constante de sept ans. Avec cette façon de procéder, nous serons à même de constater si les différents $b_{ik,t-1}$ (les bêtas) sont relativement stables dans le temps ou s'ils fluctuent beaucoup. Au total quatre-vingt-dix de ces régressions sont ainsi effectuées. Pour chacune de ces régressions, le bêta associé à chaque facteur (six facteurs) pour chaque rendement individuel (vingt et un titres) est estimé.

Ayant obtenu les différentes valeurs des $b_{ik,t-1}$, nous procédons à la deuxième étape. Elle consiste en une régression de type coupe transversale sur les valeurs des $R_{i,t}$ pour les vingt et un titres retenus, en fonction de la relation décrite par l'équation (14), et ce pour chacune des périodes allant du dernier trimestre de 1976 au premier trimestre de 1999.

¹⁰ Il est à mentionner que toute les régressions que nous ferons dans cette étude sont de type moindres carrés ordinaires (MCO). La période de sept ans est choisie de façon arbitraire. Cette période doit être suffisamment longue pour effectuer les régressions (28=7X4 observations), mais aussi suffisamment courte pour permettre aux bêtas de changer dans le temps.

Ces régressions nous permettent d'évaluer si les différents facteurs choisis accordent des primes de risque significatives, et si elles sont stables entre les périodes ce qui est l'objectif ultime de notre travail.

Tableau 3 : Estimation des bêtas

	Bêtas moyens						
	Constante	$R_{m,t}$	ΔC_t	ΔST	r_t	RDP	TC
ABITIBI-CONSOLIDATED INC,	-12.290	0.204	11.435	5.187	-1.364	25.137	1.059
Écart-type:	22.380	0.520	22.123	8.010	3.853	34.537	1.344
ALCAN ALUMINIUM LTD,	-6.632	0.376	5.756	2.041	0.032	24.206	0.151
Écart-type:	20.592	0.400	19.982	8.167	5.895	28.516	1.080
BANK OF MONTREAL	-10.365	0.252	8.974	7.254	1.119	36.454	0.326
Écart-type:	18.143	0.388	17.399	6.311	3.533	28.927	1.033
BANK OF NOVA SCOTIA (THE)	-7.462	0.081	6.125	5.693	0.829	39.132	0.192
Écart-type:	20.415	0.436	19.340	7.710	6.131	38.066	0.625
BCE INC,	2.967	-0.039	-3.403	5.167	1.891	11.733	-0.483
Écart-type:	15.018	0.258	14.436	4.668	2.911	18.377	0.443
CANADIAN IMPERIAL BANK OF COMMERCE	-9.843	0.067	8.501	6.155	3.360	31.261	-0.804
Écart-type:	27.528	0.599	26.634	7.635	5.837	29.404	1.332
CANADIAN PACIFIC LTD,	-5.053	0.196	4.087	-0.336	-0.806	26.312	0.192
Écart-type:	28.569	0.479	27.876	8.477	4.575	27.105	0.978
DOFASCO INC,	-2.135	0.194	1.898	2.887	-1.060	5.380	0.950
Écart-type:	16.605	0.285	16.154	7.065	3.734	20.590	1.487

Tableau 3 (suite)

IMASCO LIMITED	-1.617	-0.099	1.042	4.716	1.084	18.178	0.699
Écart-type:	13.703	0.370	13.342	7.818	5.615	27.884	0.813
INCO LIMITED	-14.397	0.173	13.565	-2.690	-0.432	21.247	-0.372
Écart-type:	27.054	0.692	26.190	8.306	7.477	32.659	1.304
MACMILLAN BLOEDEL LTD,	-1.978	0.134	1.701	2.950	0.697	10.522	0.180
Écart-type:	21.890	0.503	21.437	7.380	5.290	20.738	0.871
MAGNA INTERNATIONAL INC, CL 'A' SV	1.044	0.464	-4.188	16.097	-5.481	95.687	-0.651
Écart-type:	17.599	0.456	17.302	20.986	7.582	58.708	2.698
MOORE CORPORATION LTD,	-11.180	0.095	10.080	4.843	0.964	26.719	0.736
Écart-type:	18.172	0.331	17.615	7.673	5.030	27.419	0.627
NORANDA INC,	-7.312	0.277	6.484	-0.792	-4.161	26.798	0.175
Écart-type:	20.011	0.546	19.404	11.452	7.224	24.458	1.061
PLACER DOME INC,	-12.949	0.292	12.035	1.879	-0.782	23.242	0.421
Écart-type:	30.611	0.365	29.518	13.612	5.087	40.690	1.405
ROYAL BANK OF CANADA	-7.455	0.084	6.644	4.968	0.932	20.602	-0.245
Écart-type:	20.067	0.464	19.389	7.100	3.873	27.254	0.746
SEAGRAM COMPANY LTD, (THE)	-6.341	0.099	5.532	3.387	0.376	26.331	0.150
Écart-type:	15.118	0.255	14.476	6.185	4.200	31.614	0.850

Tableau 3 (suite et fin)

TECK CORP, CL 'B' SV	-11.703	0.519	11.164	-0.990	0.813	17.784	1.121
Écart-type:	44.182	0.462	43.019	8.512	6.712	35.982	1.491
TORONTO-DOMINION BANK (THE)	-7.921	0.143	6.873	9.216	2.653	24.734	0.030
Écart-type:	23.872	0.438	22.849	6.761	4.721	29.020	0.963
TRANSALTA CORPORATION	-6.699	-0.033	6.025	4.541	3.624	14.251	0.093
Écart-type:	17.415	0.277	16.932	3.921	3.548	16.007	0.370
TRANSCANADA PIPELINES LTD,	-3.608	-0.059	2.502	2.938	3.007	26.243	-0.344
Écart-type:	23.751	0.333	23.138	6.099	4.491	18.742	0.648

Le Tableau 3 fait état de la moyenne sur les quatre-vingt-dix valeurs différentes des $b_{ik,t-1}$ pour chacun des titres retenus. À la lumière de ce tableau nous sommes à même de constater que les différents $b_{ik,t-1}$ ont une valeur qui fluctue considérablement dans le temps. Seuls les bêtas reliés au rendement sur le portefeuille de marché, ($R_{m,t}$), ont une variabilité plus restreinte. Ce résultat peut nous laisser présager que seul le marché ($R_{m,t}$) pourrait offrir une prime de risque significativement différente de zéro. Les autres facteurs explicatifs ayant des bêtas variant très fortement et avec, dans la plupart des cas, un niveau de signification très faible, il serait surprenant qu'ils accordent des primes de risque significativement différentes de zéro. Cette analyse permet de démontrer que la méthodologie parfois utilisée dans cette littérature d'estimer un seul bêta par facteur par entreprise pour toute la période (une seule fenêtre) est peut-être trop contraignante pour les données puisque ceux-ci fluctuent passablement dans le temps selon nos estimations.¹¹ Ferson et Harvey (1997), dans le cadre d'une analyse multi-pays mais avec une méthodologie assez semblable à la nôtre, trouvent aussi que les bêtas fluctuent beaucoup dans le temps.

À cet égard, les primes de risque reliées à chacun des facteurs explicatifs sont indiquées dans le Tableau 4. Dans ce tableau nous présentons les primes de risques moyennes pour l'ensemble de la période (soit les quatre-vingt-dix régressions en coupe transversale) et pour deux sous-périodes (chacune composée de quarante-cinq régressions en coupe transversale) et ce pour chacun des facteurs explicatifs utilisés. De plus nous indiquons la valeur obtenue de la t-statistique telle que suggérée par Fama-Macbeth (1973) :

$$\text{t-statistique de Fama-Macbeth} = \frac{\mu}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)}$$

Où μ est la valeur moyenne de la prime de risque pour la période considérée
 σ est l'écart-type de la valeur de la prime de risque pour la période considérée
 n est le nombre de prime de risque pour la période considérée

¹¹ Il faut cependant faire preuve de prudence dans l'interprétation de ces résultats puisque notre petite période d'estimation nous a contraint à utiliser des fenêtres de vingt-huit trimestres seulement pour estimer les bêtas, ce qui est très peu.

Tableau 4 : Les primes de risque

Primes de risque moyennes reliées à chacun des facteurs explicatifs							
	Constante	$R_{m,t}$	ΔC_t	ΔST	r_t	RDP	TC
Toute la période	0.034	0.118	0.000	0.004	0.003	-0.003	-0.001
t-stat de F-M	1.046	1.828	0.173	1.048	0.634	-2.077	-0.037
Période:							
76:4 @ 87:4	0.051	0.171	0.001	0.007	0.014	-0.002	0.020
t-stat de F-M	1.328	2.573	0.500	1.770	2.484	-1.068	1.236
Période:							
88:1 @ 99:1	0.017	0.065	0.000	0.001	-0.007	-0.004	-0.021
t-stat de F-M	0.664	1.038	-0.196	0.350	-1.622	-3.893	-1.512

Ce tableau démontre clairement que, pour l'ensemble de la période, seul le facteur explicatif relié au marché ($R_{m,t}$) offre une prime de risque significativement différente de zéro, puisque c'est le seul facteur non nul dont la t-statistique est près de deux et dont la valeur moyenne s'éloigne de zéro.¹² Même ce facteur est seulement marginalement significatif.

Ce qui est plus intéressant, c'est qu'en subdivisant la période en deux, nous constatons que durant la première période (1976:4 à 1987:4), les primes de risque associées au rendement du marché boursier ($R_{m,t}$) et au taux d'intérêt réel sans risque (r_t) sont significativement différentes de zéro, les deux ayant une t-statistique nettement supérieure à deux, alors que pour la deuxième période (1988:1 à 1999:1) elles ne sont plus significatives. Ce résultat est conforme à celui obtenu par Ferson et Harvey (1991) qui ont estimé avec des données mensuelles américaines sur la période couvrant de mai 1964 à décembre 1986 que ces deux facteurs offraient des primes de risque significativement différentes de zéro. Par contre Fama et French (1992) ont trouvé que la relation entre le bêta de marché et les rendements est faible

¹²Le rendement sous forme de dividende offre pour sa part une prime faible et négative, mais statistiquement différente de zéro. Ceci peut s'interpréter comme suit; un dividende élevé est associé à une bonne performance des entreprises, ce qui implique un rendement excédentaire moindre pour convaincre les investisseurs de détenir ce type d'actifs.

aux États-Unis entre 1963 et 1990 lorsqu'ils ajoutent des variables financières du type (revenus/prix) ou (valeur aux livres/valeur marchande) aux régressions de coupes transversales. Tel que mentionné précédemment, la prime associée au rendement du portefeuille de marché découle du modèle CAPM. Pour sa part, la contribution du taux d'intérêt réel est de refléter le faible état des opportunités d'investissement dans l'économie. Plus ce taux est élevé, plus il faudra une prime intéressante pour inciter à l'investissement risqué.

Par ailleurs, Mittoo (1992) arrive à des conclusions relativement similaires en utilisant des données mensuelles d'une vingtaine d'entreprises canadiennes individuelles cotées sur le TSE35 et d'entreprises américaines correspondantes sur le NYSE pour une période allant de janvier 1977 à décembre 1986. Elle démontre que le rendement sur le portefeuille de marché offre une prime de risque significativement différente de zéro pour la période janvier 1977 à décembre 1981, alors que ce n'est plus le cas pour la période janvier 1982 à décembre 1986. La seule variable ayant un rôle à jouer pendant ses deux sous-périodes est une mesure de changement dans le taux court terme (Bon du Trésor de trois mois). Nous obtenons aussi une prime de risque associée au taux réel de court terme pour la période se terminant en 1987:4. En ce qui concerne la variable ($R_{m,t}$), nos périodes d'estimation étant un peu différentes, la prime est négligeable dans notre cas pour les années quatre-vingt-dix principalement.

Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que la méthodologie utilisée pour calculer les primes de risque fait appel aux bêtas générés à partir de la relation de prévision stipulée à l'équation (13). Les marchés boursiers sont peut-être de plus en plus efficaces, et par conséquent, il est plus difficile de prévoir les rendements des titres boursiers. En fait, les efforts soutenus en recherche dans ce domaine, ont amené de multiples développements qui ont eu pour résultat d'intégrer toutes les informations disponibles au moment de faire des prévisions de rendement pour choisir adéquatement la composition d'un portefeuille d'actifs risqués. Des informations retardées d'un trimestre ont donc moins de signification dans ce contexte. Ceci est soutenu par le fait que les R^2 corrigés des équations de prévision (13) ont pris une valeur moyenne de .065 pour les premières quarante-cinq régressions (pour la fenêtre de vingt-huit trimestres se déplaçant de 1976:4 à 1987:4), alors que la même statistique

diminue à .027 pour la seconde moitié de l'échantillon. Si les bêtas estimés au cours des dernières années sont moins représentatifs des facteurs de risques sous-jacents, il est normal que les prix de ces facteurs de risque ne soient pas faciles à déterminer. D'où l'imprécision et la faiblesse des primes de risque pour cette dernière sous-période.

Une explication alternative pourrait reposer sur l'hypothèse de mondialisation de l'économie. Il est possible qu'au cours de la dernière décennie les facteurs de risque traditionnels aient perdu une partie de leur pouvoir explicatif en faveur de facteurs à caractère internationaux (un rendement de portefeuille mondial, une mesure du cycle économique international ou un indicateur de la volatilité des taux de change par exemple). Par conséquent, si des facteurs explicatifs comme le rendement du marché boursier canadien ($R_{m,t}$) et le taux sans risque (r_t) ont déjà eu un pouvoir explicatif pour les rendements des titres boursiers canadiens, leur rôle semble avoir diminuer au cours des dix dernières années. C'est du moins ce que démontre notre analyse empirique.

Conclusion

L'évolution en montagne russe des rendements boursiers est un phénomène très difficile à expliquer et surtout à prévoir. S'il est raisonnable de croire que cette évolution est conditionnée par des facteurs économiques, il n'est pas facile de déterminer lesquels. Dans cette étude nous avons utilisé l'approche de l'APT, pour tenter de cerner les facteurs de risque pertinents à l'établissement des rendements des actifs boursiers au Canada. Après avoir déterminé les facteurs de risque pertinents, nous avons évalué quelles sont les primes en terme de rendement excédentaire qui sont octroyées par ces facteurs. Pour identifier les facteurs de risque potentiels nous avons puisé dans la littérature économique et financière où sont proposé les modèles théoriques du CAPM, du C-CAPM et de l'APT.

Dans une première étape les bêtas associés à chaque facteur de risque ont été générés grâce à de régressions de séries temporelles avec fenêtre mobile de sept ans. Ayant obtenu les différentes valeurs des $b_{ik,t-1}$, nous avons ensuite procédé à la deuxième étape. Des régressions de type coupe transversale sur les valeurs des $R_{i,t}$ pour les vingt et un titres retenus, en fonction de la relation décrite par l'équation (14), et ce pour chacune des périodes allant du dernier trimestre de 1976 au premier trimestre de 1999 ont donc été effectuées. Ces régressions ont permis d'évaluer lesquels des facteurs choisis accordent des primes de risque significatives.

La conclusion la plus importante qui peut être tirée de cette analyse est que les primes de risque associées aux principaux facteurs ne sont pas constantes à travers les années et surtout qu'elles ne semblent plus aussi importantes depuis une période plus récente. C'est ce que notre analyse a révélé pour les primes de risque associées au rendement du marché boursier ($R_{m,t}$) et au taux sans risque (r_t) qui étaient significativement différentes de zéro durant la première période (1976:4 à 1987:4), alors que pour la période (1988:1 à 1999:1) elles ne sont plus significatives.

Par ailleurs si les facteurs utilisés dans cette étude, soient le rendement du marché boursier canadien ($R_{m,t}$), le taux de croissance de la consommation (ΔC_t), l'écart de taux prévalant entre un taux sur une obligation de gouvernement de 10 ans et plus et le rendement sur les bons de trésor à 3 mois (ΔST), le taux réel des bons du trésor à 3 mois (r_t), le rendement sous forme de dividende du TSE300 (RDP) et la variation du taux de change (TC) n'ont plus de pouvoir explicatif pour les rendements des titres boursiers, d'autres facteurs peuvent être envisagés. En fait le pouvoir explicatif de facteurs comme les rendements obligataires ou boursiers mondiaux, la croissance des exportations canadiennes ou du PIB nord-américain pourraient aussi être étudié. D'autres facteurs, cette fois-ci provenant de la littérature financière pourraient eux aussi faire l'objet d'une analyse approfondie. La littérature financière regorge de ratios financiers qui pourraient avoir un pouvoir explicatif des rendements des actifs boursiers. En somme, si les six facteurs étudiés dans cette analyse ne sont pas concluants, en particulier pour les années quatre-vingt-dix, la quête des facteurs explicatifs des rendements boursiers canadiens est loin d'être terminée. Les recherches futures de facteurs devront tenir compte des changements structurels et technologiques ayant affecté l'économie, en particulier les marchés boursiers, au cours des dernières années.

Bibliographie

- (1) Breeden, D. (1979), An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment, *Journal of Financial Economics* 7, 265-296.
- (2) Carmichael, B. (1998), La valorisation des actifs financiers dans les modèles de consommation : Un survol de la littérature, *miméo Université Laval*.
- (3) Carmichael, B. et L. Samson (1994), La détermination des primes de risque et l'intégration des marchés boursiers canadien et américain, *Revue canadienne d'Économique* 29, 595-614.
- (4) Chen, N.-F., R. Roll, et S.A. Ross (1986), Economic forces and the stock market, *Journal of Business* 59, 383-403.
- (5) Elton, E.J. et M.J. Gruber, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. . (New York : John Wiley & Sons, 1987).
- (6) Fama, E.F. et K.R. French (1992), The cross-section of expected stock returns, *Journal of Finance* 47, 427-465
- (7) Fama, E.F. et J.D. Macbeth (1973), Risk, Return, and Equilibrium : Empirical Tests, *Journal of Political Economy* 81, 327-348.
- (8) Ferson, W.E. et C.R. Harvey (1991), The variation of economic risk premiums, *Journal of Political Economy* 99, 385-415.
- (9) Ferson, W.E. et C.R. Harvey (1997), Fundamental determinants of national equity returns: A perspective on conditional asset pricing, *Journal of Banking and Finance* 21, 1625-1665

- (10) Lintner, J. (1965), Valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *Review of Economics and Statistics* 47, 13-27.
- (11) Lucas, R. (1978), Asset prices in an exchange economy, *Econometrica* 46, 1429-1446.
- (12) Markowitz, H., Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investments. (*New York : John Wiley & Sons, 1959*).
- (13) Mittoo, U.R. (1992), Additional evidence on integration in the Canadian stock market, *Journal of Finance* 47, 2035-2054.
- (14) Reilly, F.K. et K.C. Brown, Investment Analysis and Portfolio Management. (*The Dryden Press, 1997*).
- (15) Ross, S.A. (1976), The arbitrage theory of capital asset pricing, *Journal of Economic Theory* 13, 341-360.
- (16) Sharpe, W.F. (1964), Capital asset prices : A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance* 19, 425-442.