

MICHEL POULIN

**ÉTALON DE FRÉQUENCE OPTIQUE ABSOLUE À  
1556 nm UTILISANT LA TRANSITION À DEUX  
PHOTONS DU RUBIDIUM À 778 nm**

Thèse  
présentée  
à la Faculté des études supérieures  
de l'Université Laval  
pour l'obtention  
du grade de Philosophiæ Doctor (Ph. D.)

Département de génie électrique et de génie informatique  
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC

Décembre 2000



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file* *Votre référence*

*Our file* *Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-56843-1

Canada

Ce 15e jour du mois de septembre 19 2000, les personnes soussignées, en leur qualité de membres du jury de la thèse de Michel Poulin, ont assisté à la soutenance de cette thèse.

<u>NOMS</u>	<u>UNIVERSITÉ</u>	<u>SIGNATURE</u>
<u>François Biraben</u>	<u>Université Pierre et Marie Curie</u>	
<u>Alen Madej</u>	<u>National Research Council of Canada</u>	
<u>Normand Cyr</u>	<u>EXFO</u>	
<u>Pierre Trémbly</u>	<u>Université Laval</u>	
<u>Michel Têtu</u>	<u>Université Laval</u>	

# RÉSUMÉ

Cette thèse porte sur la réalisation d'un étalon de fréquence absolue à 192.6 THz (1556.2 nm) utilisant la transition à deux photons du rubidium à 385.3 THz (778.1 nm). Un laser DFB, dont le spectre est affiné à une largeur d'environ 3 kHz par feedback optique, est doublé en fréquence dans un cristal de niobate de lithium à domaines périodiquement inversés. Une puissance de deuxième harmonique de 7  $\mu\text{W}$  est générée et permet la commande par injection optique d'un laser plus puissant utilisé pour l'interrogation atomique. Des raies d'une largeur de 200 kHz sont observées. Deux systèmes identiques ont été construits, permettant de mesurer la stabilité de fréquence ( $2.5 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$  pour  $\tau < 30$  s) et de caractériser les effets systématiques. Nous présentons enfin la mesure de la fréquence absolue de l'étalon réalisé, par rapport à l'étalon primaire de fréquence à l'aide d'une chaîne construite au CNRC. La fréquence absolue de la transition  $5S_{1/2}(F=2) - 5D_{5/2}(F=4)$  du  $^{87}\text{Rb}$  est de  $385\,284\,566\,370.4 \pm 1.5$  kHz.

Michel Poulin  
Étudiant au doctorat

Dr Michel Têtu  
Directeur de recherche

Dr Pierre Tremblay  
Codirecteur de recherche



# RÉSUMÉ

Cette thèse porte sur la réalisation d'un étalon de fréquence absolue à 192.6 THz (1556.2 nm) utilisant la transition à deux photons du rubidium à 385.3 THz (778.1 nm). La source utilisée à 192.6 THz est un laser DFB de 70 mW dont le spectre est affiné à une largeur d'environ 3 kHz par feedback optique d'une cavité confocale utilisée hors-axe. Cette source est doublée en fréquence dans un cristal de niobate de lithium à domaines périodiquement inversés, développé en collaboration avec l'INO. Une puissance de deuxième harmonique de 7  $\mu$ W est générée et permet le contrôle par injection optique de la fréquence d'un laser plus puissant à 778 nm de type Fabry-Pérot. Ce dernier est envoyé vers une cavité résonante contenant la cellule de rubidium chauffée à 90°C, ce qui permet l'observation de transitions sans effet Doppler d'une largeur de 200 kHz (à 1556.2 nm).

Deux systèmes identiques ont été construits, afin de mesurer la stabilité de fréquence et de caractériser les effets systématiques modifiant la fréquence de la transition atomique ou le point d'asservissement. La stabilité de fréquence du battement est de  $2.5 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$  jusqu'à des temps de moyennage d'environ 30 secondes. Elle présente un plateau autour de  $6 \times 10^{-14}$  pour des temps  $\tau$  de 30 à 300 secondes et remonte en  $\tau^{1/2}$  à plus long terme. Nous avons étudié expérimentalement le déplacement lumineux et l'effet des "offsets" électroniques, les autres effets systématiques étant évalués théoriquement. La répétabilité de la fréquence d'un système est d'environ 200 Hz et la reproductibilité de 400 Hz.

Nous présentons enfin la mesure de la fréquence absolue de l'étalon réalisée à l'aide d'une chaîne de fréquence construite spécifiquement pour cette application au CNRC, à Ottawa. Cette chaîne utilise plusieurs oscillateurs (optiques et micro-ondes) reliés en phase à l'étalon primaire au césium ou à un étalon à 674 nm basé sur une transition d'un ion de strontium piégé. La fréquence absolue de notre étalon est ainsi mesurée avec une incertitude de  $\pm 0.5$  kHz ( $2.6 \times 10^{-12}$ ). Après correction du déplacement lumineux et de

l'effet relativiste, la fréquence absolue de la transition  $5S_{1/2}(F = 2) - 5D_{5/2}(F = 4)$  du  $^{87}\text{Rb}$  est de  $385\,284\,566\,370.4 \pm 1.5$  kHz ( $3.9 \times 10^{-12}$ ).

Michel Poulin  
Étudiant au doctorat

Dr Michel Tétu  
Directeur de recherche

Dr Pierre Tremblay  
Codirecteur de recherche

# REMERCIEMENTS

Les travaux de recherche qui donnent lieu à cette thèse ne sont pas l'oeuvre de ma simple personne. Ce fut un véritable travail d'équipe (le carré de la somme donne plus que la somme des carrés...). Dans l'écriture d'un texte scientifique, il est convenu d'employer la première personne du pluriel, nous. Aussi faut-il la définir. Je le ferai donc en leur adressant ces sincères remerciements.

Avant tout, j'exprimerai ma reconnaissance envers mon directeur de thèse, le Dr Michel Têtu. En plus de me confier un projet qui m'a ouvert plus d'un horizon, il a su m'appuyer et me conseiller tout au long de sa réalisation. Son entrain et son intérêt dans ce que nous faisons ont été des sources de motivation très appréciées.

Je remercierai ensuite mon codirecteur, le Dr Pierre Tremblay, sur qui j'ai pu compter pour éclaircir plusieurs points ambigus. Les discussions très stimulantes que j'ai eues avec lui m'ont porté à analyser plus à fond certains aspects de mon sujet de thèse.

Une grande partie de ce travail a été fait avec la collaboration du Dr Christine Lartrasse. Son efficacité et son dynamisme ont permis d'accélérer grandement les travaux. Ce manuscrit n'aurait vu le jour sans ses encouragements soutenus tout le long de sa rédaction. Pour toutes ces raisons et pour bien d'autres, je la remercie du fond du coeur.

J'adresse également des remerciements au Dr Normand Cyr pour sa contribution au niveau du calcul du profil spectral des transitions à deux photons et de la largeur spectrale des sources. Son approche méthodique et méticuleuse ont eu un impact bénéfique certain. Je désire également remercier le Dr Driss Touahri pour son aide au niveau expérimental et son apport de connaissances et de savoir-faire.

Un élément clé de notre étalon de fréquence est le doubleur de fréquence compact, le cristal de niobate de lithium à domaines périodiquement inversés, réalisé à l'INO. Parmi les personnes ayant travaillé à son développement, je soulignerai l'effort soutenu de Carl Paquet, de l'INO, et du Dr Pierre Mathieu, du Centre de recherche pour la défense

de Valcartier. Les nombreuses embûches n'ont jamais perturbé leur volonté d'obtenir des composantes de très haute qualité. Mes remerciements vont également à Martin Lapointe, Sylvain Derome et au Dr Christine Tremblay. Je remercie les Dr Mikelis Svilans et Bernard Villeneuve de Nortel Networks pour le don généreux de multiples lasers DFB. De quelques nW de deuxième harmonique au début de la thèse, ces deux éléments nous ont permis d'atteindre des puissances de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{W}$ .

La mesure de la fréquence absolue de notre étalon de fréquence a été réalisée à l'Institut des étalons nationaux de mesure du Conseil national de recherches du Canada à Ottawa. Les étalons de fréquence construits à l'Université Laval y ont été transportés en mars 1999. La fréquence de l'un d'eux a été mesurée de façon absolue, par rapport à l'horloge au césium, en utilisant une chaîne de fréquence reliant la fréquence optique (192.6 THz) à la fréquence RF (5 MHz). La réalisation de cette chaîne, qui représente un travail colossal, a été menée à terme par l'équipe composée des Dr Alan Madej, Klaus Siemsen, John Bernard, Louis Marmet et Brad Whitford. D'infinis remerciements vous sont offerts pour nous avoir donné la chance de participer à une aventure "très énormément" intéressante.

Pour tous leurs conseils et leur aide spontanée et empressée à diverses étapes, je suis reconnaissant envers les Dr Jean-François Cliche, Bruno Fermigier et Martin Guy de même qu'envers Martin Allard, Jérôme Genest et Steven-Éric Poulin.

Je remercie aussi Yvon Chalifour qui sut fabriquer les nombreuses pièces nécessaires à nos montages avec grande habileté. Ses idées et son enseignement se reflètent dans l'état final du montage expérimental. Merci également aux secrétaires Ginette Roy, Ghislaine L'Hébreux, Brigitte Morin et Claudine Corneau pour les mille et un services rendus.

J'exprime également ma gratitude et mon amitié à mes parents, Robert et Françoise, à ma soeur Monique et à Marc. Enfin, je dédie ces quelques lignes à notre petite Léa, qui regarde son papa les écrire.

Je remercie tous les gens que j'ai côtoyés au laboratoire durant ces quelques années. Il y régnait une ambiance que je n'oublierai jamais.

Pour terminer, je remercierai le support financier conjoint d'EXFO ingénierie électro-optique et du CNRC dont a bénéficié ce projet.

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Résumé</b> .....	<b>ii</b>
<b>Résumé</b> .....	<b>iii</b>
<b>Remerciements</b> .....	<b>v</b>
<b>Liste des figures</b> .....	<b>xv</b>
<b>Liste des tableaux</b> .....	<b>xxii</b>
<b>Introduction</b> .....	<b>1</b>
Organisation de la thèse .....	3
<b>Chapitre 1: Commande et mesure de la fréquence des sources lasers</b> .....	<b>6</b>
1.1 Causes des fluctuations de fréquence des lasers à semi-conducteurs .....	6
1.1.1 Effet du courant et de la température .....	6
1.1.2 Vieillessement .....	9
1.2 Références de fréquences à 1.5 $\mu\text{m}$ .....	9
1.2.1 Références moléculaires .....	10
1.2.2 Références atomiques .....	10
1.3 Mesure de la fréquence absolue .....	12
<b>Chapitre 2: La transition à deux photons du rubidium à 778 nm: théorie</b> .....	<b>13</b>
2.1 Principe de l'absorption à deux photons sans effet Doppler .....	13

2.2 Niveaux d'énergie considérés.....	14
2.3 Hypothèses posées pour le calcul .....	14
2.4 Expression du champ électrique .....	16
2.5 Matrice densité et équations d'évolution .....	16
2.5.1 Contribution du terme d'interaction à l'équation d'évolution de la matrice densité .....	18
2.5.2 Équations d'évolution complètes pour chaque terme de la matrice densité	19
2.6 Recherche des solutions en régime stationnaire .....	20
2.6.1 Forme des solutions .....	21
2.6.2 Solution à l'ordre 0.....	22
2.6.3 Solution à l'ordre 1.....	23
2.6.4 Solution à l'ordre 2.....	23
2.6.4.1 Calcul de $\sigma_e$ .....	23
2.6.4.2 Calcul de $\delta_{gb}$ .....	24
2.6.5 Solution à l'ordre 3.....	24
2.6.6 Solution à l'ordre 4.....	24
2.6.6.1 Expression de $b_0$ et $b_{\pm 2}$ .....	25
2.6.6.2 Expression de $\delta_0$ et $\delta_{\pm 2}$ .....	26
2.6.7 Sens physique des différentes contributions à $c_o$ .....	26
2.6.8 Pic sans élargissement Doppler ( $c_{01}$ ) .....	27
2.6.9 Piédestal gaussien ( $c_{02}$ ).....	28
2.7 Population du niveau excité $b$ et passage aux coefficients de transfert .....	29
2.7.1 Composantes standard de l'opérateur dipole électrique $\vec{D}$ et expression du champ électrique $\vec{E}$ .....	29
2.7.2 Pic sans élargissement Doppler.....	31
2.7.3 Piédestal gaussien .....	32

2.8 Règles de sélection .....	33
2.9 Puissance de la fluorescence émise par l'atome de rubidium .....	34
2.9.1 Puissance de fluorescence détectée .....	34
2.10 Exemples de profils calculés .....	35
<b>Chapitre 3: Laser à spectre étroit et injection optique .....</b>	<b>39</b>
3.1 Affinement de spectre par feedback optique résonant .....	39
3.1.1 Principe de fonctionnement .....	39
3.1.2 Montage expérimental.....	44
3.1.3 Procédure de réglage .....	45
3.1.3.1 Taux de couplage .....	47
3.1.3.2 Asservissement de la phase du feedback optique et accordabilité ....	47
3.1.3.3 Modulation de fréquence.....	48
3.2 Injection optique des lasers à 778 nm .....	49
3.2.1 Mesure de la plage d'accrochage .....	50
3.2.2 Transfert des propriétés spectrales lors de l'injection optique .....	51
3.3 Propriétés spectrales des sources laser .....	53
3.3.1 Définitions .....	54
3.3.2 Spectre du laser à la fréquence fondamentale.....	55
3.3.2.1 Cas d'un bruit blanc de fréquence .....	55
3.3.2.2 Cas d'un bruit en $1/f$ .....	56
3.3.3 Spectre après doublage de fréquence .....	57
3.3.3.1 Cas d'un bruit blanc de fréquence .....	58
3.3.3.2 Cas d'un bruit en $1/f$ .....	58
3.3.4 Spectre obtenu par battement de fréquence .....	58

3.3.5 Mesures expérimentales .....	59
3.4 Conclusion .....	62
<b>Chapitre 4: Génération du signal de deuxième harmonique .....</b>	<b>64</b>
4.1 Aspects théoriques reliés au processus de génération de deuxième harmonique	64
4.1.1 Origine physique de la non-linéarité .....	64
4.1.2 Polarisation non-linéaire.....	66
4.1.3 Coefficient non-linéaire effectif $d_{eff}$ .....	67
4.1.4 Accord de phase conventionnel avec des ondes planes .....	68
4.1.5 Quasi-accord de phase avec des ondes planes.....	71
4.1.6 Bandes d'acceptation.....	74
4.1.7 Efficacité de conversion avec des faisceaux focalisés .....	75
4.2 Cristal de niobate de potassium en cavité .....	79
4.2.1 Directions d'accord de phase, coefficient non-linéaire, angle de <i>walkoff</i> et efficacité de conversion dans le niobate de potassium .....	79
4.2.1.1 Bande d'acceptation du niobate de potassium .....	84
4.2.2 Facteur d'accroissement de la puissance de deuxième harmonique en cavité.....	84
4.2.3 Mode fondamental de la cavité en anneau.....	87
4.2.4 Réalisation de la cavité et résultats expérimentaux .....	88
4.3 Cristal de niobate de lithium à domaines périodiquement inversés.....	90
4.3.1 Choix du niobate de lithium .....	90
4.3.2 Processus d'inversion des domaines du niobate de lithium à l'aide d'un champ électrique.....	91
4.3.2.1 Régimes d'inversion.....	92
4.3.2.2 Influence de l'électrode .....	93
4.3.3 Réalisation des échantillons .....	93



4.3.3.1	Disposition des réseaux sur le masque .....	93
4.3.3.2	Lithographie .....	94
4.3.3.3	Inversion des domaines .....	96
4.3.4	Caractérisation des échantillons réalisés .....	99
4.3.4.1	Uniformité .....	99
4.3.4.2	Dépendance en température .....	99
4.3.4.3	Dépendance en longueur d'onde .....	102
4.3.4.4	Efficacité de conversion .....	103
4.3.4.5	Accordabilité .....	104
4.4	Signal au triple de la fréquence .....	105
4.5	Conclusion .....	106
 <b>Chapitre 5: Asservissement sur la transition à deux photons du rubidium à 778 nm.....</b>		<b>108</b>
5.1	Montage complet de l'étalon de fréquence .....	108
5.1.1	L'écran magnétique .....	109
5.1.2	Les cellules de rubidium.....	111
5.1.3	Le photomultiplicateur .....	112
5.1.4	Optique de collection de la fluorescence .....	113
5.1.5	Cavité Fabry-Pérot autour de la cellule de rubidium .....	113
5.1.5.1	Rôle de la cavité.....	113
5.1.5.2	Réalisation et caractérisation de la cavité.....	114
5.1.5.3	Asservissement de la cavité .....	115
5.1.6	Puissance intracavité.....	117
5.2	Observation des transitions à deux photons.....	117
5.2.1	Expression de la forme de raie en présence de modulation de fréquence.	118

5.2.2	Forme de raie observée en fonction de l'excursion de la modulation de fréquence .....	120
5.2.3	Largeur de raie expérimentale et causes d'élargissement .....	121
5.2.4	Intensités relatives et niveau de fluorescence .....	123
5.2.5	Effet d'une puissance intra-cavité élevée.....	125
5.3	Asservissement sur la transition à deux photons .....	127
5.3.1	Optimisation de l'amplitude de modulation .....	127
5.3.2	Filtre de boucle et optimisation des gains .....	131
5.4	Stabilité de la fréquence des lasers asservis .....	134
5.4.1	Rappel sur la variance d'Allan .....	134
5.4.2	Montage pour la mesure de la stabilité de fréquence .....	135
5.4.3	Résultats .....	137
5.4.4	Discussion .....	137
5.4.5	Répétabilité et reproductibilité de la fréquence .....	139
<b>Chapitre 6: Effets systématiques .....</b>		<b>140</b>
6.1	Déplacement lumineux.....	140
6.1.1	Calcul théorique pour la transition $5S_{1/2}-5D_{5/2}$ .....	140
6.1.2	Expérience .....	142
6.2	Effet relativiste .....	144
6.3	Effet des collisions entre les atomes de rubidium.....	147
6.4	Collisions rubidium-argon.....	148
6.5	Rayonnement du corps noir.....	150
6.6	Proximité des transitions voisines .....	151
6.6.1	Déplacement dû à la composante lorentzienne des raies voisines .....	152

6.6.2 Déplacement dû aux piédestaux gaussiens des raies voisines .....	152
6.7 Effet d'un offset de tension à la sortie du détecteur synchrone servant à l'asservissement de la cavité confocale .....	154
6.8 Effet d'entraînement de la cavité .....	155
6.9 Effet de l'excursion de fréquence due à la modulation .....	158
6.10 Modulation d'amplitude.....	159
6.11 Dérive de l'intégrateur.....	160
6.12 Erreur de traînage.....	160
6.13 Tableau récapitulatif des divers déplacements de la transition utilisée.....	161
<b>Chapitre 7: Mesure de la fréquence absolue .....</b>	<b>162</b>
7.1 Description de la chaîne de fréquence utilisée .....	162
7.2 Fréquence absolue du laser à 1556.2 nm asservi sur la transition à deux photons .....	167
7.3 Fréquence de la transition à deux photons $5S_{1/2}(F_g = 2) - 5D_{5/2}(F_e = 4)$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	171
7.4 Discussion .....	173
<b>Conclusion.....</b>	<b>175</b>
Perspectives .....	178
<b>Annexe A: Propriétés du rubidium.....</b>	<b>180</b>
A.1 Structure énergétique de l'atome de rubidium .....	180
A.1.1 Écarts de fréquences hyperfins .....	180
A.1.2 Temps de vie du niveau $5D$ .....	183
A.2 Densité .....	183
A.3 Coefficients de transfert.....	184

<b>Annexe B: Supplément du chapitre 5</b> .....	<b>192</b>
B.1 Cellules de rubidium .....	192
B.1.1 Procédure de remplissage .....	192
B.1.2 Circuit de chauffage des cellules .....	192
B.2 Efficacité de collection de la fluorescence .....	195
B.3 Calibration des photodiodes EG&G HUV-2000B .....	199
B.4 Circuit des filtres de boucle (Proportionnel-Intégrateur) .....	200
<b>Annexe C: Calcul du déplacement de fréquence causé par une modulation d'amplitude</b> .....	<b>203</b>
C.1 Expression du signal d'erreur .....	203
C.2 Évaluation du déplacement de fréquence associé à la modulation d'amplitude résiduelle .....	207
C.2.1 Forme simplifiée pour le déplacement de fréquence .....	207
<b>Bibliographie</b> .....	<b>210</b>

# LISTE DES FIGURES

1.1	Réponse de la modulation FM pour un laser de type AlGaAs. ....	8
2.1	Configuration utilisée pour l'absorption à deux photons sans effet Doppler. ....	14
2.2	Diagramme des niveaux d'énergie considérés. ....	15
2.3	Ordre d'apparition des termes correctifs à la matrice densité. ....	22
2.4	Coefficients intervenant dans le calcul de $c_0$ . ....	27
2.5	Profil de fluorescence théorique pour les transitions à deux photons $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ du $^{87}\text{Rb}$ . ....	37
2.6	Profil de fluorescence théorique pour les transitions à deux photons $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$ du $^{87}\text{Rb}$ . ....	37
2.7	Profil de fluorescence théorique pour les transitions à deux photons $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ du $^{85}\text{Rb}$ . ....	38
2.8	Profil de fluorescence théorique pour les transitions à deux photons $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$ du $^{85}\text{Rb}$ . ....	38
3.1	Montage utilisé pour la source à spectre étroit à 1556 nm. (LC: lentille de collimation, LS: lame séparatrice) ....	40
3.2	Fréquence avec couplage en fonction de la fréquence libre et transmission de la cavité correspondante. ....	43
3.3	Transmission de la cavité confocale observée lors du réglage de la confocalité. .	46
3.4	Pics de transmission observés en balayant le miroir de phase. ....	47
3.5	Excursion de fréquence engendrée par la modulation du courant d'injection. ..	49
3.6	Montage utilisé pour l'injection optique et sa caractérisation. ....	50
3.7	Transmission de la cavité d'analyse obtenue en balayant le courant du laser esclave avec une puissance de deuxième harmonique incidente de $5.55 \mu\text{W}$ (en haut) et $0 \mu\text{W}$ (en bas). ....	52

3.8	Plage d'accrochage pour le laser FP à 778 nm injecté par le signal de deuxième harmonique. ....	53
3.9	Spectre du battement obtenu entre les deux DFB affinés par feedback optique. ....	57
3.10	Montage utilisé pour la mesure des spectres du battement entre les deux lasers à 1556 nm. (ASE: analyseur de spectre électrique) ....	60
3.11	Spectre du battement entre les deux lasers DFB libres à 1556 nm et entre les deux lasers esclaves à 778 nm injectés. ....	61
3.12	Spectre du battement entre les deux lasers DFB à 1556 nm affinés par feedback optique de la cavité confocale et entre les deux lasers esclaves à 778 nm injectés. ....	63
4.1	Effet de l'accord de phase sur la croissance de l'intensité de deuxième harmonique. A) accord de phase, B) quasi-accord de phase d'ordre 1, C) désaccord de phase ( $\Delta k \neq 0$ ). ....	69
4.2	Potentiel possédant deux positions d'équilibre et disposition des atomes dans le niobate de lithium. ....	72
4.3	Réduction de l'efficacité de conversion en fonction des fluctuations de la longueur des domaines pour différents rapports cycliques $D$ . ....	74
4.4	Génération de deuxième harmonique dans un cristal uniaxial négatif. ....	76
4.5	Illustration des paramètres du faisceau gaussien focalisé à l'intérieur du cristal. ....	77
4.6	Fonction $h_m(B, \xi, \sigma_m)$ pour un désaccord de phase optimisé $\sigma_m$ en fonction du paramètre de focalisation $\xi$ pour différentes valeurs du paramètre de double réfraction $B$ . ....	78
4.7	Paramètre de focalisation optimal permettant d'obtenir le maximum des courbes de la figure 4.6. ....	78
4.8	Variation de la puissance de deuxième harmonique en fonction du désaccord de phase pour une onde plane (trait pointillé) et pour un faisceau focalisé optimisé (trait plein). ....	79
4.9	Surfaces normales du niobate de potassium pour l'onde fondamentale à 1556 nm et l'onde harmonique à 778 nm. ....	80
4.10	Directions d'accord de phase de type I, coefficient non-linéaire effectif $d_{eff}$ et angle de <i>walkoff</i> pour le niobate de potassium. ....	81

4.11	Cavité en anneau réalisée pour l'accroissement de la puissance de deuxième harmonique. ....	85
4.12	Facteur d'accroissement $\frac{P_s}{P_i}$ en fonction de la réflectivité $R_1$ du miroir d'entrée pour différentes valeurs de $R_m$ .....	86
4.13	Taille du faisceau dans le cristal de niobate de potassium en fonction de la distance $d_1$ entre les miroirs courbes, pour différentes valeurs de $d_2$ . ....	88
4.14	Vitesse de déplacement des murs des domaines et dérivée logarithmique de la vitesse en fonction du champ électrique appliqué. ....	92
4.15	Masque comportant les différents réseaux utilisés pour la réalisation des cristaux PPLN. ....	94
4.16	Monture en delrin utilisée pour l'inversion des domaines. ....	95
4.17	Étapes de lithographie. On termine avec l'étape 3 pour une lithographie "métal sur résine". ....	95
4.18	Circuit électrique permettant le contrôle et l'acquisition du courant et de la tension aux bornes de l'échantillon durant le processus d'inversion. ....	97
4.19	Évolution de la tension et du courant lors de l'inversion de l'échantillon OZ24a avec la source haute impédance. ....	98
4.20	Portion de la face $+z$ d'un cristal PPLN réalisé. ....	100
4.21	Portion de la face $y$ d'un cristal PPLN réalisé. ....	100
4.22	Dépendance en température de la puissance de deuxième harmonique générée pour l'échantillon OZ24a. ....	101
4.23	Dépendance en longueur d'onde de l'efficacité de conversion pour l'échantillon OZ24a. ....	101
4.24	Quasi-accord de phase non-colinéaire. ....	104
4.25	Puissance de lumière verte (losanges) et de deuxième harmonique (cercles) générée en fonction de la température du cristal PPLN. ....	106
5.1	Montage complet de l'étalon de fréquence à 1556 nm.....	110
5.2	Vue de l'étalon de fréquence réalisé (les éléments sont disposés comme à la figure 5.1). ....	110
5.3	Vue de l'écran magnétique à deux compartiments. ....	111

5.4	Schéma du photomultiplicateur.....	112
5.5	Transmission de la cavité contenant la cellule de rubidium.....	116
5.6	Zoom sur un pic de transmission de la cavité contenant la cellule de rubidium.	116
5.7	Illustration de la lorentzienne définie en fonction de $f$ (à gauche) et de $x$ (à droite).....	119
5.8	Profil de la fluorescence moyenne ( $S_0(x)$ ) pour différentes excursions de modulation $m$ . .....	120
5.9	Transition ( $5S_{1/2}, F_g = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F_e = 4$ ) observée avec des amplitudes de modulation de 1 (haut), 8 (milieu) et 16 mV p-p (bas). Les valeurs de $m$ correspondantes sont respectivement de 0.22, 1.7 et 3.4. ....	122
5.10	Signal de fluorescence correspondant aux transitions $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4, 3, 2$ et 1 du $^{87}\text{Rb}$ .....	124
5.11	Profil correspondant à la transition ( $F_g = 2 - F_e = 4$ ) pour une puissance incidente sur la cavité de 2 mW. ....	125
5.12	Profil des transitions $F_g = 2$ vers $F_e = 4, 3, 2, 1$ et transmission de la cavité pour une puissance incidente de 15 mW.....	126
5.13	Valeur maximale de la courbe de discrimination (haut), position de son maximum (milieu) et pente à résonance (bas) en fonction de l'excursion de modulation. ....	129
5.14	Composante du signal détecté, oscillant à la fréquence de modulation ( $S_1(x)$ ) pour différentes excursions de modulation $m$ . ....	130
5.15	Courbes de discrimination expérimentales ayant une amplitude maximale ( $m = 2$ ) et une pente maximale ( $m = 0.7$ ).....	130
5.16	Réponse de l'asservissement de la cavité confocale à une entrée en créneau appliquée au PZT contrôlant sa longueur, sortie du filtre PI donnant le signal d'erreur pour la cavité confocale et signal du photomultiplicateur.....	133
5.17	Montage utilisé pour mesurer la stabilité de fréquence entre les deux lasers DFB asservis sur la transition à deux photons. ....	135
5.18	Évolution de la fréquence du générateur HP8657B sur une période de 21 heures. ....	136
5.19	Évolution de la fréquence du battement entre les deux systèmes asservis.....	138



5.20	Écart type d'Allan du battement entre deux lasers asservis sur la transition $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4$ du $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	138
6.1	Déplacement lumineux obtenu en variant la puissance intra-cavité du système #1 pour différentes puissances intra-cavité du système #2. . . . .	143
6.2	Déplacement lumineux du système #1 pour une puissance extrapolée à zéro pour le système #2 et vice-versa. . . . .	143
6.3	Distribution de vitesse d'un gaz d'atomes de rubidium à l'équilibre thermodynamique de 90°C. . . . .	146
6.4	Distribution des atomes en fonction du déplacement relativiste. . . . .	146
6.5	Déplacement de fréquence dû à un offset à la sortie de la détection synchrone. . . . .	154
6.6	Variation de la fréquence du système #1 en fonction de l'offset à la sortie du détecteur synchrone utilisé pour asservir la cavité confocale. . . . .	156
6.7	Variation de la fréquence du système #1 en fonction de l'offset à la sortie du détecteur synchrone utilisé pour asservir la cavité à 778 nm. . . . .	158
7.1	Chaîne de fréquence utilisée pour la mesure de la fréquence absolue du laser à 1556.2 nm asservi sur la transition à deux photons par doublage de fréquence. . . . .	163
7.2	Chaîne infrarouge du NRC. . . . .	165
7.3	Écart type d'Allan du système #1 par rapport à la chaîne de fréquence du CNRC (cercles noirs). Pour comparaison, les cercles blancs donnent la stabilité de fréquence du système #1 obtenue par battement avec le système #2. . . . .	168
7.4	Mesures de la fréquence du système #1 réalisées les 11 et 14 mai 1999. . . . .	170
7.5	Histogramme des mesures (moyennées sur 20 s) de la soirée du 11 mai 1999. . . . .	171
7.6	Évolution des mesures de la fréquence absolue de la transition ( $5S_{1/2}, F_g = 2 - 5D_{5/2}, F_e = 4$ ) du $^{87}\text{Rb}$ . . . . .	173
A.1	Structure énergétique de l'atome de rubidium. . . . .	181
A.2	Structure hyperfine de l'atome de rubidium pour les niveaux impliqués dans la transition à deux photons $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ . . . . .	182
A.3	Variation de la pression d'une vapeur de rubidium en fonction de la température. . . . .	184

A.4	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_e m_e: F_g m_g)$ pour les transitions $5S_{1/2}, F_g = 1 \leftrightarrow 5P_{1/2}, F_e = 1, 2$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	185
A.5	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_e m_e: F_g m_g)$ pour les transitions $5S_{1/2}, F_g = 2 \leftrightarrow 5P_{1/2}, F_e = 1, 2$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	185
A.6	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_e m_e: F_g m_g)$ pour les transitions $5S_{1/2}, F_g = 1 \leftrightarrow 5P_{3/2}, F_e = 0, 1, 2$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	186
A.7	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_e m_e: F_g m_g)$ pour les transitions $5S_{1/2}, F_g = 2 \leftrightarrow 5P_{3/2}, F_e = 1, 2, 3$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	186
A.8	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{1/2}, F_e = 1 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 0, 1, 2$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	187
A.9	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{1/2}, F_e = 2 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 1, 2, 3$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	187
A.10	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{3/2}, F_e = 0 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 0, 1$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	188
A.11	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{3/2}, F_e = 1 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 0, 1, 2$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	188
A.12	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{3/2}, F_e = 2 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 1, 2, 3$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	189
A.13	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{3/2}, F_e = 3 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 2, 3$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	189
A.14	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{3/2}, F_e = 0 \leftrightarrow 5D_{5/2}, F_b = 1$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	189
A.15	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{3/2}, F_e = 1 \leftrightarrow 5D_{5/2}, F_b = 1, 2$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	190
A.16	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{3/2}, F_e = 2 \leftrightarrow 5D_{5/2}, F_b = 1, 2, 3$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	190
A.17	Diagramme des coefficients de transfert $a(F_b m_b: F_e m_e)$ pour les transitions $5P_{3/2}, F_e = 3 \leftrightarrow 5D_{5/2}, F_b = 2, 3, 4$ du $^{87}\text{Rb}$ .....	191
B.1	Le four en cuivre et la cellule de rubidium.....	193
B.2	Circuit de chauffage de la cellule de rubidium.....	194

B.3	Evolution de la température de la cellule pour une consigne de 90°C à partir de la température ambiante et essai de lâcher avec une consigne de 80°C. ....	195
B.4	Système optique permettant la collection de la fluorescence émise par les atomes de rubidium. ....	196
B.5	Éclairement d'un élément de surface $dA$ par un élément de surface $dS$ . ....	197
B.6	Fonction de <i>vignetting</i> $V(\theta)$ (trait plein) et approximation par un cosinus (trait pointillé). ....	199
B.7	Circuit du détecteur au silicium EG&G HUV-2000B. ....	200
B.8	Courbe de calibration des photodiodes au silicium. ....	201
B.9	Plan des filtres de boucle utilisés pour les asservissements. Les potentiomètres d'ajustement d'offset ne sont pas présents sur les cartes utilisées. ....	202
C.1	En haut: forme de raie $S_0(x)$ obtenue avec $p = 0$ (en pointillé) et $p = -0.1$ (en trait plein). Au milieu: correction apportée au signal d'erreur par la modulation d'amplitude. En bas: courbes de discrimination $S_1(x)$ avec $p = 0$ (en pointillé) et $p = -0.1$ (en trait plein).....	208

# LISTE DES TABLEAUX

1.1	Références atomiques et moléculaires utilisées dans la bande de 1.5 $\mu\text{m}$ . L'astérisque indique qu'il s'agit de raies sub-Doppler, † indique l'observation via la génération de deuxième harmonique. ....	11
3.1	Coefficients d'expansion thermique de certains matériaux utilisés. Source: catalogue Goodfellow 95/96. ....	45
4.1	Coefficients non-linéaires du niobate de potassium à $\lambda = 1556$ nm selon différents auteurs. ....	82
4.2	Comparaison de l'efficacité de conversion dans les plans <i>ac</i> et <i>bc</i> pour un cristal de 5 mm de longueur. ....	83
5.1	Amplitude relative des transitions à deux photons. ....	124
6.1	Valeurs numériques pour le calcul du déplacement lumineux. ....	141
6.2	Déplacement des niveaux d'énergie et de la transition associée dû au rayonnement du corps noir. ....	150
6.3	Ecart des transitions par rapport à la transition $F_g = 2 - F_b = 4$ et intensité relative. ....	153
6.4	Résumé des différents effets systématiques. ....	161
7.1	Détail des corrections et incertitudes dues aux effets systématiques. ....	172
7.2	Résumé des différentes mesures de la fréquence absolue de la transition ( $5S_{1/2}, F_g = 2, 5D_{5/2}, F_e = 4$ ) du $^{87}\text{Rb}$ . ....	173
7.1	Constantes dipolaire magnétique <i>A</i> et quadrupolaire électrique <i>B</i> du rubidium et déplacements isotopiques ( <i>D. I.</i> ).....	182
7.2	Valeurs publiées pour le temps de vie du niveau excité et largeur de la transition à deux photons à 778 nm. ....	183
7.3	Valeurs des coefficients <i>A, B, C</i> et <i>D</i> pour le calcul de la pression du rubidium [NES63].....	183

7.1	Paramètres utilisés pour le calcul numérique. ....	199
7.2	Valeurs des composantes utilisées pour l'intégrateur du filtre de boucle. ....	202

# INTRODUCTION

Depuis la première démonstration de l'effet laser, les travaux de recherches sur les sources lasers se sont poursuivis dans le but d'accroître leurs performances, que ce soit au niveau de la puissance d'émission ou de leurs qualités spectrales (accordabilité, pureté spectrale, stabilité). Différents types de lasers, opérant en régime continu ou pulsé, couvrent aujourd'hui la majeure partie du spectre optique, allant des rayons X à l'infrarouge lointain. L'avènement des lasers à semi-conducteurs dans les années 70 de même que l'amélioration des propriétés des fibres optiques ont permis le développement des systèmes de communications par fibres optiques. Les lasers à semi-conducteurs, de petites dimensions ( $< 1 \text{ mm}^3$ ), peuvent maintenant être produits en grande quantité et à faible coût. Ceux-ci, d'abord fabriqués à des longueurs d'onde de 800 nm, ont été utilisés dans les systèmes de communications locales. Afin de transmettre sur de plus grandes distances, des diodes laser à  $1.3 \mu\text{m}$  ont ensuite été développées afin de tirer profit des moindres pertes et de la dispersion nulle de la fibre à cette longueur d'onde. Toutefois, à l'heure actuelle, des amplificateurs optiques opérant dans cette bande ne sont pas encore disponibles commercialement et une conversion électrique est nécessaire pour régénérer le signal. Les systèmes ont ensuite été développés à  $1.55 \mu\text{m}$ , là où l'atténuation de la fibre est la plus faible ( $\simeq 0.2 \text{ dB/km}$ ) et où des amplificateurs à fibre dopée à l'erbium sont disponibles. Ceux-ci permettent au signal optique de franchir des distances considérables (trans-océaniques).

Dans ces systèmes ne circule alors qu'une seule longueur d'onde. Beaucoup de fibres optiques sont déjà installées et la solution pour accroître la capacité de transmission consiste à augmenter le débit d'information et/ou utiliser le multiplexage en longueur d'onde. La

première solution est actuellement limitée à des débits de 10 Gb/s (voire 40 Gb/s) qui impliquent de sérieux défis technologiques. L'utilisation de plusieurs longueurs d'onde est donc privilégiée même si elle fait apparaître d'autres difficultés (contrôle des canaux, diaphonie, effets non linéaires, etc.). Les efforts actuels en vue d'augmenter la capacité de transmission sont dirigés dans les deux principaux axes suivants: l'accroissement de la bande spectrale de gain des milieux amplificateurs et la réduction de l'espacement inter-canal. D'une part, l'utilisation d'une fibre dopée à l'erbium plus longue dans les amplificateurs opérant traditionnellement dans la bande 1530-1560 nm (bande C) permet d'étendre la bande de gain entre 1560 et 1610 nm (bande L). Ces deux bandes peuvent également être couvertes par de nouveaux types de fibres au tellure (1520-1620 nm). De plus, des fibres dopées au praséodyme (1300 nm) ou au thulium (1470 nm) et des amplificateurs Raman donnent accès à de nouvelles plages spectrales.

D'autre part, l'espacement entre les canaux est maintenant typiquement de 100 ou 50 GHz avec des taux de 10 Gb/s. Bientôt des systèmes à 25 GHz d'écart entre canaux seront déployés quoique possiblement à des débits inférieurs. Dans le but d'assurer une certaine uniformité entre les fréquences des transmetteurs et celles des éléments sélectifs en longueurs d'onde utilisés pour l'aiguillage et le démultiplexage (précédant la détection), l'International Telecommunication Union a adopté une norme allouant des fréquences déterminées pour les canaux de communication [ITU98]. Ainsi, à l'instar du domaine radio et RF, le spectre optique a été divisé en une échelle de fréquences formée de multiples entiers de 50 GHz situés de part et d'autre de la fréquence de référence de 193.10 THz (1552.52 nm).

L'allocation de fréquences déterminées pour chacun des canaux impose un certain contrôle de la fréquence des transmetteurs (et des éléments sélectifs en longueurs d'onde) afin d'éviter le chevauchement spectral et la dégradation du taux d'erreur numérique [TET99]. De plus, les instruments de mesure tels que les lambdamètres, les analyseurs de spectre à transformée de Fourier et les analyseurs de spectre optique, utilisés pour tester et calibrer les composants doivent être calibrés avec une grande précision. Pour combler ce besoin, plusieurs travaux sur la stabilisation à long terme de la fréquence des diodes lasers ont été effectués autour de 1.55  $\mu\text{m}$ .

Dans le but d'offrir la meilleure référence de fréquence possible au domaine des télécommunications dans la bande de  $1.5 \mu\text{m}$ , nous nous sommes intéressés aux travaux publiés par Y. Millerieux *et al.* en 1994 démontrant qu'il est possible d'asservir la fréquence d'un laser à semi-conducteurs à  $778 \text{ nm}$  sur une transition à deux photons du rubidium [MIL94]. La fréquence de cette transition correspond au double de celle des lasers utilisés dans les systèmes de télécommunications optiques. Ce système relativement simple et compact présente une très grande stabilité de fréquence ( $3 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$  jusqu'à  $2000 \text{ s}$ ) dû à l'étroitesse des transitions à deux photons (environ  $500 \text{ kHz}$ ). Ces travaux furent précédés en 1993 par une mesure de la fréquence absolue par F. Nez. *et al.* à l'aide d'un laser titane-saphir, permettant d'obtenir une incertitude de  $\pm 8 \text{ kHz}$  ( $2.1 \times 10^{-11}$ ) pour la plupart des transitions  $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$  [NEZ93]. Par la suite, l'une de ces transitions fut mesurée à l'aide d'une chaîne de fréquence reliée à l'horloge au césium, réduisant l'incertitude à  $\pm 2 \text{ kHz}$  ( $5.2 \times 10^{-12}$ ) [TOU97], en faisant alors l'une des fréquences optiques les plus précises.

Nous avons entrepris de construire un étalon de fréquence bénéficiant des propriétés métrologiques formidables offertes par cette transition. À l'aide de la génération de deuxième harmonique, un étalon de fréquence à  $1556 \text{ nm}$  basé sur cette transition a été réalisé et fait l'objet de cette thèse. La description de l'étalon est suivie d'une mesure de sa fréquence absolue faite à l'aide d'une chaîne de fréquence reliée à l'horloge au césium. Ceci permet d'évaluer la fréquence absolue de la transition à deux photons du rubidium à  $778 \text{ nm}$ , ce qui en fait une deuxième mesure réalisée selon un chemin différent de celui utilisé par Touahri *et al.* [TOU97].

## Organisation de la thèse

Avant d'aborder la description de l'étalon lui-même, nous présentons brièvement les causes des fluctuations de fréquences des lasers à semi-conducteurs au chapitre 1. Nous y recensons également les différentes références de fréquences disponibles dans la bande de  $1.55 \mu\text{m}$ .



Au chapitre 2, nous présentons un modèle théorique permettant le calcul du profil spectral des raies d'absorption à deux photons utilisées pour l'asservissement de la fréquence de notre laser.

Le chapitre 3 décrit les sources optiques utilisées dans l'étalon de fréquence absolue. Celles-ci comprennent un laser à spectre étroit à 1556 nm et un laser à 778 nm contrôlé en fréquence par le signal de deuxième harmonique du laser à 1556 nm. Dans la première partie de ce chapitre, nous décrivons l'affinement du spectre de la source laser à 1556 nm au moyen du feedback optique provenant d'une cavité confocale hors-axe. Cet affinement est nécessaire étant donnée l'étroitesse des transitions à deux photons. Dans la seconde partie du chapitre, nous décrivons l'injection optique, par le signal de deuxième harmonique, du laser puissant à 778 nm utilisé pour l'interrogation des atomes. Cette étape est requise car la puissance de deuxième harmonique générée est trop faible pour permettre l'observation directe des transitions à deux photons. Enfin, les largeurs de raies des lasers à 1556 nm et 778 nm sont mesurées par hétérodyne entre deux systèmes identiques.

Le doublage de fréquence de la source à 1556 nm, nécessaire à l'injection du laser puissant à 778 nm, est traité au chapitre 4. Deux types de doubleurs de fréquence y sont étudiés. Le premier est un cristal de niobate de potassium ( $\text{KNbO}_3$ ) placé en cavité résonante. Bien que des transitions à deux photons aient été observées en utilisant ce doubleur de fréquence, ce système demeure encombrant et complexe. Dans le but de rendre notre étalon plus compact et transportable, un cristal de niobate de lithium ( $\text{LiNbO}_3$ ) à domaines périodiquement inversés (appelé parfois PPLN dans la suite<sup>1</sup>) a été développé en collaboration avec l'INO. Nous décrivons dans ce chapitre sa réalisation et sa caractérisation.

Le chapitre 5 est consacré à la description du montage complet de l'étalon, à l'observation des raies atomiques et à l'asservissement sur l'une d'elles. On y présente également la stabilité de fréquence obtenue.

Les effets systématiques qui influencent la fréquence du laser asservi sont présentés au chapitre 6 et la mesure de sa fréquence absolue au chapitre 7. Cette mesure a été réalisée au cours du mois de mai 1999 dans les laboratoires de l'Institut des Étalons Nationaux

---

<sup>1</sup> de l'anglais *Periodically Poled Lithium Niobate*.

de Mesure du CNRC à Ottawa. À cet effet, une chaîne de fréquence reliant notre étalon à 192.6 THz à l'horloge au césium à 9.1 GHz a été construite et sera présentée.

# CHAPITRE 1

## COMMANDE ET MESURE DE LA FRÉQUENCE DES SOURCES LASERS

Dans ce chapitre, nous verrons l'origine des principales causes des fluctuations de fréquence des lasers à semi-conducteurs. Nous passerons ensuite en revue les différentes références de fréquences disponibles pour la stabilisation dans la bande de  $1.55 \mu\text{m}$ . Enfin, nous terminerons en résumant les travaux réalisés utilisant la transition à deux photons, notamment ceux portant sur la mesure de la fréquence absolue.

### 1.1 Causes des fluctuations de fréquence des lasers à semi-conducteurs

Les lasers privilégiés dans le domaine des communications optiques sont les lasers DFB (Distributed FeedBack) qui présentent un caractère monomode, un courant de seuil faible (de l'ordre de 10 mA pour des lasers à multiples puits quantiques) et des puissances élevées (jusqu'à 70 mW). La longueur d'onde d'opération de ce type de lasers à semi-conducteurs est donnée approximativement par [AGR93]:

$$\lambda_L \simeq 2mn_{eff}\Lambda_g \quad (1.1)$$

où  $\Lambda_g$  et  $m$  sont la période et l'ordre du réseau de Bragg inscrit près de la zone active du laser et  $n_{eff}$  est l'indice effectif du mode guidé. Le réseau de Bragg est généralement utilisé à l'ordre 1.

#### 1.1.1 Effet du courant et de la température

La longueur d'onde d'émission du laser dépend de la température de la jonction laser et du courant d'opération. Lors d'un changement de température, le pas du réseau ainsi que l'indice de réfraction du matériau semi-conducteur changent, entraînant une variation de

$\lambda$  donnée par:

$$\left. \frac{d\lambda}{dT} \right|_{thermique} = 2\Lambda_g \frac{dn_{eff}}{dT} + 2n_{eff} \frac{d\Lambda_g}{dT} \quad (1.2)$$

La dérivée totale de l'indice de réfraction peut être développée selon:

$$\frac{dn_{eff}}{dT} = \left. \frac{\partial n_{eff}}{\partial T} \right|_{\lambda=\lambda_L} + \left. \frac{\partial n_{eff}}{\partial \lambda} \right|_{T=T_L} \frac{d\lambda}{dT} \quad (1.3)$$

où  $\lambda_L$  et  $T_L$  correspondent aux paramètres d'opération du laser. L'ordre de grandeur de  $\left. \frac{d\lambda}{dT} \right|_{thermique}$  est d'environ 0.12 nm/°C pour un DFB à 1.55  $\mu\text{m}$  [AKI82]. Dans un laser au-dessus du seuil, le nombre de porteurs  $n$  dans la zone active est essentiellement constant et égal à celui au seuil  $n_{th}$ , tous les porteurs excédentaires étant transformés en énergie lumineuse. Les pertes aux facettes ainsi que les recombinaisons non-radiatives déterminent le courant seuil. Celui-ci augmente avec la température. À un courant d'opération donné, un accroissement de température fait chuter la puissance optique et accroît le nombre de porteurs dans la zone active. Ceci entraîne une modification de l'indice de réfraction et de la longueur d'onde [par (1.1)]:

$$\left. \frac{d\lambda}{dT} \right|_{porteurs} = \left. \frac{d\lambda}{di} \right|_{porteurs} \frac{i}{T_o} \quad (1.4)$$

où  $T_o$  est la température caractéristique permettant de décrire de façon empirique la dépendance en température du courant de seuil du laser [AKI82]. Notons que le coefficient  $\left. \frac{d\lambda}{di} \right|_{porteurs}$  peut être évalué expérimentalement au-dessous du seuil. Ceci conduit à un coefficient  $\left. \frac{d\lambda}{dT} \right|_{porteurs}$  d'environ  $-0.02$  nm/°C. Ces deux contributions permettent d'obtenir la dépendance de la longueur d'onde d'émission du laser DFB en fonction de la température:

$$\left. \frac{d\lambda}{dT} \right|_{total} = \left. \frac{d\lambda}{dT} \right|_{thermique} + \left. \frac{d\lambda}{dT} \right|_{porteurs} \quad (1.5)$$

qui est de l'ordre de 0.1 nm/°C ( $-12.5$  GHz/°C).

En régime quasi-statique, l'effet du courant est principalement thermique. La puissance thermique  $P_Q$  générée par le courant d'injection est  $P_Q = V_j i + R_s i^2 - \eta_{ex}(i - i_{th})$  où  $V_j$  est la tension de jonction,  $R_s$  est la résistance des couches semi-conductrices et  $\eta_{ex}$  est l'efficacité quantique différentielle externe en W/A [COR94]. Le changement de tem-

pérature provoqué par un accroissement du courant peut être compensé partiellement par un asservissement de la température du support du laser. Le coefficient de changement de la longueur d'onde en fonction du courant d'injection est typiquement de l'ordre de  $0.01 \text{ nm/mA}$  ( $-1.25 \text{ GHz/mA}$ ).

La réponse d'un laser face aux changements du courant d'injection dépend bien évidemment de la fréquence des oscillations. Comme le montre la figure 1.1, la réponse FM d'un laser est dominée aux basses fréquences ( $< 1 \text{ MHz}$ ) par les effets thermiques du courant. Au-delà, le changement d'indice induit par les fluctuations du nombre de porteurs devient l'effet prédominant, avec une valeur maximale à la fréquence des oscillations de relaxation (quelques GHz). Le bruit de courant a donc une importance primordiale sur la pureté spectrale des diodes laser. Il est donc requis d'utiliser des sources de courant stables et peu bruyantes et d'assurer un asservissement adéquat de la température du laser. Les sources courant-température utilisées dans cette thèse sont des sources "maison" de bonne qualité conçues par B. Villeneuve, N. Cyr, M. Levesque, A. Michaud et S. Thériault [VIL90]. Le lecteur est invité à consulter la thèse de J. F. Cliche où est présentée la modélisation de la réponse FM des lasers DFB aux fréquences inférieures à  $1 \text{ MHz}$  ainsi qu'une revue de la littérature à ce sujet [CLI99].

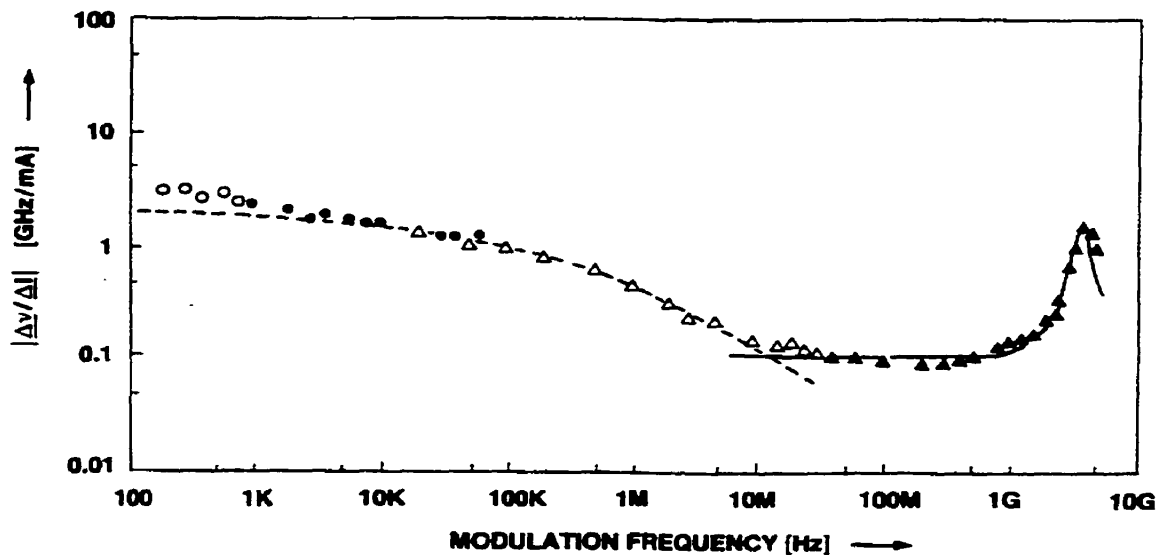


Figure 1.1: Réponse de la modulation FM pour un laser de type Fabry-Pérot en AlGaAs (d'après [KOB82]).

### 1.1.2 Vieillessement

Après leur fabrication, il est observé que la longueur d'onde des lasers varie selon la forme  $\lambda_{t=0} + \Delta\lambda(1 - e^{-t/\tau})$  qui converge de façon asymptotique vers  $\lambda_{t=0} + \Delta\lambda$ . Afin d'atteindre plus rapidement cet état, les lasers subissent un vieillissement accéléré par un chauffage pendant plusieurs centaines ou milliers d'heures à une température variant entre 50 et 100°C. Malgré ce traitement, les structures des lasers à semi-conducteurs restent sujettes à un certain degré de vieillissement. La diffusion des dopants entre les différentes couches de matériaux semi-conducteurs de même que la dégradation des surfaces souvent revêtues de couches anti-reflet ou de réflectivité spécifique, sont responsables des changements de longueur d'onde observés. Des études publiées en 1994 montrent des variations de longueur d'onde variant d'environ 1.25 GHz/an (0.01 nm/an) [VOD94] jusqu'à environ  $\pm 50$  GHz ( $\mp 0.4$  nm) sur 25 ans [CHU94].

## 1.2 Références de fréquences à 1.5 $\mu\text{m}$

Pour un laser donné, il est possible de dresser une table de correspondance température-courant-longueur d'onde. Cependant, cette table risque fort bien de changer le long de la durée de vie du laser à semi-conducteurs. Une telle caractérisation est encore moins adéquate pour l'étalonnage d'instruments. C'est pourquoi l'emploi de références atomiques ou moléculaires est nécessaire afin d'attribuer un caractère absolu à la fréquence d'une source optique.

Les transitions atomiques ou moléculaires sont des références de fréquence très intéressantes puisqu'elles dépendent généralement très peu des paramètres environnementaux en comparaison des lasers à stabiliser. Le tableau 1.1 présente les résonances disponibles (à partir du niveau fondamental) à 1.5  $\mu\text{m}$  pour la stabilisation de diodes laser. Un tableau plus exhaustif, incluant les transitions observables par effet opto-galvanique dans les gaz rares et les transitions à 1529 nm du Rb pompé optiquement, est présenté dans [TET98].

### 1.2.1 Références moléculaires

L'acétylène ( $C_2H_2$ ,  $C_2HD$ ) et l'acide cyanhydrique (HCN) présentent un spectre de raies très riche entre 1510 et 1565 nm. Cette abondance de raies peut rendre l'identification délicate et a conduit au développement de techniques de reconnaissance automatique [CLI99]. En absorption linéaire, les raies présentent des largeurs d'environ 600 MHz, mais elles peuvent être observées en absorption saturée en plaçant la cellule en cavité et à faible pression (quelques dizaines de mTorr comparativement à des dizaines de Torr en absorption linéaire) [LAB94], ce qui conduit alors à des largeurs de raie d'environ 1 MHz. La stabilité de fréquence obtenue par asservissement sur ces raies d'absorption saturée est excellente, l'écart type d'Allan  $\sigma_y^{batt}(2, \tau)$  étant d'environ  $8 \times 10^{-12} \tau^{-1/2}$  jusqu'à 1000 secondes [ONA99].

La fréquence absolue de la plupart des raies de l'acétylène  $^{12}C_2H_2$  et  $^{13}C_2H_2$  est connue à  $\pm 100$  kHz [NAK96]. En effet, l'utilisation de la transition à deux photons du rubidium à 778 nm et du doublage de fréquence a permis de mesurer la fréquence absolue de la transition  $P(27)$  de HCN avec une incertitude d'environ  $5 \times 10^{-10}$  [AWA95]. Un générateur de peigne de fréquence optique a ensuite été utilisé pour mesurer la fréquence des résonances de l'acétylène.

Des transitions ont également été observées en absorption linéaire dans HI [BER93]. Mentionnons que cette molécule est plus difficile d'emploi que l'acétylène car elle doit être protégée des radiations visibles qui la dissocient.

### 1.2.2 Références atomiques

Des transitions atomiques à partir du niveau fondamental peuvent également servir à asservir des lasers dans la bande de 1550 nm en utilisant la génération de deuxième harmonique. À ce titre, des raies d'absorption saturée ont été observées dans le potassium à 770 nm (raie  $D_1$ ) et le rubidium à 780 nm (raie  $D_2$ ) à l'aide du doublage de fréquence de lasers à 1.5  $\mu m$  [POU97a, WAN94]. Particulièrement, l'asservissement d'un laser à 1560 nm sur une raie d'absorption saturée du rubidium a été réalisé par Mahal *et al.* en utilisant un guide d'onde fabriqué sur un cristal PPLN [MAH96]. Ces raies possèdent une largeur naturelle d'environ 6 MHz à 780 nm.

Des transitions beaucoup plus étroites sont offertes à 778 nm par absorption à deux photons sans effet Doppler. La largeur naturelle théorique de celles-ci est d'environ 300 kHz (à 778 nm), soit 150 kHz du point de vue d'un laser opérant à 1556 nm, ce qui est approximativement six fois plus étroit que celles de l'acétylène en absorption saturée. La stabilité de fréquence obtenue par l'utilisation de ces transitions est de  $3 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ , soit 10 fois mieux qu'un laser He-Ne asservi sur l'iode à 633 nm [MIL94]. Ces transitions ont été utilisées à 1556 nm par Zhu *et al.* pour réaliser un étalon de fréquence à 1556 nm [ZHU97]. La deuxième harmonique, générée dans un cristal de  $\text{KNbO}_3$  placé en cavité, est comparée au signal optique d'un laser à 778 nm asservi sur la transition à deux photons. L'asservissement est réalisé au moyen d'une boucle de phase. La stabilité de fréquence de cet étalon n'a cependant pas été mesurée.

Gaz	$f$ [THz]	$\lambda_{\text{vide}}$ [nm]	Incertitude relative	Mesuré par (Nbre de raies)	Obs. sub- Doppler
$^{12}\text{C}_2\text{HD}$	195.2 - 198.3	1512.7 - 1535.5	$3 \times 10^{-6}$	LAT94 (50)	—
$^{12}\text{C}_2\text{H}_2$	194.9 - 197.7	1516.0 - 1538.0	$7.6 \times 10^{-10}$	NAK96* (36)	NAK95
$^{13}\text{C}_2\text{H}_2$	193.2 - 196.9	1522.3 - 1551.6	$5 \times 10^{-10}$	NAK96* (54)	LAB94
$\text{H}^{12}\text{C}^{14}\text{N}$	192.6 - 197.5	1517.8 - 1556.4	$5 \times 10^{-7}$	SAS88 (57)	LAB95
	191.5 - 192.1	1560.4 - 1565.6	$7.7 \times 10^{-8}$	SAS90 (6)	—
	192.622 446 9	1556.373 428	$5 \times 10^{-10}$	AWA95*	LAB95
HI	188.1 - 195.4	1533.7 - 1593.9	$1 \times 10^{-6}$	BER93 (21)	—
K	194.64280	1540.2186	—	—	WAN94 <sup>†</sup>
$^{87}\text{Rb}$	192.113 990 939	1560.492 583 26	$1.4 \times 10^{-11}$	YE96*	LAT95 <sup>†</sup>
$^{85-87}\text{Rb}$	192.620 - 192.644	1556.20 - 1556.39	$2 \times 10^{-11}$	NEZ93* (32)	NEZ93, ZHU97 <sup>†</sup>
$^{85}\text{Rb}$	192.642 571 189	1556.210 842 441	$5.2 \times 10^{-12}$	TOU97*	NEZ93
$^{87}\text{Rb}$	192.642 283 185	1556.213 169 007	$3.9 \times 10^{-12}$	BER00* <sup>†</sup> , cette thèse* <sup>†</sup>	NEZ93, ZHU97 <sup>†</sup>

Tableau 1.1: Références atomiques et moléculaires utilisées dans la bande de  $1.5 \mu\text{m}$ . L'astérisque indique qu'il s'agit de raies sub-Doppler, <sup>†</sup> indique l'observation via la génération de deuxième harmonique.



### 1.3 Mesure de la fréquence absolue

La fréquence est le nombre de cycles d'un phénomène pendant la durée d'une seconde. La seconde est, par définition<sup>1</sup>, le temps de 9 192 631 770 périodes de la transition entre les niveaux hyperfins du niveau fondamental de l'atome de césium. Les fréquences optiques étant trop élevées pour être comptées directement, c'est par comparaison avec un laser de fréquence connue qu'elles sont mesurées de façon absolue. Le laser de comparaison est généralement asservi en phase sur une harmonique d'un oscillateur oscillant à plus basse fréquence, formant ainsi un maillon d'une chaîne reliée en cascade à l'horloge à césium. En pratique, certains des maillons peuvent avoir été indépendamment mesurés de façon absolue au préalable et l'asservissement en phase remplacé par un compteur de fréquence.

La notion de fréquence absolue joue un rôle important à plusieurs points de vue. Entre autres, en mesurant la fréquence absolue des transitions de l'atome d'hydrogène, la valeur de la constante de Rydberg a été obtenue avec une incertitude de  $7.7 \times 10^{-12}$  [SCH99]. Cette constante fondamentale de la physique permet de tester certains modèles théoriques fondamentaux.

Aussi, un laser de fréquence absolue est nécessaire pour la mesure de la longueur. Le mètre peut être réalisé par l'intermédiaire de la longueur d'onde (dans le vide) d'une onde électromagnétique de fréquence  $f$  en utilisant la relation  $\lambda = c/f$  où  $c = 299\,792\,458$  m/s est, par définition<sup>2</sup>, la vitesse de la lumière dans le vide. Un certain nombre de transitions atomiques sur lesquelles peuvent être asservies des sources laser ont déjà été recommandées par le Comité international des poids et mesures de Paris pour la réalisation pratique de la définition du mètre [QUI99]. Les transitions à deux photons du rubidium à 778 nm font partie des transitions recommandées.

Enfin, la notion de fréquence absolue permet d'assurer une définition de la mesure du temps et de la longueur commune à tous.

---

<sup>1</sup> Adoptée en 1967 par la 13e Conférence générale des poids et mesures.

<sup>2</sup> Résolution adoptée en 1983 à la Conférence générale des poids et mesures.

# CHAPITRE 2

## LA TRANSITION À DEUX PHOTONS DU RUBIDIUM À 778 NM: THÉORIE

Dans ce chapitre, nous décrivons le processus d'absorption à deux photons d'un point de vue théorique. Le développement est fait en utilisant la matrice densité. Le modèle est semi-classique: seul le caractère quantique de l'atome est considéré alors que le champ électromagnétique est traité de façon classique. La nature vectorielle des champs est prise en considération. Notons que la théorie de l'absorption à deux photons suivant un développement différent est présentée dans [CAG73].

### 2.1 Principe de l'absorption à deux photons sans effet Doppler

L'absorption à deux photons sans effet Doppler est observée lorsqu'un atome interagit avec deux ondes de fréquence  $\omega$  de même direction mais de sens de propagation opposés (vecteurs d'onde  $\vec{k}_+$  et  $\vec{k}_-$ , voir fig. 2.1). Dans ce cas, la fréquence de l'onde  $\xi_+$  vue par un atome dans son référentiel est  $\omega_+ = \omega - \vec{k}_+ \cdot \vec{V} = \omega - kV_z$  et celle de l'onde  $\xi_-$  est  $\omega_- = \omega - \vec{k}_- \cdot \vec{V} = \omega + kV_z$ . Lorsque l'atome absorbe deux photons, il passe du niveau fondamental  $g$  au niveau excité  $b$  et la conservation de l'énergie s'écrit:

$$E_b - E_g = \hbar\omega\left(1 + \frac{V_z}{c}\right) + \hbar\omega\left(1 - \frac{V_z}{c}\right) = 2\hbar\omega$$

La condition de résonance est donc indépendante de la vitesse de l'atome. Ainsi tous les atomes contribuent au processus d'absorption à deux photons. L'effet Doppler étant compensé, il sera donc possible d'observer un profil de raie possédant la largeur naturelle correspondant à la durée de vie du niveau excité.

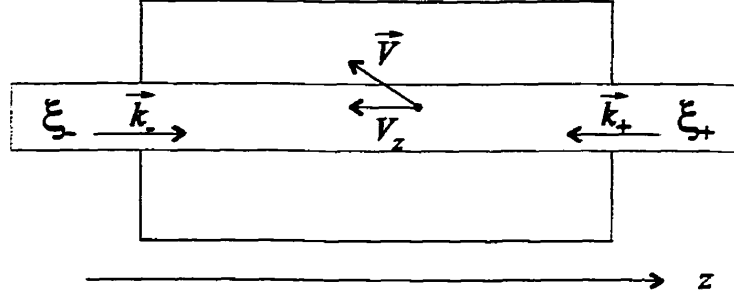


Figure 2.1: Configuration utilisée pour l'absorption à deux photons sans effet Doppler.

## 2.2 Niveaux d'énergie considérés

Nous considérons trois niveaux hyperfins  $g$ ,  $e$  et  $b$  possédant chacun une structure Zeeman (voir figure 2.2). Les sous-niveaux Zeeman sont dégénérés en l'absence de champ magnétique.  $\Gamma_e$  et  $\Gamma_b$  sont les taux d'émission spontanée totaux des niveaux  $e$  et  $b$  respectivement alors que  $\Gamma_{eg}$  et  $\Gamma_{be}$  sont les taux d'émission spontanée partiels des transitions  $e \rightarrow g$  et  $b \rightarrow e$  respectivement.  $\omega_{eg}$  et  $\omega_{be}$  représentent les pulsations des transitions  $g \leftrightarrow e$  et  $e \leftrightarrow b$  et  $\omega$  est la pulsation du faisceau laser. Enfin, nous avons  $\Delta\omega_\lambda = \frac{\omega_{be} - \omega_{eg}}{2}$ . Notons que  $\Delta\omega_\lambda = \omega - \omega_{eg} = \omega_{be} - \omega$  à résonance. Comme nous le verrons plus loin, l'absorption à deux photons est grandement accrue par la présence du niveau intermédiaire  $e$  en quasi-résonance avec l'onde excitatrice.

## 2.3 Hypothèses posées pour le calcul

Dans la suite, nous posons les hypothèses suivantes:

- $\Delta\omega_\lambda \gg \Gamma_{eg}, \Gamma_{be}, ku$ , où  $ku$  est la largeur Doppler<sup>1</sup>. Ceci signifie que la largeur naturelle des transitions à un photon entre les niveaux  $b$  et  $e$  ainsi qu'entre  $g$  et  $e$ , de même que la largeur Doppler sont petites devant  $\Delta\omega_\lambda$ . Ces conditions nous assurent que l'absorption à un photon sera négligeable,

<sup>1</sup>  $u$  est la vitesse la plus probable des atomes.

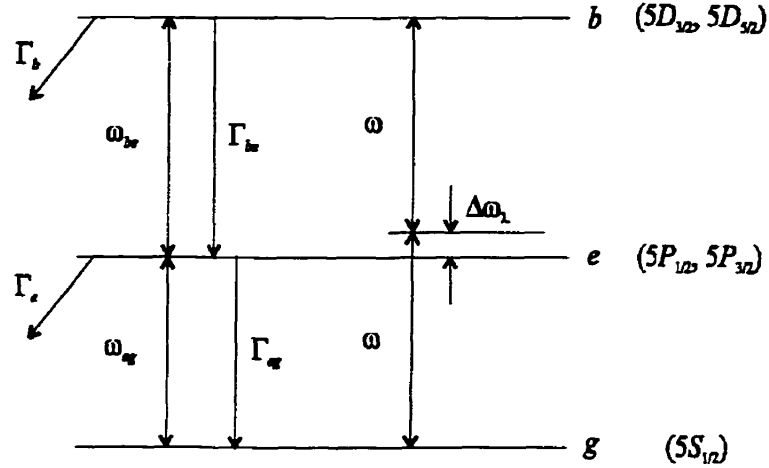


Figure 2.2: Diagramme des niveaux d'énergie considérés.

- nous assumons qu'en régime stationnaire, le niveau fondamental n'est pas dépeuplé par l'onde excitatrice, *i.e.* la population du niveau fondamental est pratiquement celle correspondant à l'équilibre thermodynamique.
- le terme d'interaction considéré s'écrit  $V(z, t) = -\vec{D} \cdot \vec{E}(z, t)$  où  $\vec{D}$  est l'opérateur moment dipolaire électrique de l'atome et  $\vec{E}(z, t)$ , le champ électrique de l'onde optique. Nous considérons que l'atome ne possède pas de moment dipolaire permanent ( $\langle a | \vec{D} | a \rangle = 0$  avec  $a = g, e$  et  $b$ ) et qu'aucune transition à un photon n'est permise entre les niveaux  $g$  et  $b$  ( $\langle b | \vec{D} | g \rangle = 0$ ),
- les cohérences hyperfines ne sont pas excitées. Ceci nous permet de ne considérer qu'une seule transition  $F_g \rightarrow F_b$  à la fois,
- les ondes en contrepropagation sont colinéaires et monochromatiques. Elles possèdent la même fréquence, de sorte que  $\vec{k}_- = -\vec{k}_+ = \vec{k}$ ,
- le rayon du faisceau  $w$  est supposé suffisamment grand pour que l'effet du temps de transit puisse être négligé, *i.e.*  $w \gg \frac{(\ln 2)w}{2\pi\Delta\nu_L}$  où  $\Delta\nu_L$  est la pleine largeur à mi-hauteur de la raie d'absorption à deux photons sans effet Doppler.
- le champ magnétique dans la cellule est supposé nul, *i.e.* les sous-niveaux Zeeman sont dégénérés.

## 2.4 Expression du champ électrique

Le champ électrique  $\vec{E}(z, t)$  vu par l'atome est constitué de la superposition des deux ondes en contrepropagation:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{\xi}(z)e^{i\omega t} + \vec{\xi}^*(z)e^{-i\omega t} = (\vec{\xi}_+(z) + \vec{\xi}_-(z))e^{i\omega t} + c.c. \quad (2.1)$$

avec

$$\vec{\xi}_+(z) = \vec{\xi}_+ e^{ikz} = \xi_+ e^{ikz} \hat{e}_\lambda^* \quad (2.2)$$

$$\vec{\xi}_-(z) = \vec{\xi}_- e^{-ikz} = \xi_- e^{-ikz} \hat{e}_\gamma^* \quad (2.3)$$

où  $\hat{e}_\gamma^*$  et  $\hat{e}_\lambda^*$  sont les vecteurs polarisation des ondes aller et retour respectivement.

Le champ total s'écrit alors:

$$\vec{E}(z, t) = (\xi_+ e^{ikz} e^{i\omega t} \hat{e}_\lambda^* + \xi_- e^{-ikz} e^{i\omega t} \hat{e}_\gamma^*) + c.c. \quad (2.4)$$

## 2.5 Matrice densité et équations d'évolution

L'évolution de la matrice densité  $\sigma(z, t)$  d'un élément de volume en un point de la vapeur atomique sous l'action du champ de l'onde optique s'écrit [HAR72]:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -v \frac{\partial \sigma}{\partial z} + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)_{e.s.} - \frac{i}{\hbar} [H_A, \sigma]_{libre} - \frac{i}{\hbar} [V(z, t), \sigma] \quad (2.5)$$

où  $v = v_z$ . Le premier terme du membre de droite provient du développement de la dérivée totale  $\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + v \frac{\partial \sigma}{\partial z}$ . Le deuxième terme traduit la contribution de l'émission spontanée, le troisième est le terme d'évolution libre (sans couplage avec le champ) et le dernier décrit l'interaction avec le champ électrique de l'onde optique. Cette équation gouverne donc l'évolution de la matrice densité pour une classe de vitesse donnée. Pour obtenir l'état global de la vapeur atomique, il suffira d'intégrer la matrice densité sur le profil de vitesse et sur le volume occupé par tous les atomes en interaction avec le champ.

Le terme d'évolution libre peut être développé selon les énergies propres de l'atome:

$$-\frac{i}{\hbar} [H_A, \sigma]_{ij} = i\omega_{ji} \sigma_{ij} \quad \text{avec} \quad \omega_{ji} = \frac{E_j - E_i}{\hbar}$$

Les termes d'émission spontanée se détaillent de la façon suivante pour les populations (et les cohérences Zeeman):

$$\dot{\sigma}_g = \sum_j \Gamma_{jg} \sigma_j \quad (2.6a)$$

$$\dot{\sigma}_e = -\Gamma_e \sigma_e + \sum_j \Gamma_{je} \sigma_j \quad (2.6b)$$

$$\dot{\sigma}_b = -\Gamma_b \sigma_b \quad (2.6c)$$

où la somme sur  $j$  se fait sur tous les niveaux Zeeman du niveau hyperfin  $e$  (resp.  $b$ ) dans l'équ. (2.6a) (resp. (2.6b))<sup>1</sup>. Pour les cohérences optiques, nous avons [COH88]:

$$\dot{\sigma}_{eb} = -\gamma_{eb} \sigma_{eb} = -\frac{\Gamma_e + \Gamma_b}{2} \sigma_{eb} \quad (2.7a)$$

$$\dot{\sigma}_{ge} = -\gamma_{ge} \sigma_{ge} = -\frac{\Gamma_e}{2} \sigma_{ge} \quad (2.7b)$$

$$\dot{\sigma}_{gb} = -\gamma_{gb} \sigma_{gb} = -\frac{\Gamma_b}{2} \sigma_{gb} \quad (2.7c)$$

Afin d'exprimer le terme d'interaction, nous nous placerons dans un premier temps en représentation d'interaction par rapport à  $H_A$ , ce qui nous permettra d'éliminer les termes anti-résonants. Dans cette représentation, le terme d'interaction avec le champ est:

$$\tilde{V} = -\tilde{D}(t) \cdot \tilde{E}(z, t) \quad (2.8)$$

où  $\tilde{D}(t)$  est le moment dipolaire de la vapeur atomique. Le signe  $\sim$  indique que l'opérateur dipôle contient la dépendance temporelle à la fréquence naturelle d'oscillation.

Détaillons l'expression de  $\tilde{D}(t)$  en insérant la relation de fermeture de part et d'autre:

$$\tilde{D}(t) = (P_g + P_e + P_b) \tilde{D}(t) (P_g + P_e + P_b) \quad (2.9)$$

où  $P_i = \sum_{m_i} |F_i m_i\rangle \langle F_i m_i|$  est le projecteur sur le sous-espace associé au niveau hyperfin  $F_i$  considéré<sup>2</sup>. Comme les atomes ne possèdent pas de dipôle permanent, on a  $P_i \tilde{D}(t) P_i = 0$ . De plus, la transition à un photon n'est pas permise entre les niveaux  $g$  et  $b$  d'où  $P_g \tilde{D}(t) P_b = P_b \tilde{D}(t) P_g = 0$ . L'équation (2.9) se réduit alors à:

$$\tilde{D}(t) = \tilde{D}_{ge}(t) + \tilde{D}_{eg}(t) + \tilde{D}_{eb}(t) + \tilde{D}_{be}(t)$$

<sup>1</sup> Dans le calcul final, la somme doit être étendue à tous les différents niveaux hyperfins.

<sup>2</sup>  $P_e$  est plus justement le projecteur sur tous les niveaux intermédiaires de l'atome. Il faut en principe sommer sur  $J_e, F_e$  en plus de  $m_e$ . Nous utiliserons ce projecteur aux sections 2.7.2 et 2.7.3.

Les matrices  $\tilde{D}_{ij}(t) = P_i \tilde{D}(t) P_j$  sont de même dimension que  $\tilde{D}(t)$  et représentent les restrictions de l'opérateur matriciel  $\tilde{D}(t)$  aux sous-espaces  $ij$ . La relation entre  $\tilde{D}(t)$  et  $\bar{D}(t)$ , l'opérateur moment dipolaire électrique en représentation de Schrödinger est [CYR90, p. II.22]:

$$\tilde{D} = e^{\frac{i}{\hbar} H_A t} \bar{D} e^{-\frac{i}{\hbar} H_A t} = e^{\frac{i}{\hbar} H_A t} (\bar{D}_{ge} + \bar{D}_{eg} + \bar{D}_{be} + \bar{D}_{eb}) e^{-\frac{i}{\hbar} H_A t}$$

où  $H_A$  est l'hamiltonien de l'atome non perturbé. Pour le premier terme, nous avons:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{ge} &= e^{\frac{i}{\hbar} H_A t} \bar{D}_{ge} e^{-\frac{i}{\hbar} H_A t} = e^{\frac{i}{\hbar} H_A t} P_g \bar{D} P_e e^{-\frac{i}{\hbar} H_A t} \\ &= e^{\frac{i}{\hbar} E_g t} \bar{D}_{ge} e^{-\frac{i}{\hbar} E_e t} = \bar{D}_{ge} e^{-i\omega_{eg} t} \end{aligned}$$

et on obtient finalement pour  $\tilde{D}$ :

$$\tilde{D}(t) = \bar{D}_{ge} e^{-i\omega_{eg} t} + \bar{D}_{eg} e^{i\omega_{eg} t} + \bar{D}_{be} e^{i\omega_{be} t} + \bar{D}_{eb} e^{-i\omega_{be} t}$$

On utilise ensuite cette expression de  $\tilde{D}$  dans l'équation (2.8) et, après élimination des termes anti-résonants (oscillant à  $\omega + \omega_{eg}$ ,  $\omega + \omega_{be}, \dots$ ), on obtient:

$$\tilde{V}(z, t) = -\vec{\xi}(z) e^{i\omega t} \cdot \left( \bar{D}_{ge} e^{-i\omega_{eg} t} + \bar{D}_{eb} e^{-i\omega_{be} t} \right) - \vec{\xi}^*(z) e^{-i\omega t} \cdot \left( \bar{D}_{eg} e^{i\omega_{eg} t} + \bar{D}_{be} e^{i\omega_{be} t} \right)$$

Si on revient en notation de Schrödinger, le terme  $\vec{\xi}(z) \cdot \bar{D}_{ge} e^{i(\omega - \omega_{eg})t}$  devient:

$$e^{-\frac{i}{\hbar} H_A t} \left( \vec{\xi}(z) \cdot \bar{D}_{ge} e^{i(\omega - \omega_{eg})t} \right) e^{\frac{i}{\hbar} H_A t} = \vec{\xi}(z) e^{i\omega t} \cdot \bar{D}_{ge}$$

Alors, on a pour  $V(z, t)$ :

$$\begin{aligned} V(z, t) &= -\vec{\xi}(z) e^{i\omega t} \cdot (\bar{D}_{ge} + \bar{D}_{eb}) - \vec{\xi}^*(z) e^{-i\omega t} \cdot (\bar{D}_{eg} + \bar{D}_{be}) \\ &= -\left( \vec{\xi}(z) e^{i\omega t} \cdot (\bar{D}_{ge} + \bar{D}_{eb}) + c.h. \right) \end{aligned}$$

où  $c.h.$  est le conjugué hermitique.

### 2.5.1 Contribution du terme d'interaction à l'équation d'évolution de la matrice densité

Le développement du terme d'interaction s'effectue pour les populations en utilisant:

$$(\dot{\sigma}_k)_{int} = -\frac{i}{\hbar} (P_k [V(z, t), \sigma] P_k) \quad k = g, e, b$$

Après développement, l'évolution des populations peut être exprimée comme suit:

$$(\dot{\sigma}_g)_{int} = \frac{i}{\hbar} \left( e^{i\omega t} \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} \sigma_{eg} - e^{-i\omega t} \sigma_{ge} \vec{\xi}^*(z) \cdot \vec{D}_{eg} \right) \quad (2.10a)$$

$$(\dot{\sigma}_e)_{int} = \frac{i}{\hbar} \left[ e^{i\omega t} \left( \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eb} \sigma_{be} - \sigma_{eg} \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} \right) + e^{-i\omega t} \left( \vec{\xi}^*(z) \cdot \vec{D}_{eg} \sigma_{ge} - \sigma_{eb} \vec{\xi}^*(z) \cdot \vec{D}_{be} \right) \right] \quad (2.10b)$$

$$(\dot{\sigma}_b)_{int} = \frac{i}{\hbar} \left[ \left( e^{-i\omega t} \vec{\xi}^*(z) \cdot \vec{D}_{be} \sigma_{eb} - e^{i\omega t} \sigma_{be} \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eb} \right) \right] \quad (2.10c)$$

Pour les cohérences, la contribution du terme d'interaction s'écrit:

$$(\dot{\sigma}_{ge})_{int} = \frac{i}{\hbar} \left[ e^{i\omega t} \left( \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} \sigma_e - \sigma_g \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} \right) - e^{-i\omega t} \sigma_{gb} \vec{\xi}^*(z) \cdot \vec{D}_{be} \right] \quad (2.11a)$$

$$(\dot{\sigma}_{eb})_{int} = \frac{i}{\hbar} \left[ e^{i\omega t} \left( \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eb} \sigma_b - \sigma_e \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eb} \right) + e^{-i\omega t} \vec{\xi}^*(z) \cdot \vec{D}_{eg} \sigma_{gb} \right] \quad (2.11b)$$

$$(\dot{\sigma}_{gb})_{int} = \frac{i}{\hbar} e^{i\omega t} \left( \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} \sigma_{eb} - \sigma_{ge} \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eb} \right) \quad (2.11c)$$

Le terme d'interaction est un terme source dans l'équation d'évolution de la matrice densité (2.5) et entraîne l'oscillation des cohérences optiques. Ainsi  $\sigma_{ge}$  et  $\sigma_{eb}$  oscilleront à  $\omega$  tandis que  $\sigma_{gb}$  oscillera à  $2\omega$ . Elles peuvent être écrites sous la forme suivante:

$$\sigma_{ge}(z, t) = \delta_{ge}(z, t) e^{i\omega t} \quad (2.12a)$$

$$\sigma_{eb}(z, t) = \delta_{eb}(z, t) e^{i\omega t} \quad (2.12b)$$

$$\sigma_{gb}(z, t) = \delta_{gb}(z, t) e^{2i\omega t} \quad (2.12c)$$

où  $\delta_{ij}$  sont des fonctions variant lentement sur une période d'un cycle de l'onde optique ( $2\pi/\omega$ ) et sont constantes en régime stationnaire.

### 2.5.2 Équations d'évolution complètes pour chaque terme de la matrice densité

En utilisant l'équation (2.5), dans laquelle on substitue les expressions (2.6) et (2.10) pour les termes d'émission spontanée et d'interaction respectivement et en utilisant le



fait que<sup>1</sup>  $\sigma_{ij}(z, t) = \sigma_{ji}^\dagger(z, t)$ , nous obtenons pour les populations:

$$\dot{\sigma}_g = -v \frac{\partial \sigma_g}{\partial z} + \sum_j \Gamma_{jg} \sigma_j + \left[ \frac{i}{\hbar} \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} \delta_{ge}^\dagger + c.h. \right] \quad (2.13a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_e = -v \frac{\partial \sigma_e}{\partial z} + \left( -\Gamma_e \sigma_e + \sum_i \Gamma_{ie} \sigma_i \right) \\ + \left[ \frac{i}{\hbar} \left( \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eb} \delta_{eb}^\dagger - \delta_{ge}^\dagger \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} \right) + c.h. \right] \end{aligned} \quad (2.13b)$$

$$\dot{\sigma}_b = -v \frac{\partial \sigma_b}{\partial z} - \Gamma_b \sigma_b + \left[ \frac{i}{\hbar} \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{be} \delta_{eb} + c.h. \right] \quad (2.13c)$$

De même, pour les cohérences [en utilisant (2.7), (2.11) et (2.12) dans l'équation d'évolution de la matrice densité (2.5)], on obtient trois équations d'évolution temporelle pour les  $\delta_{ij}$ , soit:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{ge} = -v \frac{\partial \delta_{ge}}{\partial z} - [\gamma_{ge} + i\Delta\omega_{eg}] \delta_{ge} \\ + \frac{i}{\hbar} \left[ \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} \sigma_e - \sigma_g \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} - \delta_{gb} \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{be} \right] \end{aligned} \quad (2.14a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{eb} = -v \frac{\partial \delta_{eb}}{\partial z} - [\gamma_{eb} + i\Delta\omega_{be}] \delta_{eb} \\ + \frac{i}{\hbar} \left[ \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eb} \sigma_b - \sigma_e \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eb} + \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eg} \delta_{gb} \right] \end{aligned} \quad (2.14b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{gb} = -v \frac{\partial \delta_{gb}}{\partial z} - [\gamma_{gb} + 2i\Delta\omega_o] \delta_{gb} \\ + \frac{i}{\hbar} \left[ \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{ge} \delta_{eb} - \delta_{ge} \vec{\xi}(z) \cdot \vec{D}_{eb} \right] \end{aligned} \quad (2.14c)$$

dans lesquelles nous avons défini:

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{eg} &= \omega - \omega_{eg} \\ \Delta\omega_{be} &= \omega - \omega_{be} \\ \Delta\omega_o &= \omega - \frac{\omega_{gb}}{2} \end{aligned}$$

On remarque que  $\Delta\omega_{eg} + \Delta\omega_{be} = 2\Delta\omega_o$ .

---

<sup>1</sup> † représente le conjugué hermitique.

## 2.6 Recherche des solutions en régime stationnaire

Nous cherchons maintenant à déterminer la population du niveau excité en régime stationnaire ( $\partial/\partial t = 0$ ). Celle-ci est faible puisque par hypothèse, nous considérons que l'effet des faisceaux optiques sur la population du niveau fondamental est négligeable. La matrice densité de la vapeur atomique peut donc être développée au moyen d'un traitement perturbatif et s'écrire:

$$\sigma = \sigma^{(0)} + \sigma^{(1)} + \dots + \sigma^{(n)}$$

où  $\sigma^{(n)}$  est la correction d'ordre  $n$  à la matrice densité à l'équilibre thermique. Le terme d'interaction  $V = -\vec{E} \cdot \vec{D}$  constitue la perturbation. La solution à l'ordre  $n$  s'obtient alors de la solution trouvée à l'ordre  $n - 1$  par:

$$v \frac{\partial \sigma^{(n)}}{\partial z} - \left( \frac{\partial \sigma^{(n)}}{\partial t} \right)_{e.s.} + \frac{i}{\hbar} [H_A, \sigma^{(n)}]_{libre} = -\frac{i}{\hbar} [V(z, t), \sigma^{(n-1)}] \quad (2.15)$$

### 2.6.1 Forme des solutions

Le point de départ en vue d'obtenir la population de l'état excité  $\sigma_b$  est la matrice densité à l'ordre 0, *i.e.* non perturbée par le champ. On a alors  $\sigma^{(0)} = \sigma_g$ . En insérant celle-ci dans l'équation (2.15) et en observant la structure des équations (2.13) et (2.16), nous voyons que cette population n'engendrera à l'ordre 1 qu'un seul terme correctif,  $\delta_{ge}$ . La forme de l'équation différentielle pour  $\delta_{ge}$  [équation (2.14a)] ainsi que la forme du champ électrique [équation (2.1)] dictent une dépendance en  $z$  comprenant des termes en  $e^{\pm ikz}$ . Par la suite,  $\delta_{ge}$  est insérée dans le terme d'interaction pour obtenir la correction à la matrice densité à l'ordre 2. Les termes modifiés à cet ordre sont  $\sigma_g$ ,  $\sigma_e$  et  $\delta_{gb}$ . D'après la forme de la solution posée pour  $\delta_{ge}$  (en  $e^{\pm ikz}$ ) et le champ électrique (en  $e^{\pm ikz}$ ), ces termes doivent posséder une dépendance en  $z$  contenant un terme constant et d'autres en  $e^{\pm 2ikz}$ . La procédure est ainsi répétée jusqu'à l'ordre 4 où la population  $\sigma_b$  apparaît.

La figure 2.3 présente les termes de correction à la matrice densité apparaissant à chaque ordre de perturbation de même que la dépendance selon  $z$  dictée par la structure des équations. Les flèches grasses pointent les restrictions de la matrice densité que nous aurons à calculer dans les prochaines sections afin d'obtenir  $\sigma_b$ .

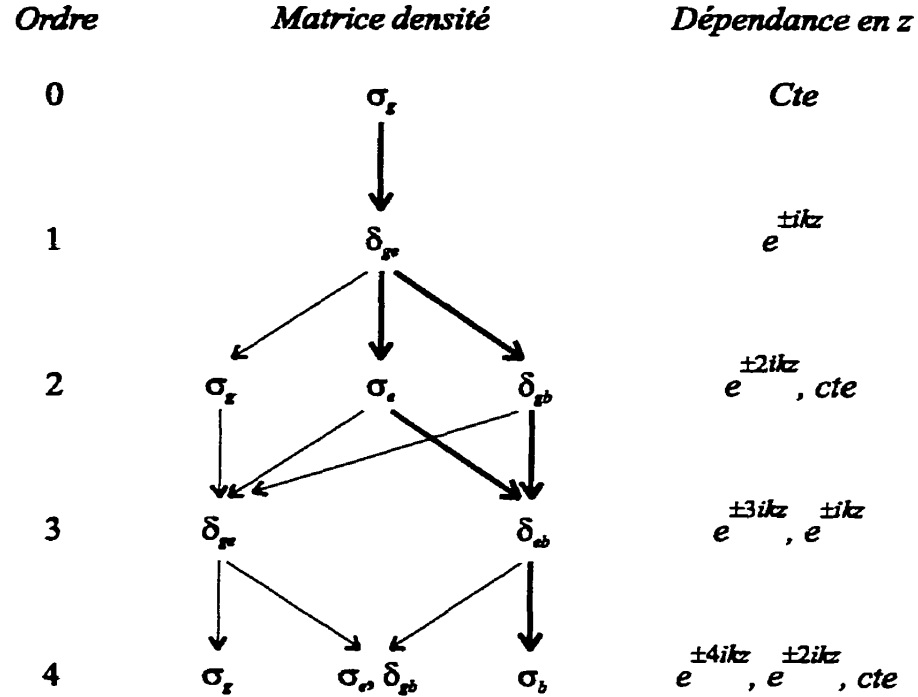


Figure 2.3: Ordre d'apparition des termes correctifs à la matrice densité.

De façon générale, la correction est apportée aux populations  $\sigma_g$ ,  $\sigma_e$ ,  $\sigma_b$  et à la cohérence optique  $\delta_{gb}$  aux ordres  $n$  pairs et comporte des termes en  $e^{\pm 2iqkz}$  où  $q = 0, 1, \dots, n/2$  (avec  $n$  pair). La correction aux cohérences  $\delta_{ge}$  et  $\delta_{eb}$  se fait aux ordres impairs et comporte des termes en  $e^{\pm i(2q+1)kz}$  avec  $q = 0, 1, \dots, (n-1)/2$  (avec  $n$  impair).

### 2.6.2 Solution à l'ordre 0

Le point de départ est l'ordre zéro, pour lequel tous les éléments de la matrice densité sont nuls sauf  $\sigma_g$ . Nous avons alors  $\sigma_g^{(0)} = \sigma_{g_0}$ , i.e. la population (relative) d'un niveau Zeeman  $\langle m_g | \sigma_{g_0} | m_g \rangle$  est celle à l'équilibre thermique et les cohérences Zeeman  $\langle m_g | \sigma_{g_0} | m_{g'} \rangle$  ne sont pas excitées:

$$\langle m_g | \sigma_{g_0} | m_g \rangle = \frac{1}{(2J_g + 1)(2I + 1)} \quad (2.16a)$$

$$\langle m_g | \sigma_{g_0} | m_{g'} \rangle = 0, \quad m_g \neq m_{g'} \quad (2.16b)$$

Comme tous les sous-niveaux Zeeman sont également peuplés, chaque niveau hyperfin  $F_g$  possède une population totale  $\frac{(2F_g + 1)}{(2J_g + 1)(2I + 1)}$ .

### 2.6.3 Solution à l'ordre 1

On pose la forme suivante pour  $\delta_{ge}^{(1)}(z, t)$ :

$$\delta_{ge}^{(1)}(z) = \alpha_{-1}e^{-ikz} + \alpha_{+1}e^{+ikz}$$

Cette expression de même que le champ électrique et  $\sigma_g^{(0)} = \sigma_{g0}$  sont ensuite insérés dans l'équation (2.14a). En séparant les termes en  $e^{-ikz}$  et en  $e^{+ikz}$ , on obtient pour  $\alpha_{-1}$  et  $\alpha_{+1}$ :

$$\begin{aligned}\alpha_{-1} &= \frac{-i}{\hbar} \frac{\sigma_{g0}\xi_{-}(\hat{e}_{\gamma}^{*} \cdot \vec{D}_{ge})}{[\gamma_{ge} + i(\Delta\omega_{eg} - kv)]} \\ \alpha_{+1} &= \frac{-i}{\hbar} \frac{\sigma_{g0}\xi_{+}(\hat{e}_{\lambda}^{*} \cdot \vec{D}_{ge})}{[\gamma_{ge} + i(\Delta\omega_{eg} + kv)]}\end{aligned}$$

### 2.6.4 Solution à l'ordre 2

$\sigma_g$ ,  $\sigma_e$  et  $\delta_{gb}$  sont des corrections apparaissant à l'ordre 2. Cependant, il n'est pas nécessaire de calculer  $\sigma_g^{(2)}$  car ce terme n'intervient pas dans la détermination de la population du niveau excité  $\sigma_b$ . On remarque qu'à cet ordre, la population du niveau excité est encore nulle, *i.e.*  $\sigma_b^{(2)} = 0$ .

#### 2.6.4.1 Calcul de $\sigma_e$

Pour  $\sigma_e^{(2)}$ , nous cherchons une solution de la forme:

$$\sigma_e^{(2)} = b_{-2}e^{-2ikz} + b_0 + b_{+2}e^{+2ikz}$$

Dans l'équation  $\dot{\sigma}_e = 0$ , on remplace le champ par son expression et on sépare le terme constant des termes en  $e^{-2ikz}$  et en  $e^{+2ikz}$ . Finalement, on obtient:

$$\begin{aligned}b_{+2} &= \frac{i}{\hbar} \frac{[\xi_{-}^{*}(\hat{e}_{\gamma} \cdot \vec{D}_{eg})\alpha_{+1} - \xi_{+}\alpha_{-1}^{\dagger}(\hat{e}_{\lambda}^{*} \cdot \vec{D}_{ge})]}{(\Gamma_e + 2ikv)} \\ b_0 &= \frac{i}{\hbar\Gamma_e} \left[ \xi_{+}^{*}(\hat{e}_{\lambda} \cdot \vec{D}_{eg})\alpha_{+1} + \xi_{-}^{*}(\hat{e}_{\gamma} \cdot \vec{D}_{eg})\alpha_{-1} - \xi_{+}\alpha_{+1}^{\dagger}(\hat{e}_{\lambda}^{*} \cdot \vec{D}_{ge}) - \xi_{-}\alpha_{-1}^{\dagger}(\hat{e}_{\gamma}^{*} \cdot \vec{D}_{ge}) \right] \\ b_{-2} &= \frac{-i}{\hbar} \frac{[\xi_{-}\alpha_{+1}^{\dagger}(\hat{e}_{\gamma}^{*} \cdot \vec{D}_{ge}) - \xi_{+}^{*}(\hat{e}_{\lambda} \cdot \vec{D}_{eg})\alpha_{-1}]}{(\Gamma_e - 2ikv)}\end{aligned}$$

On voit que  $b_{-2} = b_{+2}^{\dagger}$ , condition requise pour que  $\sigma_e$  soit réelle.

### 2.6.4.2 Calcul de $\delta_{gb}$

Pour  $\delta_{gb}^{(2)}$ , on pose comme solution la forme  $\delta_{gb}^{(2)} = \delta_{-2}e^{-2ikz} + \delta_0 + \delta_{+2}e^{+2ikz}$ .

De la même façon que précédemment, on obtient:

$$\begin{aligned}\delta_{+2} &= \frac{i}{\hbar} \frac{\xi_+ \alpha_{+1} (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb})}{[\gamma_{gb} + 2i(\Delta\omega_0 + kv)]} \\ \delta_0 &= \frac{i}{\hbar} \frac{\xi_+ \alpha_{-1} (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb}) + \xi_- \alpha_{+1} (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb})}{[\gamma_{gb} + 2i\Delta\omega_0]} \\ \delta_{-2} &= \frac{i}{\hbar} \frac{\xi_- \alpha_{-1} (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb})}{[\gamma_{gb} + 2i(\Delta\omega_0 - kv)]}\end{aligned}$$

### 2.6.5 Solution à l'ordre 3

$\delta_{ge}$  et  $\delta_{eb}$  sont des corrections apparaissant à l'ordre 3. Seule  $\delta_{eb}$  nécessite d'être calculée.

On pose pour sa solution:

$$\delta_{eb}^{(3)} = \beta_{-3}e^{-3ikz} + \beta_{-1}e^{-ikz} + \beta_{+1}e^{+ikz} + \beta_{+3}e^{+3ikz}$$

Après développement, on obtient:

$$\begin{aligned}\beta_{+1} &= \frac{i}{\hbar} \frac{\xi_+^* (\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{eg}) \delta_{+2} - \xi_+ b_0 (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb}) + \xi_-^* (\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{eg}) \delta_0 - \xi_- b_{+2} (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb})}{[\gamma_{eb} + i(\Delta\omega_{be} + kv)]} \\ \beta_{-1} &= \frac{i}{\hbar} \frac{\xi_+^* (\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{eg}) \delta_0 - \xi_+ b_{-2} (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb}) + \xi_-^* (\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{eg}) \delta_{-2} - \xi_- b_0 (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb})}{[\gamma_{eb} + i(\Delta\omega_{be} - kv)]}\end{aligned}$$

Il n'est pas nécessaire de détailler l'expression de  $\beta_{+3}$  et  $\beta_{-3}$  car ces coefficients n'interviennent pas dans la recherche des solutions à l'ordre 4.

### 2.6.6 Solution à l'ordre 4

On ne calculera à l'ordre 4 que  $\sigma_b$ . Nous cherchons une solution du type:

$$\sigma_b^{(4)} = c_{-4}e^{-4ikz} + c_{-2}e^{-2ikz} + c_0 + c_{+2}e^{+2ikz} + c_{+4}e^{+4ikz}$$

La fluorescence collectée émise à partir du niveau  $b$  sera proportionnelle à la population intégrée sur la zone d'observation de longueur  $L$ . Dans la mesure où  $L$  est grand par rapport à la longueur d'onde optique, *i.e.*  $kL \gg 1$ , nous aurons:

$$\frac{1}{L} \int_0^L \sigma_b(z) dz \simeq c_0$$

et les coefficients  $c_{\pm 2}$  et  $c_{\pm 4}$  n'auront pas besoin d'être calculés. Après développement, on obtient:

$$\begin{aligned}
c_0 &= \frac{i}{\Gamma_b \hbar} \left[ \xi_+^* (\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{be}) \beta_{+1} - \xi_+ \beta_{+1}^\dagger (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb}) \right. \\
&\quad \left. + \xi_-^* (\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{be}) \beta_{-1} - \xi_- \beta_{-1}^\dagger (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb}) \right] \\
&= \frac{i}{\Gamma_b \hbar} \left[ \xi_+^* (\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{be}) \beta_{+1} + \xi_-^* (\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{be}) \beta_{-1} \right] + c.h.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

$c_0$  fait ainsi intervenir les coefficients  $\beta_{+1}$  et  $\beta_{-1}$  déterminés précédemment qui requièrent à leur tour les coefficients  $\delta_0$ ,  $\delta_{\pm 2}$ ,  $b_{\pm 2}$  et  $b_0$ . Dans les prochaines sections, chacun de ces coefficients est évalué au voisinage de la transition à deux photons ( $\Delta\omega_0 \simeq 0$  ou  $\omega \simeq \frac{1}{2}\omega_{gb}$ ), ce qui nous permet d'utiliser l'approximation  $\Delta\omega_{eg} \gg kv$ ,  $\gamma_{ge}$ ,  $\gamma_{eb}$  et de remplacer les expressions de  $\Delta\omega_{eg}$  et  $\Delta\omega_{be}$  par:

$$\begin{aligned}
\Delta\omega_{eg} &= \omega - \omega_{eg} \simeq \Delta\omega_\lambda \\
\Delta\omega_{be} &= \omega - \omega_{be} \simeq -\Delta\omega_\lambda
\end{aligned}$$

### 2.6.6.1 Expression de $b_0$ et $b_{\pm 2}$

En remplaçant  $\alpha_{\pm 1}$  dans les expressions de  $b_{-2}$ ,  $b_0$  et  $b_{+2}$ , on obtient:

$$\begin{aligned}
b_0 &= \frac{2}{\hbar^2 \Gamma_e \gamma_{ge}} \left( \frac{\gamma_{ge}}{\Delta\omega_\lambda} \right)^2 \left[ |\xi_+^2| (\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{eg}) \sigma_{g_0} (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{ge}) \right. \\
&\quad \left. + |\xi_-^2| (\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{eg}) \sigma_{g_0} (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{ge}) \right]
\end{aligned} \tag{2.18a}$$

$$b_{+2} = \frac{2(\gamma_{ge} + ikv)}{\hbar^2 \Delta\omega_\lambda^2 (\Gamma_e + 2ikv)} \left[ \xi_+ \xi_-^* (\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{eg}) \sigma_{g_0} (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{ge}) \right] \tag{2.18b}$$

Rappelons que  $b_{-2} = b_{+2}^\dagger$ .

### 2.6.6.2 Expression de $\delta_0$ et $\delta_{\pm 2}$

On introduit les expressions de  $\alpha_{-1}$  et  $\alpha_{+1}$  dans celles de  $\delta_0$  et  $\delta_{\pm 2}$  et on obtient aisément:

$$\delta_0 = \frac{-\xi_- \xi_+ (\gamma_{ge} - i\Delta\omega_\lambda)}{\hbar^2 \Delta\omega_\lambda^2 (\gamma_{gb} + 2i\Delta\omega_0)} \sigma_{g_0} \left[ (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{ge}) (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb}) + (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{ge}) (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb}) \right] \quad (2.19a)$$

$$\delta_{+2} = \frac{-\xi_+^2 (\gamma_{ge} - i\Delta\omega_\lambda)}{\hbar^2 \Delta\omega_\lambda^2 (\gamma_{gb} + 2i(\Delta\omega_0 + kv))} \sigma_{g_0} (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{ge}) (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb}) \quad (2.19b)$$

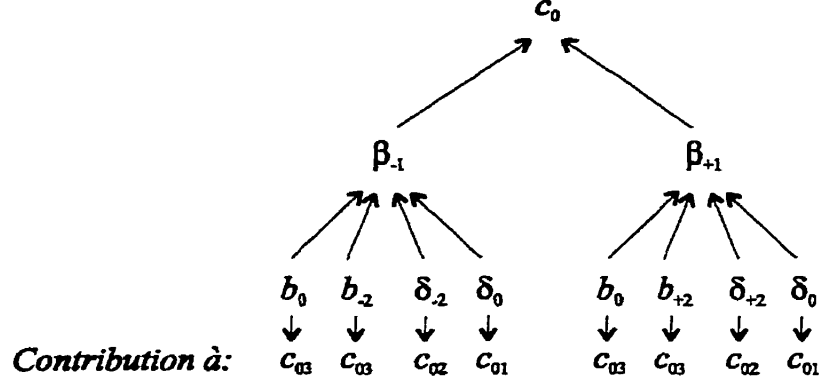
$$\delta_{-2} = \frac{-\xi_-^2 (\gamma_{ge} - i\Delta\omega_\lambda)}{\hbar^2 \Delta\omega_\lambda^2 (\gamma_{gb} + 2i(\Delta\omega_0 - kv))} \sigma_{g_0} (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{ge}) (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb}) \quad (2.19c)$$

### 2.6.7 Sens physique des différentes contributions à $c_0$

Les expressions (2.18) et (2.19) nous indiquent différents processus physiques permettant à l'atome de passer du niveau fondamental  $g$  au niveau excité  $b$ . Ainsi:

- $\delta_0$  donne un pic sans élargissement Doppler. Il provient des transitions à deux photons impliquant un photon de l'onde (+) et un photon de l'onde (-).
- Le coefficient  $\delta_{+2}$  (respectivement  $\delta_{-2}$ ) indique l'absorption de deux photons de l'onde + (respectivement -) accompagné d'un effet Doppler.  $\delta_{\pm 2}$  engendrent ainsi un piédestal gaussien de pleine largeur à mi-hauteur  $2\sqrt{\ln 2}ku$  (à la pulsation laser  $\omega$ ) lorsque  $ku \gg \gamma_{gb}$ .
- $b_0$  et  $b_{\pm 2}$  donnent un fond constant au voisinage de la transition à deux photons. Celui-ci provient des processus d'absorption à un photon de  $g$  vers  $e$  et de  $e$  vers  $b$ . Comme cette absorption est très faible par hypothèse, nous négligeons ce terme dans la suite du développement.

Ainsi, nous pouvons écrire  $c_0$  sous la forme  $c_0 = c_{01} + c_{02} + c_{03}$  où  $c_{01}$  représente le pic sans élargissement Doppler,  $c_{02}$  le piédestal gaussien et  $c_{03}$  le fond constant. La figure 2.4 illustre les contributions des différents coefficients à  $c_0$ . Nous développons dans les prochaines sections les termes  $c_{01}$  et  $c_{02}$ .

Figure 2.4: Coefficients intervenant dans le calcul de  $c_0$ .

### 2.6.8 Pic sans élargissement Doppler ( $c_{01}$ )

On ne considère dans ce cas que les contributions de  $\delta_0$  à  $\beta_{\pm 1}$  et de  $\delta_0^\dagger$  à  $\beta_{\pm 1}^\dagger$  que nous noterons  $\beta_{\pm 1\delta_0}$  et  $\beta_{\pm 1\delta_0}^\dagger$  respectivement. On obtient pour la contribution de  $\beta_{+1\delta_0}$  à  $c_{01}$ :

$$\frac{i}{\hbar\Gamma_b}\xi_+^*(\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{be})\beta_{+1\delta_0} = \frac{|\xi_+|^2 |\xi_-|^2}{\hbar^4 \Gamma_b \Delta\omega_\lambda^2} \frac{(\gamma_{ge} - i\Delta\omega_\lambda)}{(\gamma_{gb} + 2i\Delta\omega_0) [\gamma_{eb} + i(\Delta\omega_{be} + kv)]}$$

$$\underbrace{(\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{be})}_{B^\dagger} \underbrace{(\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{eg})}_{A^\dagger} \sigma_{g_0} \left[ \underbrace{(\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{ge})}_A \underbrace{(\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb})}_B + \underbrace{(\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{ge})}_C \underbrace{(\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb})}_D \right]$$

De même la contribution de  $\beta_{-1\delta_0}$  à  $c_{01}$  est:

$$\frac{i}{\hbar\Gamma_b}\xi_-^*(\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{be})\beta_{-1\delta_0} = \frac{|\xi_+|^2 |\xi_-|^2}{\hbar^4 \Gamma_b \Delta\omega_\lambda^2} \frac{(\gamma_{ge} - i\Delta\omega_\lambda)}{(\gamma_{gb} + 2i\Delta\omega_0) [\gamma_{eb} + i(\Delta\omega_{be} - kv)]} D^\dagger C^\dagger \sigma_{g_0} [AB + CD]$$

En remettant ces termes et leurs conjugués hermitiques dans l'équation (2.17) et en négligeant  $kv$  devant  $\Delta\omega_{be}$ , on obtient:

$$c_{01} = \frac{-2|\xi_+|^2 |\xi_-|^2}{\hbar^4 \Gamma_b \Delta\omega_\lambda \Delta\omega_{be} \gamma_{bg}} \frac{\gamma_{gb}^2}{\gamma_{gb}^2 + (2\Delta\omega_0)^2} (B^\dagger A^\dagger + D^\dagger C^\dagger) \sigma_{g_0} (AB + CD)$$

A proximité de la résonance, l'expression de  $c_{01}$  est:

$$c_{01} = \frac{2|\xi_+|^2 |\xi_-|^2}{\hbar^4 \Gamma_b \Delta\omega_\lambda^2 \gamma_{gb}} \left[ \frac{\gamma_{gb}^2}{\gamma_{gb}^2 + (2\Delta\omega_0)^2} \right] \quad (2.20)$$

$$\left[ (\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{be})(\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{eg}) + (\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{be})(\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{eg}) \right]$$

$$\sigma_{g_0} \left[ (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{ge})(\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb}) + (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{ge})(\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb}) \right]$$



Le pic sans élargissement Doppler est ainsi une lorentzienne dont la pleine largeur est  $\gamma_{gb} = \Gamma_b/2 = 1/2\tau_b$  (à la pulsation laser  $\omega$ ), soit la demi-largeur naturelle correspondant à la durée de vie du niveau excité  $\tau_b$ . Son amplitude dépend du produit de l'intensité optique des deux faisceaux en contre-propagation. La proximité du niveau intermédiaire influence aussi grandement l'intensité de la transition à deux photons ( $\propto 1/\Delta\omega_\lambda^2$ ). Pour le rubidium à 90°C,  $\Delta\nu_L = \frac{1}{4\pi\tau_b}$  varie de 300 à 388 kHz (pleine largeur) selon les valeurs de  $\tau_b$  publiées (voir annexe A).

### 2.6.9 Piédestal gaussien ( $c_{02}$ )

On ne considère dans ce cas que les contributions de  $\delta_{\pm 2}$  à  $\beta_{\pm 1}$  et de  $\delta_{\pm 2}^\dagger$  à  $\beta_{\pm 1}^\dagger$  que nous noterons  $\beta_{\pm 1\delta_{\pm 2}}$  et  $\beta_{\pm 1\delta_{\pm 2}}^\dagger$  respectivement. On obtient pour les contributions de  $\beta_{\pm 1\delta_{\pm 2}}$  à  $c_{02}$ :

$$\begin{aligned} \frac{i}{\hbar\Gamma_b}\xi_+^*(\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{be})\beta_{+1\delta_{+2}} &= \frac{|\xi_+|^4}{\hbar^4\Gamma_b\Delta\omega_\lambda^2} \frac{(\gamma_{ge} - i\Delta\omega_\lambda)(B^\dagger C^\dagger \sigma_{g_0} CB)}{(\gamma_{eb} + i\Delta\omega_{be})(\gamma_{gb} + 2i(\Delta\omega_0 + kv))} \\ \frac{i}{\hbar\Gamma_b}\xi_-^*(\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{be})\beta_{-1\delta_{-2}} &= \frac{|\xi_-|^4}{\hbar^4\Delta\omega_\lambda^2\Gamma_b} \frac{(\gamma_{ge} - i\Delta\omega_\lambda)(D^\dagger A^\dagger \sigma_{g_0} AD)}{(\gamma_{eb} + i\Delta\omega_{be})(\gamma_{gb} + 2i(\Delta\omega_0 - kv))} \end{aligned}$$

et l'expression de  $c_{02}$  (en considérant  $\Delta\omega_{be} \simeq -\Delta\omega_\lambda$ ) devient:

$$\begin{aligned} c_{02} &= \frac{2}{\hbar^4\Gamma_b\Delta\omega_\lambda^2\gamma_{gb}} \left[ |\xi_+|^4 (B^\dagger C^\dagger \sigma_{g_0} CB) \frac{\gamma_{gb}^2}{\gamma_{gb}^2 + 4(\Delta\omega_0 + kv)^2} \right. \\ &\quad \left. + |\xi_-|^4 (D^\dagger A^\dagger \sigma_{g_0} AD) \frac{\gamma_{gb}^2}{\gamma_{gb}^2 + 4(\Delta\omega_0 - kv)^2} \right] \end{aligned}$$

Il faut maintenant intégrer sur le profil de vitesses  $f(v) = \frac{1}{u\sqrt{\pi}}e^{-\frac{v^2}{u^2}}$  où  $u = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}$  est la vitesse la plus probable [REI72]:

$$c_{02} \propto \frac{1}{u\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\gamma_{gb}^2 e^{-\frac{v^2}{u^2}} dv}{\gamma_{gb}^2 + 4(\Delta\omega_0 \pm kv)^2}$$

Dans la mesure où  $ku \gg \gamma_{gb}$  (limite Doppler), l'exponentielle demeure quasi-constante sur la plage de vitesses (centrée en  $v = \mp\Delta\omega_0/k$ ) où la lorentzienne prend des valeurs notables. On peut donc sortir l'exponentielle de l'intégrale avec  $v = \mp\Delta\omega_0/k$  et intégrer

la lorentzienne. L'expression précédente devient:

$$c_{02} \propto \frac{1}{2} \frac{\gamma_{gb}}{ku} \sqrt{\pi} e^{-\left(\frac{\Delta\omega_D}{ku}\right)^2}$$

Enfin, l'expression de  $c_{02}$  s'écrit:

$$c_{02} = \frac{\sqrt{\pi} e^{-\left(\frac{\Delta\omega_D}{ku}\right)^2}}{\hbar^4 \Gamma_b \Delta\omega_\lambda^2 \gamma_{gb}} \left( \frac{\gamma_{gb}}{ku} \right) \quad (2.21)$$

$$\left[ |\xi_+|^4 (\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{be}) (\hat{e}_\lambda \cdot \vec{D}_{eg}) \sigma_{g0} (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{ge}) (\hat{e}_\lambda^* \cdot \vec{D}_{eb}) \right. \\ \left. + |\xi_-|^4 (\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{be}) (\hat{e}_\gamma \cdot \vec{D}_{eg}) \sigma_{g0} (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{ge}) (\hat{e}_\gamma^* \cdot \vec{D}_{eb}) \right]$$

On a bien un piédestal gaussien dont la pleine largeur à mi-hauteur est  $2\sqrt{\ln 2} ku$  (à la pulsation laser  $\omega$ ). Pour le rubidium à 90°C,  $u = 263.4$  m/s et  $\Delta\nu_D = \frac{\sqrt{\ln 2} ku}{\pi} = 560$  MHz (pleine largeur).

## 2.7 Population du niveau excité $b$ et passage aux coefficients de transfert

La population totale du niveau hyperfin excité  $b$  est:

$$\sigma_{b,tot} = Tr(\sigma_b) = \sum_{m_b} \langle F_b m_b | \sigma | F_b m_b \rangle \quad (2.22)$$

$$= \sum_{m_b} \langle F_b m_b | (c_{01} + c_{02}) | F_b m_b \rangle$$

Dans les prochaines sections, nous développerons séparément les deux contributions à la population totale (pic sans effet Doppler et piédestal gaussien) en exprimant le champ électrique et l'opérateur dipolaire électrique selon leurs composantes standard.

### 2.7.1 Composantes standard de l'opérateur dipole électrique $\vec{D}$ et expression du champ électrique $\vec{E}$

Les vecteurs de base standard, utilisés pour la décomposition des opérateurs vectoriels, s'écrivent, par définition [COH86]:

$$\hat{e}_0 = \hat{e}_z$$

$$\hat{e}_{+1} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_x + i\hat{e}_y)$$

$$\hat{e}_{-1} = +\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_x - i\hat{e}_y)$$

Dans cette base, l'opérateur  $\vec{D}$  peut être écrit sous la forme:

$$\vec{D} = \sum_{q=-1}^{q=+1} D_q \hat{e}_q^* \quad (2.23)$$

où les  $D_q$  sont les composantes standard de  $\vec{D}$  [COH86]:

$$\begin{aligned} D_0 &= D_z \\ D_{+1} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(D_x + iD_y) \\ D_{-1} &= +\frac{1}{\sqrt{2}}(D_x - iD_y) \end{aligned}$$

Les éléments de matrice des composantes standard  $D_q$  de  $\vec{D}$  peuvent s'écrire [CLE84]:

$$\langle F_j m_j | D_q | F_i m_i \rangle = \left[ \frac{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3}{\omega_{ji}^3} \Gamma_{ji} \right]^{1/2} a(F_j m_j : F_i m_i : q) \quad (2.24)$$

où  $a(F_j m_j : F_i m_i : q)$  est le coefficient de transfert du niveau  $F_i m_i$  vers le niveau  $F_j m_j$ . Les coefficients de transfert peuvent être exprimés en fonction des coefficients  $\{3j\}$  et  $\{6j\}$  selon:

$$\begin{aligned} a(F_j m_j : F_i m_i : q) &= (-1)^{1+I+J_j+F_j+F_i-m_j} \sqrt{(2F_j+1)(2F_i+1)(2J_j+1)} \\ &\times \begin{pmatrix} F_j & 1 & F_i \\ -m_j & q & m_i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_j & 1 & F_i \\ J_i & I & J_j \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.25)$$

La propriété suivante des coefficients de transfert sera utilisée dans les prochaines sections [ROT59]:

$$a(F_j m_j : F_i m_i : q) = a(F_j m_j : F_i m_i) \delta(m_j, m_i + q) \quad (2.26)$$

Les diagrammes des coefficients de transfert correspondant aux transitions du rubidium 87 utilisées dans cette thèse sont donnés à l'annexe A.

Nous exprimons maintenant  $\hat{e}_\gamma^*$  et  $\hat{e}_\lambda^*$ , les vecteurs polarisation des ondes aller et retour respectivement selon ces composantes standard. Nous utiliserons la décomposition suivante:

$$\hat{e}_\lambda = \sum_q c_{\lambda q} \hat{e}_q \quad \hat{e}_\gamma = \sum_q c_{\gamma q} \hat{e}_q \quad (2.27)$$

Ainsi une onde de polarisation circulaire droite (ou  $\sigma^-$ ) se propageant selon la direction des  $z$  positifs<sup>1</sup> possédera des composantes  $c_{-1} = c_0 = 0$ ,  $c_{+1} = 1$  de telle sorte que  $\hat{e}_\gamma^* = \hat{e}_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_x - i\hat{e}_y)$ .

### 2.7.2 Pic sans élargissement Doppler

En exprimant de façon explicite les sommes intervenant dans l'expression du pic sans élargissement Doppler (éq. 2.20), la population d'un sous-niveau Zeeman du niveau  $b$  est:

$$\begin{aligned} \langle F_b m_b | c_{01} | F_b m_b \rangle &= \frac{2 |\xi_+|^2 |\xi_-|^2}{\hbar^4 \Gamma_b \gamma_{gb}} \sum_{F_g, m_g} \langle F_g m_g | \sigma | F_g m_g \rangle \left[ \frac{\gamma_{gb}^2}{\gamma_{gb}^2 + (2\Delta\omega_0)^2} \right] \\ &\quad \left| \sum_{J_e, F_e, m_e} \frac{1}{\Delta\omega_\lambda} \left[ \hat{e}_\lambda \cdot \langle F_b m_b | \vec{D} | F_e m_e \rangle \hat{e}_\gamma \cdot \langle F_e m_e | \vec{D} | F_g m_g \rangle \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \hat{e}_\gamma \cdot \langle F_b m_b | \vec{D} | F_e m_e \rangle \hat{e}_\lambda \cdot \langle F_e m_e | \vec{D} | F_g m_g \rangle \right] \right|^2 \end{aligned}$$

Nous avons utilisé la définition du conjugué hermitique:  $\langle F_b m_b | M^\dagger | F_g m_g \rangle = \langle F_g m_g | M | F_b m_b \rangle^*$ . La somme sur  $F_g$  permet de tenir compte de la structure hyperfine du niveau fondamental. Il faut noter que  $\Delta\omega_0$  variera selon les niveaux  $F_b$  et  $F_g$  considérés. La somme sur  $J_e, F_e$  et  $m_e$  apparaît de par la définition du projecteur  $P_e$  (voir la note à la section 2.5). De plus, comme tous les sous-niveaux Zeeman du niveau fondamental sont également peuplés, nous pourrions utiliser l'équation (2.16a) et sortir  $\langle F_g m_g | \sigma | F_g m_g \rangle = \frac{1}{(2J_g+1)(2I+1)}$  de la somme sur  $F_g m_g$ . En développant  $\hat{e}_\lambda$ ,  $\hat{e}_\gamma$  et  $\vec{D}$  selon les composantes standard (équations (2.27) et (2.23) avec (2.24) et (2.26)), on obtient:

$$\begin{aligned} \langle F_b m_b | c_{01} | F_b m_b \rangle &= \frac{18 |\xi_+|^2 |\xi_-|^2 \pi^2 \varepsilon_o^2 c^6}{\hbar^2 \Gamma_b \gamma_{gb}} \frac{1}{(2J_g + 1)(2I + 1)} \quad (2.28) \\ &\quad \sum_{F_g} \left[ \frac{\gamma_{gb}^2}{\gamma_{gb}^2 + (2\Delta\omega_0)^2} \right] \left| \sum_{J_e, F_e} \frac{1}{\Delta\omega_\lambda} \sqrt{\frac{\Gamma_{be} \Gamma_{eg}}{\omega_{be}^3 \omega_{eg}^3}} \right. \\ &\quad \left. \sum_{q_1, q_2} a(F_b, m_b; F_e, m_b - q_1) a(F_e, m_b - q_1; F_g, m_b - q_1 - q_2) [c_{\lambda q_1} c_{\gamma q_2} + c_{\gamma q_1} c_{\lambda q_2}] \right|^2 \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Nous prenons ici comme convention que le champ  $\vec{E}$  d'une onde circulaire droite se propageant dans la direction des  $z$  positifs tourne dans le sens anti-horaire lorsqu'on regarde venir l'onde. Le sens de rotation de  $\vec{E}$  obéit ainsi à la règle de la main droite avec le pouce aligné dans la direction de propagation.

Si la polarisation des deux faisceaux est linéaire et parallèle ( $q_1 = q_2 = 0$ ),  $c_{01}$  se réduit à:

$$\begin{aligned} \langle F_b m_b \mid c_{01} \mid F_b m_b \rangle &= \frac{72 |\xi_+|^2 |\xi_-|^2 \pi^2 \varepsilon_0^2 c^6}{\hbar^2 \Gamma_b \gamma_{gb} (2J_g + 1)(2I + 1)} \sum_{F_g} \left[ \frac{\gamma_{gb}^2}{\gamma_{gb}^2 + (2\Delta\omega_0)^2} \right] \\ &\quad \left| \sum_{J_e, F_e} \frac{1}{\Delta\omega_\lambda} \sqrt{\frac{\Gamma_{be} \Gamma_{eg}}{\omega_{be}^3 \omega_{eg}^3}} a(F_b, m_b; F_e, m_b) a(F_e, m_b; F_g, m_b) \right|^2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

### 2.7.3 Piédestal gaussien

En exprimant de façon explicite les sommes intervenant dans l'expression (2.21) du piédestal gaussien, la population d'un sous-niveau Zeeman du niveau  $b$  est:

$$\begin{aligned} \langle F_b m_b \mid c_{02} \mid F_b m_b \rangle &= \frac{\sqrt{\pi}}{\hbar^4 \Gamma_b \gamma_{gb}} \left( \frac{\gamma_{gb}}{ku} \right) \sum_{F_g, m_g} \langle F_g m_g \mid \sigma \mid F_g m_g \rangle e^{-\left(\frac{\Delta\omega_0}{ku}\right)^2} \\ &\quad \left[ |\xi_+|^4 \left| \sum_{J_e, F_e, m_e} \frac{1}{\Delta\omega_\lambda} \hat{e}_\lambda \cdot \langle F_b m_b \mid \vec{D} \mid F_e m_e \rangle \hat{e}_\lambda \cdot \langle F_e m_e \mid \vec{D} \mid F_g m_g \rangle \right|^2 \right. \\ &\quad \left. + |\xi_-|^4 \left| \sum_{J_e, F_e, m_e} \frac{1}{\Delta\omega_\lambda} \hat{e}_\gamma \cdot \langle F_b m_b \mid \vec{D} \mid F_e m_e \rangle \hat{e}_\gamma \cdot \langle F_e m_e \mid \vec{D} \mid F_g m_g \rangle \right|^2 \right] \end{aligned}$$

En développant  $\hat{e}_\lambda$ ,  $\hat{e}_\gamma$  et  $\vec{D}$  selon les composantes standard (équations (2.27) et (2.23) avec (2.24) et (2.26)), on obtient:

$$\begin{aligned} \langle F_b m_b \mid c_{02} \mid F_b m_b \rangle &= \frac{9\pi^{5/2} \varepsilon_0^2 c^6}{\hbar^2 \Gamma_b \gamma_{gb}} \left( \frac{\gamma_{gb}}{ku} \right) \frac{1}{(2J_g + 1)(2I + 1)} \sum_{F_g} e^{-\left(\frac{\Delta\omega_0}{ku}\right)^2} \quad (2.30) \\ &\quad \left[ |\xi_+|^4 \left| \sum_{J_e, F_e} \frac{1}{\Delta\omega_\lambda} \sqrt{\frac{\Gamma_{be} \Gamma_{eg}}{\omega_{be}^3 \omega_{eg}^3}} \sum_{q_1, q_2} a(F_b, m_b; F_e, m_b - q_1) \right. \right. \\ &\quad \quad \left. \times a(F_e, m_b - q_1; F_g, m_b - q_1 - q_2) c_{\lambda q_1} c_{\lambda q_2} \right|^2 \\ &\quad \left. + |\xi_-|^4 \left| \sum_{J_e, F_e} \frac{1}{\Delta\omega_\lambda} \sqrt{\frac{\Gamma_{be} \Gamma_{eg}}{\omega_{be}^3 \omega_{eg}^3}} \sum_{q_1, q_2} a(F_b, m_b; F_e, m_b - q_1) \right. \right. \\ &\quad \quad \left. \times a(F_e, m_b - q_1; F_g, m_b - q_1 - q_2) c_{\gamma q_1} c_{\gamma q_2} \right|^2 \end{aligned}$$

Si la polarisation des deux faisceaux est linéaire et parallèle ( $q_1 = q_2 = 0$ ),  $c_{02}$  se réduit à:

$$\langle F_b m_b \mid c_{02} \mid F_b m_b \rangle = \frac{9\pi^{5/2} \varepsilon_0^2 c^6}{\hbar^2 \Gamma_b \gamma_{gb}} \left( \frac{\gamma_{gb}}{ku} \right) \frac{1}{(2J_g + 1)(2I + 1)} \sum_{F_g} e^{-\left(\frac{\Delta\omega_0}{ku}\right)^2} \quad (2.31)$$

$$\left( |\xi_+|^4 + |\xi_-|^4 \right) \left| \sum_{J_e, F_e} \frac{1}{\Delta\omega_\lambda} \sqrt{\frac{\Gamma_{be} \Gamma_{eg}}{\omega_{be}^3 \omega_{eg}^3}} a(F_b, m_b; F_e, m_b) a(F_e, m_b; F_g, m_b) \right|^2$$

A résonance ( $\Delta\omega_0 = 0$ ) et pour des polarisations linéaires et parallèles, le rapport entre le piédestal gaussien et le pic sans élargissement Doppler est:

$$\frac{c_{02}}{c_{01}} = \frac{\sqrt{\pi}}{8} \left( \frac{\gamma_{gb}}{ku} \right) \frac{(|\xi_+|^4 + |\xi_-|^4)}{|\xi_+|^2 |\xi_-|^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \left( \frac{\gamma_{gb}}{ku} \right)$$

la dernière égalité étant vérifiée si les ondes aller et retour ont la même intensité ( $|\xi_+| = |\xi_-|$ ). Avec  $\gamma_{gb} = 1/2\tau_b = 1.88 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$ ,  $k = 2\pi/\lambda = 8.1 \times 10^6 \text{ m}^{-1}$  et  $u = 263.4 \text{ m/s}$  à  $90^\circ\text{C}$ , le piédestal gaussien est 2562 fois plus faible que le pic sans effet Doppler. Il est intéressant de remarquer que, dans le cas de polarisations linéaires et parallèles, l'aire sous le profil sans élargissement Doppler est le double de celle sous le piédestal gaussien.

## 2.8 Règles de sélection

Les règles de sélection des transitions à deux photons peuvent être déduites des équations (2.28) et (2.30) et des propriétés des coefficients de transfert. Ainsi, seules les transitions pour lesquelles  $\Delta F = F_b - F_g = 0, \pm 1, \pm 2$  sont permises. Aussi,  $\Delta m = m_b - m_g = q_1 + q_2$ . Ainsi, suivant la polarisation, des transitions pour lesquelles  $\Delta m = 0, \pm 1, \pm 2$  pourront être induites. D'autres règles plus particulières sont données dans [CAG73]. La transition à deux photons du rubidium à 778 nm se produit entre le niveau fondamental  $5S_{1/2}$  et le niveau  $5D_{3/2}$  ou  $5D_{5/2}$ . Nous avons donc  $\Delta L = 2$  et  $\Delta J = 1$  ou  $2$ . Les niveaux  $5P_{1/2}$  et  $5P_{3/2}$  agissent comme niveaux relais pour les transitions vers  $5D_{3/2}$  tandis que seul le niveau  $5P_{3/2}$  est impliqué dans les transitions vers  $5D_{5/2}$ .

## 2.9 Puissance de la fluorescence émise par l'atome de rubidium

Ayant déterminé la population totale du niveau  $b$ , nous nous penchons maintenant sur l'émission de la fluorescence à partir de ce niveau. Lorsque l'atome est dans le niveau  $5D$ , il se désexcite vers le niveau  $6P_{1/2}$  et/ou  $6P_{3/2}$ , appelé ici  $c$ , avant de retomber sur le niveau fondamental  $5S_{1/2}$  (voir fig. A.1 de l'annexe A). Cette dernière transition entraîne l'émission de fluorescence bleue à 420 nm. Remarquons que l'émission spontanée vers le niveau fondamental n'est pas l'unique possibilité pour la désexcitation à partir de  $c$ . L'équation d'évolution pour la population du niveau  $c$ ,  $\sigma_c$ , est la suivante:

$$\dot{\sigma}_c = \Gamma_{bc} \sum_{F_b} \sigma_{b,tot} - \Gamma_c \sigma_c$$

où  $\Gamma_{bc}\sigma_b$  est la contribution provenant de la désexcitation du niveau  $b$  vers le niveau  $c$  et  $\Gamma_c\sigma_c$ , la perte due à l'émission spontanée à partir de ce niveau. Nous avons introduit une somme sur  $F_b$  pour tenir compte de la structure hyperfine du niveau excité,  $\sigma_{b,tot}$  étant la population totale d'un niveau hyperfin  $F_b$  donné. En régime stationnaire,  $\dot{\sigma}_c = 0$  d'où:

$$\sigma_c = \frac{\Gamma_{bc}}{\Gamma_c} \sum_{F_b} \sigma_{b,tot}$$

La puissance de la fluorescence émise à partir des différents niveaux  $c$  est donnée par:

$$P_F = \sum_c (\Gamma_{cg}\sigma_c)(\hbar\omega_{cg})$$

où  $\Gamma_{cg}$  est le taux de désexcitation de  $c$  vers  $g$ , et  $\hbar\omega_{cg} = E_c - E_g$  est l'énergie d'un photon de fluorescence bleue. On a alors:

$$P_F = \sum_c \hbar\omega_{cg} \frac{\Gamma_{cg}\Gamma_{bc}}{\Gamma_c} \sum_{F_b} \sigma_{b,tot}$$

### 2.9.1 Puissance de fluorescence détectée

La puissance de fluorescence bleue émise par l'ensemble des atomes compris dans le volume  $V$  observé est:

$$P_{F,tot} = n_{Rb}V \sum_c \hbar\omega_{cg} \frac{\Gamma_{cg}\Gamma_{bc}}{\Gamma_c} \sum_{F_b} \sigma_{b,tot}$$

où  $n_{Rb}$  est la densité d'atomes de rubidium. L'optique de collection permet d'observer la fluorescence en provenance d'une zone de longueur  $L$ . L'efficacité de collection de la fluorescence<sup>1</sup> est  $K$ . Alors, la puissance de fluorescence détectée est:

$$P_{F,tot} = Kn_{Rb}LS \sum_c \hbar\omega_{cg} \frac{\Gamma_{cg}\Gamma_{bc}}{\Gamma_c} \sum_{F_b} \sigma_{b,tot}$$

avec  $\sigma_{b,tot}$  calculée à partir de l'équation (2.22) et  $S$ , la surface du faisceau lumineux. Comme  $I_{\pm} = 2\varepsilon_0 c |\xi_{\pm}|^2 = P_{\pm}/S$ , on voit que la probabilité de transition (éq. (2.29) et (2.31)) croît selon le carré de l'intensité lumineuse, donc comme  $1/S^2$ . Cependant, comme le nombre d'atomes interrogés varie proportionnellement à  $S$ , la puissance de fluorescence détectée varie comme  $1/S$ . Il y a donc avantage à utiliser des faisceaux focalisés. Une focalisation trop forte augmente cependant la largeur de raie due à l'effet du temps de transit des atomes au travers du faisceau [BIR79].

## 2.10 Exemples de profils calculés

Nous présentons dans cette section quelques profils calculés d'après le modèle développé dans ce chapitre. Les calculs sont faits avec des faisceaux aller et retour gaussiens polarisés linéairement, chacun d'eux possédant une puissance de 1 mW. Le rayon du faisceau est de 420  $\mu\text{m}$ , soit celui défini par la cavité utilisée expérimentalement. La température de la cellule est de 83°C, la longueur de la zone d'observation, de 28.8 mm. L'efficacité de collection de la fluorescence  $K$  est fixée à 100 %; nous avons alors la puissance de fluorescence totale émise par l'ensemble des atomes interrogés. Les figures 2.5 et 2.6 présentent les différentes transitions à deux photons observables dans le  $^{87}\text{Rb}$  isotopique tandis que celles du  $^{85}\text{Rb}$  isotopique sont données aux figures 2.7 et 2.8. Pour un niveau excité donné, on obtient deux groupes de raies associés à la structure hyperfine du niveau fondamental  $5S$ . Chaque groupe contient un certain nombre de raies associées à la structure hyperfine du niveau excité  $5D$ . Les transitions vers  $5D_{5/2}$  sont environ dix fois plus intenses que celles vers  $5D_{3/2}$ . D'après l'éq. (2.29), la force des transitions vers  $5D_{5/2}$  s'explique par la proximité du niveau intermédiaire  $5P_{3/2}$  qui conduit à un écart

---

<sup>1</sup> L'estimation de l'efficacité de collection est présentée à l'annexe B.



$\Delta\omega_\lambda$  faible (environ 1.055 THz) ainsi qu'à un produit  $\Gamma_{be}\Gamma_{eg} = 0.65\Gamma_b\Gamma_e$  élevé. Pour les transitions vers  $5D_{3/2}$ , le niveau relais  $5P_{1/2}$  correspond à un écart  $\Delta\omega_\lambda$  plus important (8.1 THz) et à un produit  $\Gamma_{be}\Gamma_{eg} = 0.51\Gamma_b\Gamma_e$ , tandis que le niveau relais  $5P_{3/2}$  conduit à un écart  $\Delta\omega_\lambda$  faible (1.01 THz) mais aussi à un produit  $\Gamma_{be}\Gamma_{eg} = 0.11\Gamma_b\Gamma_e$  peu élevé.

Le piédestal gaussien est illustré en encadré sur la figure 2.5 pour le groupe de transitions partant du niveau  $F_g = 2$ . Il est à toutes fins pratiques négligeable par rapport aux pics sans élargissement Doppler et n'est pas observé expérimentalement.

D'un point de vue métrologique, il est avantageux d'utiliser la transition  $5S_{1/2}(F_g = 2) - 5D_{5/2}(F_b = 4)$  du  $^{87}\text{Rb}$  isotopique plutôt que la transition  $5S_{1/2}(F_g = 3) - 5D_{5/2}(F_b = 5)$  du  $^{85}\text{Rb}$  isotopique. La première est plus intense et permettra d'obtenir un meilleur rapport signal/bruit pour la détection de la fluorescence. La transition du  $^{87}\text{Rb}$  est également plus isolée, la transition la plus proche étant à environ 14.4 MHz comparativement à 4.7 MHz dans le cas du  $^{85}\text{Rb}$ .

Avec une puissance totale de fluorescence de quelques centaines de pW pour un faisceau d'interrogation de 1 mW, le courant généré dans un photomultiplicateur détectant environ 10% de la lumière sera de plusieurs  $\mu\text{A}$ , donc tout à fait détectable. Nous reprendrons au chapitre 5 la comparaison du signal obtenu expérimentalement avec le calcul effectué dans ce chapitre.

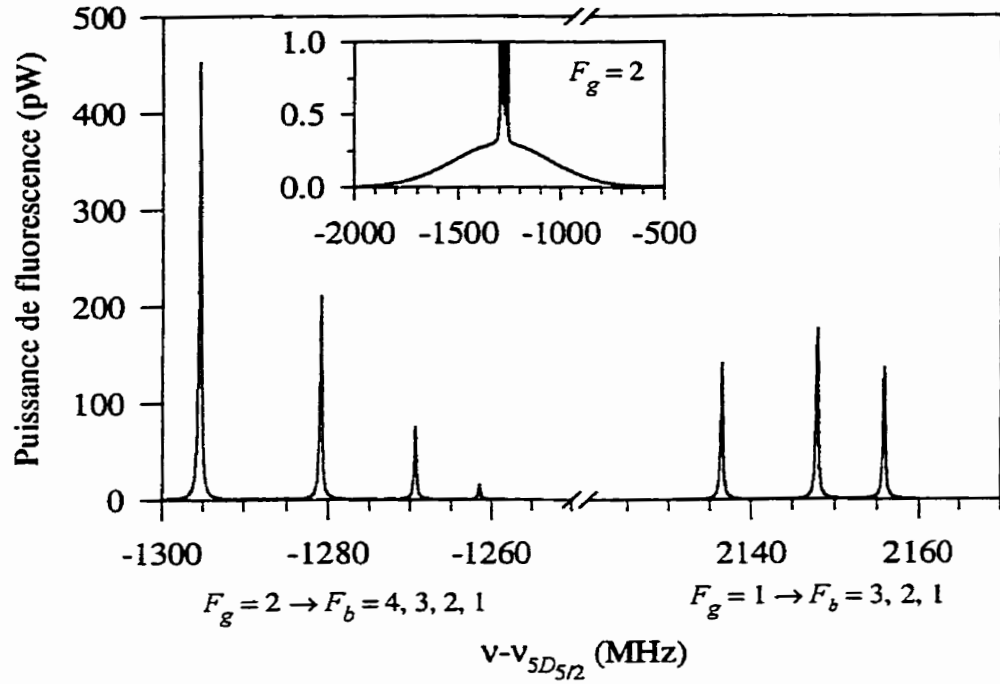


Figure 2.5: Profil de fluorescence théorique pour les transitions à deux photons  $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$  du  $^{87}\text{Rb}$ . L'encadré illustre le piédestal gaussien pour les transitions à partir de  $F_g = 2$ .

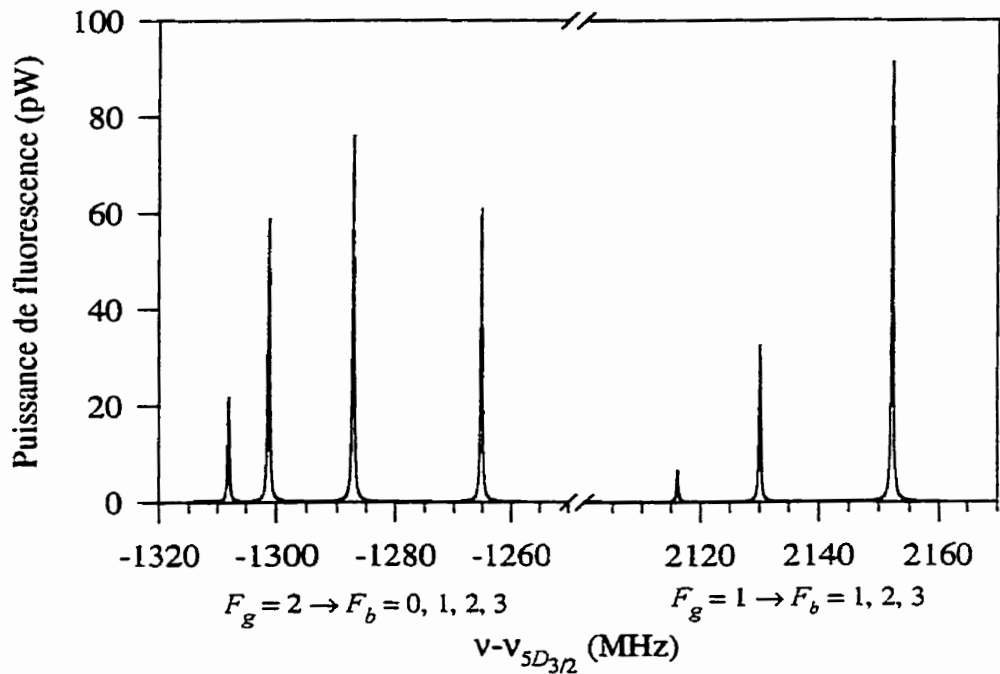


Figure 2.6: Profil de fluorescence théorique pour les transitions à deux photons  $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

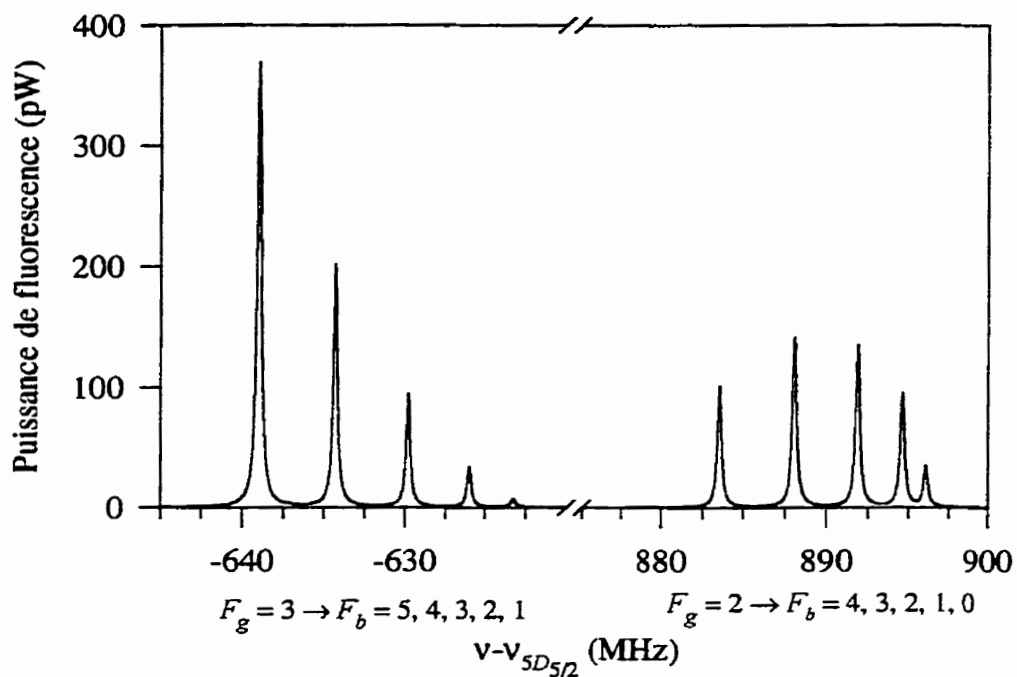


Figure 2.7: Profil de fluorescence théorique pour les transitions à deux photons  $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$  du  $^{85}\text{Rb}$ .

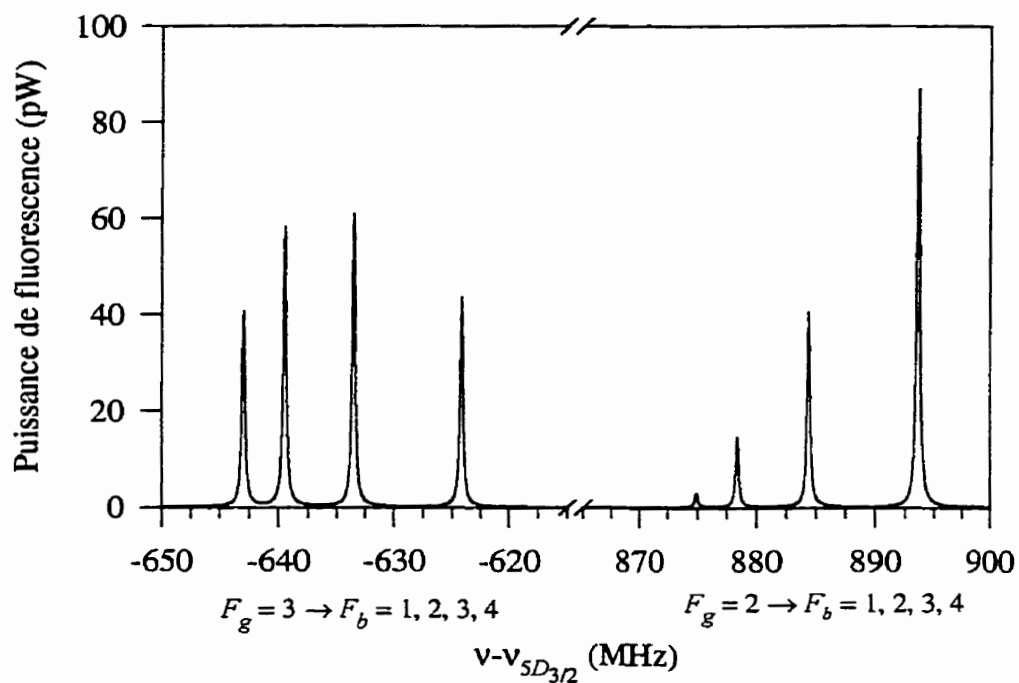


Figure 2.8: Profil de fluorescence théorique pour les transitions à deux photons  $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$  du  $^{85}\text{Rb}$ .

# CHAPITRE 3

## LASER À SPECTRE ÉTROIT ET INJECTION OPTIQUE

La transition à deux photons à 778 nm, d'une largeur théorique de 300 kHz (à 778 nm), requiert l'utilisation d'une source laser dont le spectre est de l'ordre de la dizaine de kHz. Bien que les lasers à cavité étendue (LCE), accordables par rotation du réseau de diffraction, offrent des qualités spectrales intéressantes, nous avons orienté notre travail vers la construction de lasers affinés par feedback optique d'une cavité confocale. Les raisons principales de ce choix sont les suivantes: d'une part, nous évitons de perdre une fraction importante de la puissance initiale du laser (la puissance de sortie d'un LCE est typiquement le tiers de la puissance initiale) et d'autre part, la fabrication des couches anti-reflet est délicate et celles-ci sont sujettes au vieillissement.

Nous décrivons dans la première partie de ce chapitre la source à spectre étroit à 1556 nm. Celle-ci, doublée en fréquence dans le cristal PPLN, injecte un laser Fabry-Pérot puissant à 778 nm. L'injection optique est traitée dans la deuxième partie de ce chapitre. Enfin, nous analysons les propriétés spectrales des lasers à 1556 nm ainsi que de la lumière générée au double de la fréquence fondamentale, par l'intermédiaire des propriétés spectrales des lasers esclaves.

### **3.1 Affinement de spectre par feedback optique résonant**

#### **3.1.1 Principe de fonctionnement**

Le principe de l'affinement du spectre par feedback optique est illustré à la figure 3.1. Une partie de la lumière de la diode laser est envoyée à une cavité Fabry-Pérot (FP) confocale, placée légèrement inclinée par rapport à son axe [DAH87]. La cavité est dite

confocale car le rayon de courbure des miroirs est égal à la distance les séparant. Cette configuration permet de retourner un faisceau provenant de l'intérieur de la cavité (type transmission) tout en évitant le retour du faisceau de première réflexion sur le miroir d'entrée de la cavité (type réflexion). Ceci contribue à accroître le temps de vie des photons dans la cavité laser par l'intermédiaire du temps de stockage dans la cavité confocale, proportionnel à sa finesse, ce qui entraîne la réduction de la largeur de raie de la diode laser [LAU89a].

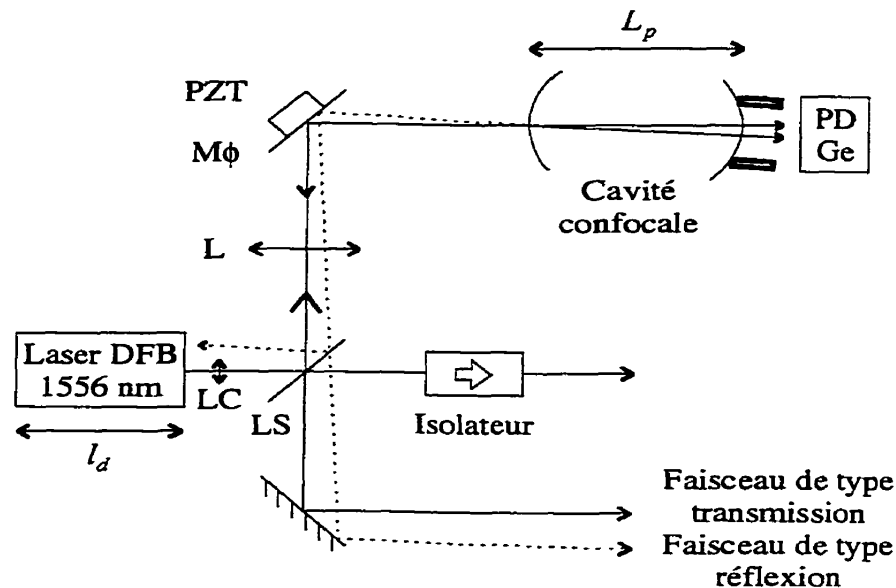


Figure 3.1: Montage utilisé pour la source à spectre étroit à 1556 nm. (LC: lentille de collimation, LS: lame séparatrice)

De par la nature du réflecteur utilisé, le feedback optique ne sera présent que lorsque la fréquence libre de la diode laser sera à proximité de la fréquence de résonance de la cavité. Cette fonction de filtrage crée une condition favorable pour l'oscillation du laser à la fréquence de résonance de la cavité, ce qui crée un phénomène de verrouillage optique de la fréquence laser sur la fréquence de résonance de la cavité.

Soient  $l_d$  et  $L_p$  la longueur de la diode laser et de la cavité confocale respectivement,  $L_d$  la distance entre la diode laser et la cavité et  $\tau = 2l_d/c$ ,  $\tau_p = 2L_p/c$  et  $\tau_d = 2L_d/c$  les temps d'aller-retour pour chacun de ces parcours. Le comportement de la fréquence du

laser avec couplage optique  $\omega$  est décrit par l'équation suivante [LAU89a-b]:

$$\omega_{sc} = \omega + K \frac{\sin(\omega\tau_d + \omega\tau_p + \theta) - R^2 \sin(\omega\tau_d - \omega\tau_p + \theta)}{1 + F^2 \sin^2(\omega\tau_p)} \quad (3.1)$$

où  $\omega_{sc}$  est la fréquence libre de la diode laser sans couplage optique,  $\theta = \tan^{-1} \alpha$  avec  $\alpha$ , le facteur de couplage phase-amplitude du laser et  $F = \frac{2R}{1-R^2}$  où  $R$  est la réflectivité des miroirs de la cavité confocale. Dans l'équation (3.1),  $K$  est le facteur de couplage donné par:

$$K \simeq \frac{c}{2n_d l_d} \sqrt{\beta(1 + \alpha^2)} \frac{1}{2} \frac{F_p}{F_d}$$

où  $n_d$  et  $F_d = \frac{\pi\sqrt{R_d}}{1-R_d}$  sont l'indice de réfraction et la finesse de la cavité de la diode laser respectivement,  $R_d$  étant la réflectivité (équivalente pour un DFB) des facettes de la diode.  $F_p = \frac{\pi R}{1-R^2}$  est la finesse de la cavité confocale hors-axe pour laquelle l'intervalle spectral libre vaut  $c/4L_p$ . À résonance, une cavité confocale utilisée hors-axe retourne au maximum 25% de la puissance incidente vers le laser et  $\beta$  représente la fraction de cette puissance recouplée dans le laser.  $\beta$  inclut les pertes introduites par la lame séparatrice, l'adaptation de mode du laser au mode de la cavité, le recouplage de la lumière réfléchie dans la cavité laser, etc.

L'équation (3.1) est représentée graphiquement à la figure 3.2. La distance laser-cavité a été fixée au double de la longueur du FP. L'abscisse est la fréquence de la diode libre (proportionnelle au courant d'injection) et pour la fréquence centrale du graphique ( $\omega_{sc} = \omega_{FPC}$ ), nous avons imposé la condition  $\omega\tau_d + \omega\tau_p + \theta = 0$ , c'est-à-dire que le champ est réinjecté dans la diode avec une phase relative  $-\theta$  (par rapport à la phase du champ intracavité). Une unité sur le graphique représente un FSR de la cavité confocale. Seuls les points situés sur une pente positive représentent des solutions physiquement possibles. En certains points, la fréquence couplée pourra donc prendre deux valeurs différentes. Ainsi en balayant la fréquence libre sur quelques FSR de la cavité, un phénomène d'hystérésis (illustré par les flèches) sera observé. Au centre de la figure, la fréquence laser se verrouille sur la fréquence de résonance du FP; sur une large plage de courant, la fréquence couplée ne varie que très peu, *i.e.* elle ne varie que de la largeur d'un pic de transmission ( $FSR/F_p$ ).

Sur le bas de la figure 3.2, nous avons tracé la transmission de la cavité correspondant aux valeurs de fréquences couplées que prendra le laser selon sa fréquence libre. Dû au fait que la fréquence laser s'accroche à la fréquence de résonance du FP, les pics de transmission sont des pics de résonance élargis. La périodicité de la courbe dépend du rapport  $L_d/L_p$ . Dans le cas présenté, la fréquence laser ne se verrouille que sur une résonance sur deux ( $L_d = 2nL_p$ ). Le verrouillage optique se fera à chaque résonance du FP si  $L_d = (2n + 1)L_p$ .

Autour de la fréquence de résonance de la cavité  $\omega_{FPC}$ , une variation de la fréquence libre engendrée par une variation du courant d'injection et/ou de la température sera réduite d'un facteur  $p$  (appelé facteur de réduction statique) donné par:

$$p = \frac{d\omega_{sc}}{d\omega} \simeq 2K\tau_p$$

lorsque  $R \simeq 1$  et  $K\tau_p \gg 1$  [LAU89b]. En considérant uniquement le bruit blanc de fréquence, la largeur de raie obtenue avec couplage optique est:

$$\Delta f_o = \frac{\Delta f_{sc}}{p^2} \simeq \frac{\Delta f_{sc}}{\beta} \frac{1}{1 + \alpha^2} \left( \frac{n_d l_d F_d}{L_p F_p} \right)^2$$

où  $\Delta f_{sc}$  est la largeur de raie de la diode libre (sans couplage). On voit qu'il est avantageux d'utiliser le niveau de couplage  $\beta$  maximum, donc d'avoir des pics de résonance les plus larges possibles. Cependant, une valeur de  $\beta$  trop élevée conduit à des instabilités et au transfert de puissance dans les bandes latérales de relaxation. Généralement, on a  $\beta < 10^{-3}$ . L'affinement du spectre est aussi proportionnel au carré du rapport des finesses de la cavité confocale et de la diode laser. La faible valeur de  $\beta$  requise au fonctionnement stable de la diode affinée par feedback optique résonant est compensée par la haute finesse de la cavité confocale.

Des largeurs de raie de l'ordre de quelques Hz sont ainsi réalisables théoriquement. Cependant, en pratique, les largeurs de raie obtenues sont plutôt de l'ordre du kHz et s'expliquent par la présence du bruit en  $1/f$  (voir par exemple [LAU89a-b]). Dans ce cas, la largeur de raie varie inversement avec le facteur de réduction statique  $p$  :

$$\Delta f_o = \frac{\sqrt{\Delta f_{sc} \nu_{1/f}}}{p}$$

où  $\nu_{1/f}$  est la fréquence où le bruit en  $1/f$  rejoint le palier de bruit blanc.

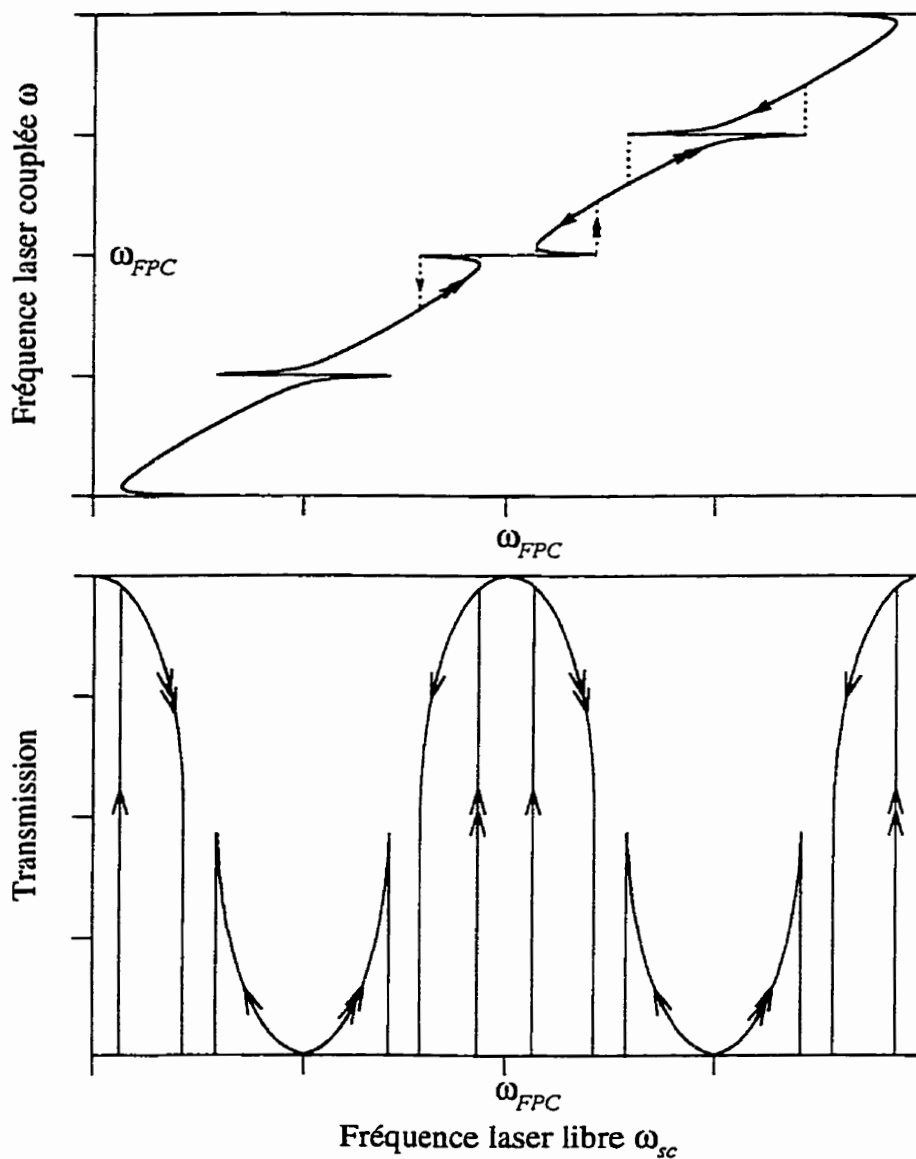


Figure 3.2: En haut: représentation de l'équation (3.1), la fréquence avec couplage en fonction de la fréquence libre. Une unité sur chaque axe est égale au FSR de la cavité  $c/4L_p$ . En bas: Transmission de la cavité correspondante. Dans ce cas-ci, la distance laser-cavité est deux fois la longueur du FP confocal et  $\beta = 2 \times 10^{-4}$ .



### 3.1.2 Montage expérimental

Le montage expérimental est illustré à la figure 3.1. Les lasers utilisés à 1556 nm sont des DFB à multiples puits quantiques de la compagnie Nortel Networks. Ils sont typiquement opérés à un courant de 270 mA et maintenus à une température d'environ 15°C pour atteindre la longueur d'onde requise et émettent environ 60-70 mW. Ces lasers sont fortement monomodes; ils montrent un rapport d'extinction du premier mode secondaire (SMSR) de plus de 50 dB à l'analyseur de spectre optique. Leur largeur de raie est de l'ordre du MHz (*cf.* § 3.3.5). Le laser du système #1 (resp. #2) possède un coefficient  $\frac{df}{di}$  de -2.26 GHz/mA (resp. -2.46 GHz/mA) et un coefficient  $\frac{df}{dT}$  de -14.5 GHz/°C (resp. -14.1 GHz/°C).

La lumière du laser DFB est collimée au moyen d'une lentille asphérique (LC) (Corning 350140) traitée anti-reflet, dont la focale effective est de 1.47 mm. Une lame séparatrice (LS) prélève 8% du faisceau principal pour le diriger vers la cavité confocale<sup>1</sup>. La deuxième surface de cette lame possède un revêtement anti-reflet. Sur le chemin, une lentille  $L$  ( $f = 12.5$  cm) est utilisée pour adapter le mode laser au mode de la cavité. Enfin, un miroir ( $M\phi$ ) monté en porte-à-faux sur une céramique piézo-électrique (ThorLabs, modèle AE0505D08, 6  $\mu\text{m}/100$  V) permet d'ajuster la phase du feedback optique de façon à maintenir l'accrochage de la fréquence laser sur la fréquence de résonance de la cavité confocale (*cf.* § 3.1.3.2).

Les cavités confocales ont été construites au laboratoire à partir d'un barreau de super-invar (Scientific Alloys). La longueur de la cavité est de 10 cm, ce qui procure un FSR en utilisation hors-axe de 750 MHz. Les miroirs (CVI Laser Corporation), de rayon de courbure de 10 cm, possèdent une réflectivité égale à 99.5%. Le mode fondamental de la cavité possède un rayon  $\omega_o = \sqrt{\frac{L\lambda}{2\pi}} = 157 \mu\text{m}$  au centre et de  $\sqrt{2}\omega_o$  aux miroirs. La longueur de la cavité peut être ajustée finement au moyen d'une céramique piézo-électrique pré-contrainte (PI, modèle S-310.10) dont l'élongation est d'environ 6  $\mu\text{m}$  pour 100 V. Chaque cavité est déposée dans une base en acier en forme de V. Cette base

---

<sup>1</sup> Un atténuateur variable (polariseur +  $\lambda/4$ ) peut être inséré entre le laser et la cavité confocale afin d'ajuster le niveau de feedback. Dans notre cas, comme le niveau de feedback est fixe, la réflectivité de la lame séparatrice a été estimée pour obtenir un niveau de feedback suffisant.

massive, de même que des poteaux d'un pouce de diamètre, assurent une bonne stabilité mécanique. A titre informatif, le tableau 3.1 donne les coefficients d'expansion de certains matériaux utilisés dans cette thèse.

Une photodiode au germanium de 5 mm de diamètre (EG&G Judson, modèle J16-8SP-R05M-SC) suivie d'un amplificateur à transimpédance sert à la détection des deux faisceaux transmis par la cavité confocale. La bande passante du circuit de détection est de quelques centaines de kHz.

Enfin, la sortie utile du laser est munie d'un isolateur de 70 dB (Isowave, modèle I15-UHP-4).

Matériau	$\alpha [10^{-6}/^{\circ}\text{C}]$
Silice	0.5-0.75
Aluminium	23.5
Acier inox. (Fe/Cr18/Ni8)	15-18
Invar (Fe64/Ni36)	1.7-2.0
Super-Invar (Fe64/Ni36/Co)	0.63

Tableau 3.1: Coefficients d'expansion thermique de certains matériaux utilisés. Source: catalogue Goodfellow 95/96.

### 3.1.3 Procédure de réglage

La première étape consiste à régler la confocalité des cavités. Ceci est réalisé avec la cavité dans l'axe du faisceau optique, en ajustant la position du miroir d'entrée monté sur une pièce filetée (40 filets/po.). La figure 3.3 montre la forme du signal de transmission à différentes étapes du réglage (à noter que l'axe vertical n'est pas le même sur chacune des figures). À mesure que l'on approche de la confocalité, les modes supérieurs se superposent au mode fondamental et la finesse augmente. Les figures (d) et (f) correspondent à la configuration confocale. Pour une cavité confocale dans l'axe, les modes impairs (resp. pairs) sont dégénérés et l'intervalle entre deux modes impairs (resp. pairs) est  $c/2L_p$ . Les modes pairs sont intercalés à mi-chemin entre les modes impairs, ce qui peut donner un FSR apparent de  $c/4L_p$ . Cependant, comme le montre la figure (f), il est possible de

réduire grandement les modes pairs avec un alignement adéquat. La finesse obtenue à partir des figures (d) et (f) est de 470. Notons que durant cette procédure, le spectre du laser DFB utilisé est affiné par la seconde cavité confocale (dont la confocalité a été auparavant réglée approximativement à l'aide du laser non-affiné). Il est important que l'axe optique de la cavité passe par le centre du miroir d'entrée.

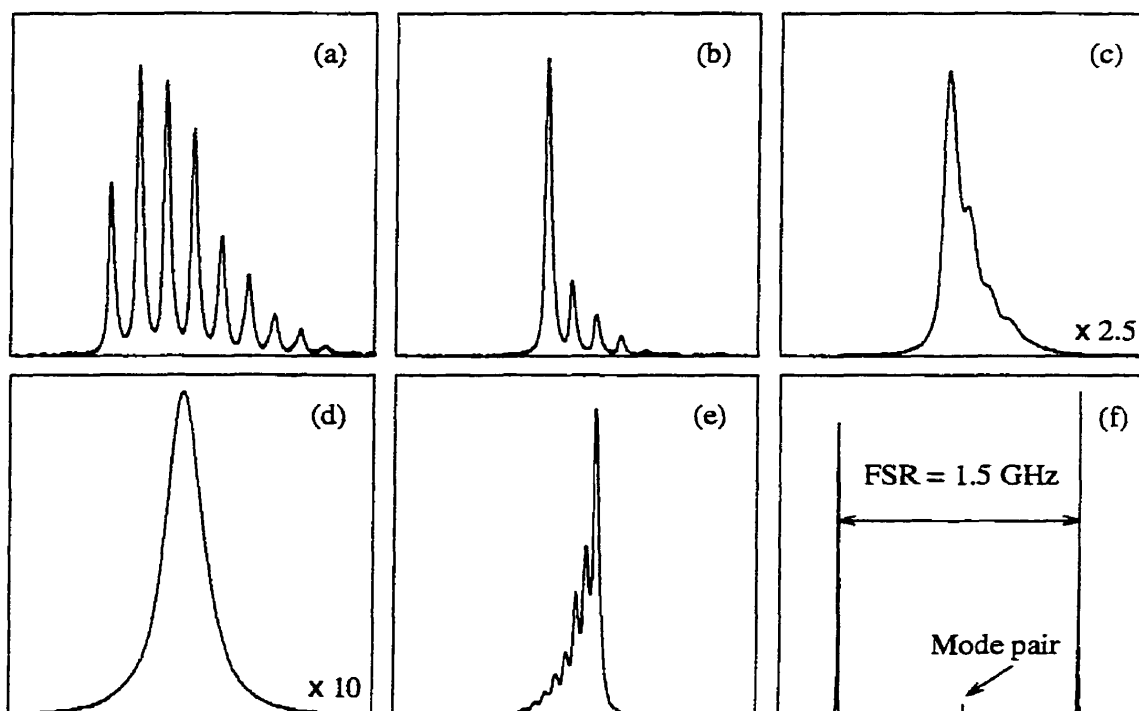


Figure 3.3: Transmission de la cavité confocale observée lors du réglage de la confocalité. Les distances entre les miroirs sont décroissantes de (a) à (e). (d) et (f) correspondent au réglage optimal.

Dans la deuxième étape, la cavité est placée à environ deux fois sa longueur du laser et le plus près possible du miroir  $M\phi$ . Le PZT de la cavité (ou le piézo de  $M\phi$ ) est modulé à une dizaine de Hz de façon à balayer quelques pics de transmission de la cavité. On ajuste ensuite l'orientation de la cavité relativement au faisceau optique, de façon à obtenir deux faisceaux de sortie espacés de quelques mm, à une distance de quelques cm du miroir de sortie. Ensuite, avec les montures du miroir  $M\phi$  et de la lame séparatrice, on optimise l'amplitude et la largeur des pics de résonance élargis, de façon à obtenir la forme de la

figure 3.4. Le réglage manuel de l'axe de la cavité est le plus important car, lorsqu'il est bien fait, il évite de trop avoir à retoucher à l'angle de la lame séparatrice.

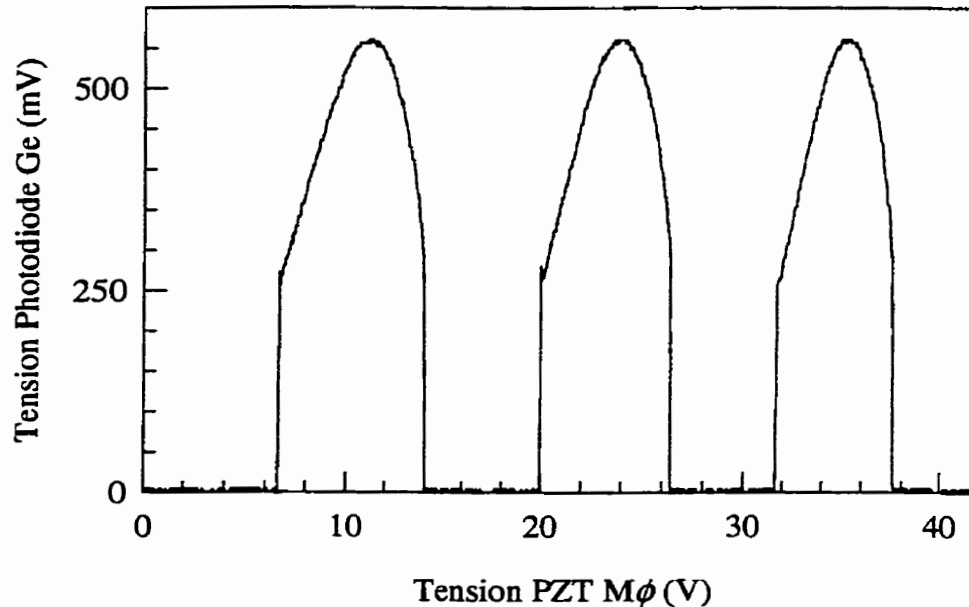


Figure 3.4: Pics de transmission observés en balayant le miroir de phase.

### 3.1.3.1 Taux de couplage

On peut estimer de façon approximative le taux de couplage en mesurant la puissance dans la voie de retour en transmission de la lame séparatrice. Pour ce faire, on se place à une distance telle que le faisceau de type transmission soit bien séparé de celui de type réflexion. Le taux de couplage  $P_{feedback}/P_{laser}$  obtenu est au maximum d'environ  $5 \times 10^{-4}$  (en assumant que l'efficacité de recouplage du faisceau réfléchi à l'intérieur du guide d'onde du laser est de 100%).

### 3.1.3.2 Asservissement de la phase du feedback optique et accordabilité

Afin de maintenir le verrouillage au maximum de transmission de la cavité confocale et donner la possibilité de balayer la fréquence du système, la position du miroir  $M\phi$  est asservie par l'intermédiaire de la céramique piézoélectrique le supportant. Ceci est réalisé en modulant le courant d'injection de la diode à 50 kHz. Le signal de la photodiode placée derrière la cavité confocale est envoyé dans un détecteur synchrone. Celui-ci, basé sur un

démodulateur AD630 et développé par C. Olivier [OLI90], a été modifié pour fonctionner avec une référence externe à 50 kHz. Le signal démodulé et filtré passe-bas est envoyé à un filtre de boucle de type proportionnel-intégrateur. L'intégrateur possède une fréquence à gain unitaire de 88 Hz ( $RC = 1.8 \text{ k}\Omega \times 1 \text{ }\mu\text{F} = 1.8 \text{ ms}$ ). Avec un tel asservissement, la fréquence laser demeure verrouillée sur la fréquence de résonance de la cavité confocale. En changeant la longueur de la cavité confocale, les deux systèmes peuvent être accordés sur plusieurs GHz avec une accordabilité  $\frac{df}{dV_{FPC}}$  de 85 MHz/V (appliqué au PZT de la cavité confocale).

Rappelons que la fréquence du système dépend de trois paramètres: le courant d'injection (fréquence libre du laser  $\omega_{sc}$ ), la distance diode-cavité ( $L_d$ ) et la longueur de la cavité ( $L_p$ ). Ce dernier paramètre est utilisé pour l'accordabilité et  $L_d$  est asservie. Il reste le courant laser sur lequel nous n'agissons pas. Ceci fait en sorte que la courbe correspondant à l'éq. (3.1) n'est plus symétrique si  $\omega_{sc} \neq \omega_{FPC}$ . Lorsque l'asymétrie est trop importante, l'asservissement peut décrocher. Notre système possède donc une accordabilité limitée par la déformation du pic de résonance élargi sur lequel il est asservi. Afin d'éviter cette déformation, la fréquence libre du laser pourrait être asservie. Cela rendrait le système beaucoup plus complexe et nécessiterait un détecteur synchrone supplémentaire opérant à  $3f_{\text{mod}}$  [OHS92].

### 3.1.3.3 Modulation de fréquence

La figure 3.5 montre l'excursion de fréquence du laser DFB mesurée en fonction de l'amplitude du signal de modulation à 50 kHz appliquée sur l'entrée externe du contrôle de courant. Ces mesures sont obtenues par battement de fréquence entre les lasers affinés par feedback optique. Le signal de modulation d'un système est ajusté au minimum pendant que l'autre système est caractérisé. Le battement de fréquence présente un plateau dont la largeur correspond approximativement à l'excursion de modulation. La conversion courant-tension de l'entrée externe de courant étant de  $50 \text{ mA/V} = 1/(20 \text{ }\Omega)$ , les pentes de 43.5 kHz/mV et 30.7 kHz/mV mesurées pour les systèmes #1 et #2 correspondent à 870 kHz/mA et 614 kHz/mA respectivement.

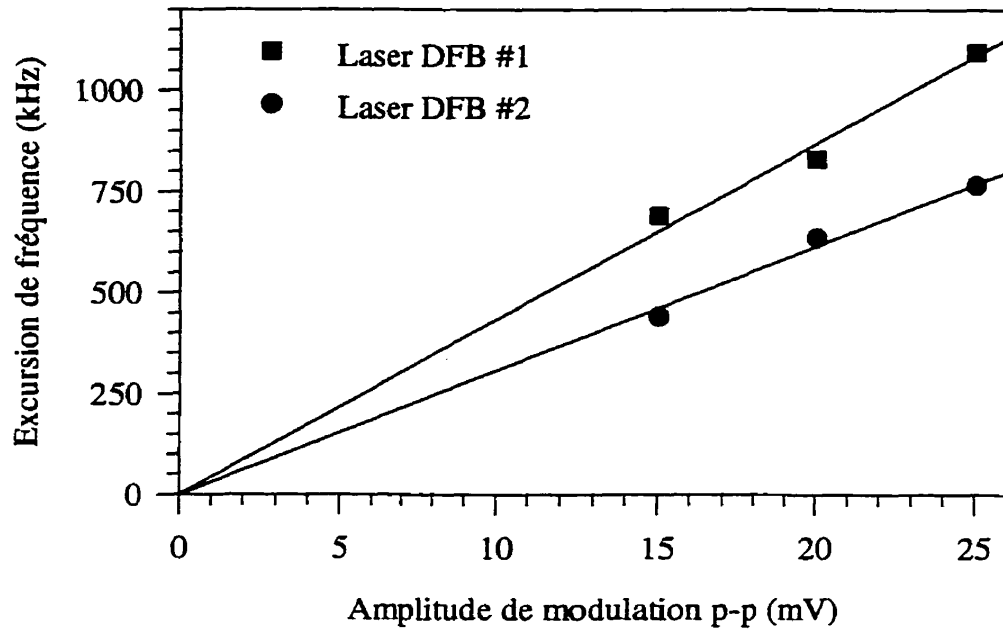


Figure 3.5: Excursion de fréquence engendrée par la modulation du courant d'injection (via l'entrée externe du contrôleur de courant).

### 3.2 Injection optique des lasers à 778 nm

Le laser esclave à 778 nm est un laser Fabry-Pérot quasi-monomode (SDL modèle 5402-H1). Il est opéré à un courant d'environ 80 mA et fournit une puissance d'environ 40 mW. Ce laser possède un coefficient  $\frac{df}{di}$  de  $-1.5$  GHz/mA. Il est collimé avec une lentille asphérique (Corning 350140) traitée anti-reflet. Le montage utilisé pour l'injection optique est donné à la figure 3.6. Le faisceau de deuxième harmonique issu du PPLN, séparé de celui à 1556 nm par le miroir dichroïque<sup>1</sup>, est dirigé vers le port d'échappement latéral d'un isolateur optique (Isowave I80-T5H) dont l'isolation est de 39 dB. La lame  $\lambda/2$  est tournée de façon à maximiser le signal de sortie.

Mentionnons que deux faisceaux de faible intensité, en provenance du laser FP, s'échappent par le port latéral de l'isolateur. En raison de la biréfringence du polariseur de sortie, ceux-ci sont séparés angulairement. Le plus faible des deux est utilisé pour l'alignement préliminaire du faisceau de deuxième harmonique. Une fois la superposition des fais-

<sup>1</sup> CVI, modèle LWP-45-RS778-TS1556-PW-1025-C.

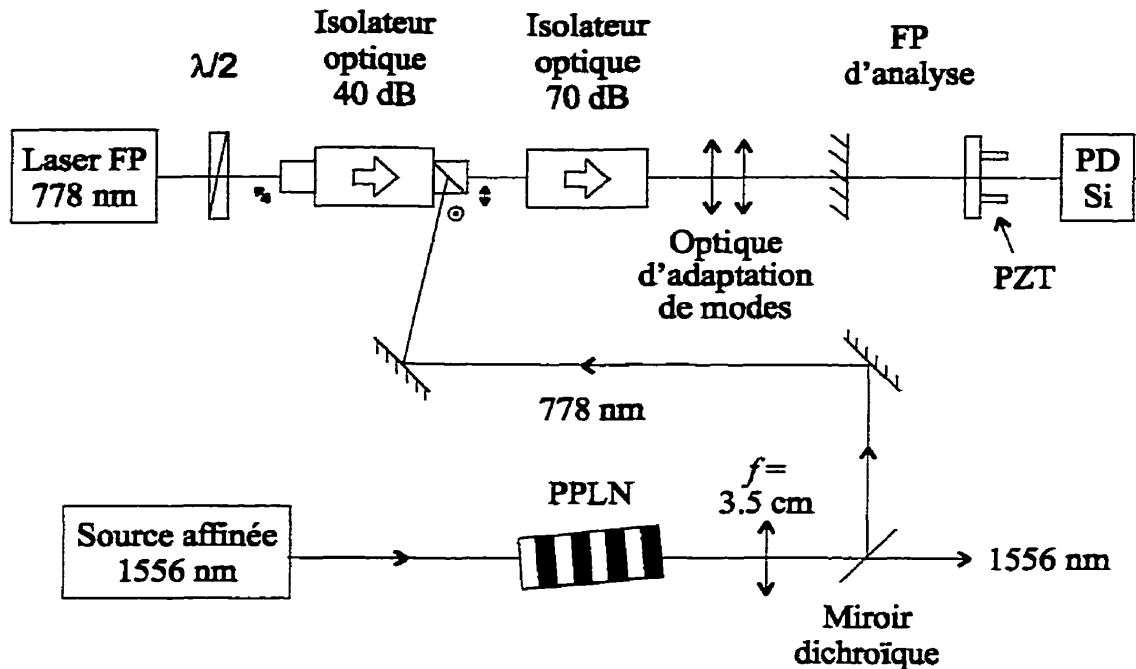


Figure 3.6: Montage utilisé pour l'injection optique et sa caractérisation.

ceaux effectuée, le laser FP est éteint, et l'injection optique est optimisée en maximisant la tension photovoltaïque générée à ses bornes [CHA95].

Une cavité Fabry-Pérot d'analyse à 778 nm a été utilisée pour vérifier le bon fonctionnement de l'injection optique. Ce FP est formé d'un miroir d'entrée plan et d'un miroir de 2 m de rayon de courbure. Ce dernier est monté sur une PZT haute-tension (800 V). Les deux miroirs ont une réflectivité de 96% à 778 nm et sont espacés d'environ 10 cm, ce qui procure un FSR de 1.5 GHz.

### 3.2.1 Mesure de la plage d'accrochage

Pour mesurer la plage d'accrochage, le courant du laser esclave est balayé sur plusieurs FSR de la cavité d'analyse. La fréquence du laser maître à 1556 nm (avec  $M\phi$  asservi) est alors ajustée pour être en résonance avec la cavité d'analyse. Comme le montre la figure 3.7 (en haut), on obtient alors un plateau dont la largeur correspond à la plage d'accrochage. La figure du bas nous montre la transmission de la cavité (de FSR = 1.5 GHz) observée sans injection optique. L'excitation de modes spatiaux supérieurs n'a pu être évitée en raison de l'adaptation imparfaite du faisceau. D'un point de vue

théorique, la plage d'accrochage est donnée par [YAM91]:

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau_p} \sqrt{\frac{P_m}{P_{esc}}} \quad (3.2)$$

où  $P_m$  et  $P_{esc}$  sont les puissances des lasers maître et esclave à l'intérieur de la cavité laser respectivement et  $\tau_p$  est le temps de vie des photons dans la zone active du laser esclave ( $\simeq 1$  ps). La figure 3.8 illustre la mesure de la plage d'accrochage en fonction de la racine carrée du niveau de puissance de deuxième harmonique incidente. Pour ces mesures, la puissance émise par le laser esclave était d'environ 40 mW. La plage d'accrochage maximale obtenue est de 2.4 GHz lorsque la puissance de deuxième harmonique incidente est de  $5.55 \mu\text{W}$ . Cette valeur est du même ordre de grandeur que celle calculée à partir de l'équation (3.2). Au besoin, une plage d'accrochage plus grande pourrait être obtenue en diminuant le courant d'opération du laser esclave.

Pour ces mesures, le cristal PPLN était utilisé avec un léger angle d'incidence (environ  $4^\circ$ ). A incidence normale, les pics de résonance de la cavité d'analyse étaient déformés à cause du feedback optique provenant de la surface du cristal PPLN.

### 3.2.2 Transfert des propriétés spectrales lors de l'injection optique

L'injection optique nous permet de contrôler la fréquence d'un laser puissant de plusieurs mW à l'aide du faisceau de deuxième harmonique de quelques  $\mu\text{W}$ . De plus, les propriétés spectrales du laser maître sont transférées en partie au laser esclave, le transfert de pureté spectrale aux basses fréquences étant gouverné par l'équation suivante [SPA86] [GAL85]:

$$S_{\varphi,esc}(\omega) = S_{\varphi,m}(\omega) + \frac{\omega^2}{\Delta\omega^2} S_{\varphi,libre}(\omega) \quad \omega \ll \Delta\omega \quad (3.3)$$

où  $S_{\varphi,esc}(\omega)$ ,  $S_{\varphi,m}(\omega)$ ,  $S_{\varphi,libre}(\omega)$  sont respectivement les densités spectrales des fluctuations de phase du laser esclave injecté, du laser maître et du laser esclave libre et  $\Delta\omega$  est la demi-largeur de la plage d'accrochage. Ainsi, le champ électrique du laser injecté est asservi, aux basses fréquences, en phase sur celui du laser maître. À plus hautes fréquences, la diffusion de phase imposée par la propre émission spontanée du laser esclave n'est plus contrée, ce qui contribue à élargir le spectre du laser injecté. D'après les valeurs numériques des largeurs de raie des lasers en jeu et la plage d'accrochage obtenue, le spectre du laser esclave épousera celui du laser maître au moins jusqu'à 200 MHz de la porteuse,



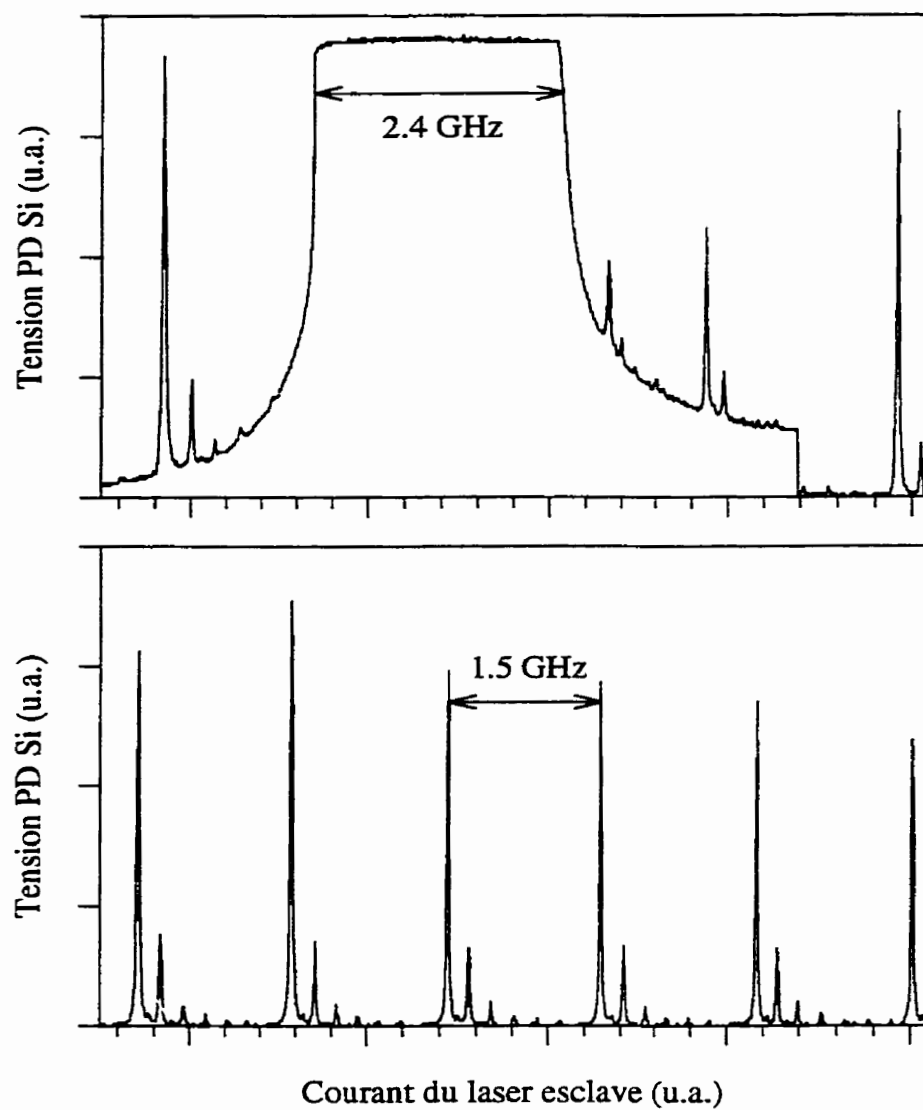


Figure 3.7: Transmission de la cavité d'analyse obtenue en balayant le courant du laser esclave avec une puissance de deuxième harmonique incidente de  $5.55 \mu\text{W}$  (en haut) et  $0 \mu\text{W}$  (en bas).

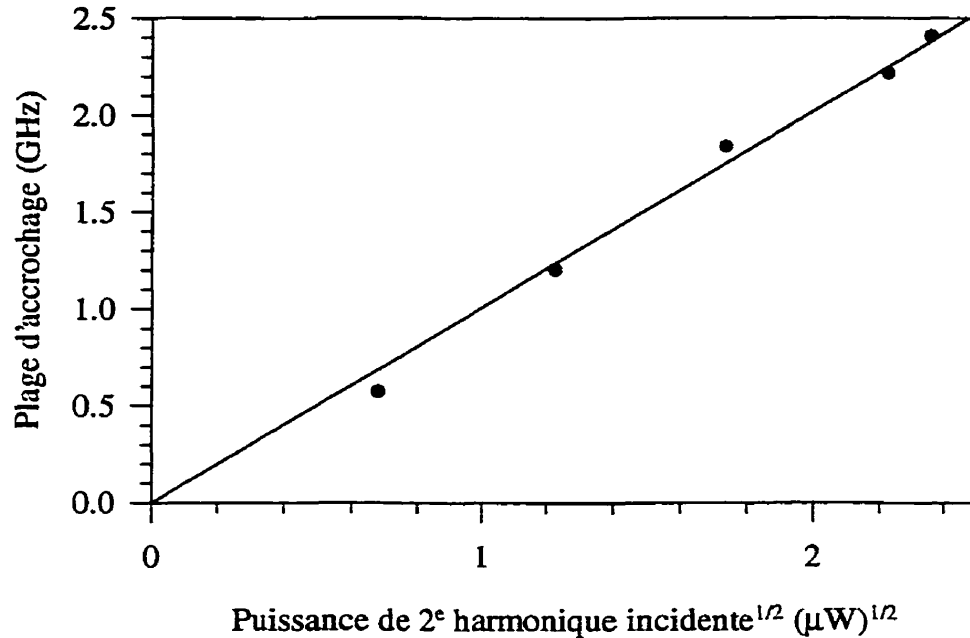


Figure 3.8: Plage d'accrochage pour le laser FP à 778 nm injecté par le signal de deuxième harmonique.

fréquence maximale observée pour les spectres de la section suivante. Les spectres obtenus par battement de fréquence entre les deux lasers esclaves pourront donc être utilisés pour rendre compte des propriétés spectrales du signal de deuxième harmonique.

### 3.3 Propriétés spectrales des sources laser

Dans cette section, nous désirons exprimer les propriétés spectrales de la source à 1556 nm ainsi que celles du laser esclave à 778 nm qui sert à l'interrogation de la transition atomique. Les spectres sont obtenus expérimentalement par battement de fréquence entre deux systèmes opérant dans les mêmes conditions et supposés identiques. Avant de les présenter, nous analyserons, d'un point de vue théorique, l'influence du type de bruit sur la forme du spectre d'émission d'une source laser. Nous chercherons ensuite à voir l'effet du doublage de fréquence sur la forme spectrale en fonction du type de bruit dominant. Les propriétés spectrales de la lumière obtenue par ce processus non-linéaire seront déterminées expérimentalement par l'intermédiaire du battement de fréquence entre les deux lasers injectés.

### 3.3.1 Définitions

Le champ électrique d'une onde optique de fréquence angulaire moyenne  $\omega_o$  peut être représenté de façon générale par:

$$E(t) = \xi_o(1 + \varepsilon(t)) \cos(\omega_o t + \varphi(t)) = \text{Re } \xi(t) \quad (3.3a)$$

$$\xi(t) = \xi_o(1 + \varepsilon(t)) e^{i(\omega_o t + \varphi(t))} \quad (3.3b)$$

avec  $\varepsilon(t)$  et  $\varphi(t)$  modélisant les fluctuations d'amplitude et de phase respectivement. Pour un laser opérant bien au-dessus du seuil, les fluctuations d'amplitude peuvent être négligées [YAR91]. Le spectre optique (densité spectrale de puissance du champ  $E$ , bilatérale):

$$S_E(\omega) = \frac{1}{4} [S_\xi(\omega) + S_\xi(-\omega)]$$

s'obtient à partir de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation du champ complexe  $\xi$  (théorème de Wiener-Khintchine) [PAP65]:

$$S_\xi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_\xi(t, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.4)$$

avec  $R_\xi(t, \tau)$  la fonction d'autocorrélation donnée par:

$$R_\xi(t, \tau) = \langle \xi(t) \xi^*(t - \tau) \rangle \quad (3.5)$$

Avec l'expression du champ (3.3a) et en négligeant les fluctuations d'amplitude,  $R_\xi(t, \tau)$  s'écrit:

$$R_\xi(t, \tau) = |\xi_o|^2 e^{i\omega_o\tau} \langle e^{i\Delta\varphi(t, \tau)} \rangle$$

avec  $\Delta\varphi(t, \tau) = \varphi(t) - \varphi(t - \tau)$ . Les fluctuations de phase considérées peuvent être représentées par un processus aléatoire supposé stationnaire, gaussien et de moyenne nulle. Dans ce cas, nous avons  $\langle e^{i\Delta\varphi(t, \tau)} \rangle = \langle e^{i\Delta\varphi(\tau)} \rangle = e^{-\frac{1}{2}\langle \Delta\varphi^2(\tau) \rangle}$  [YAR91, p. 382]. Le spectre devient alors:

$$S_\xi(\omega) = |\xi_o|^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\langle \Delta\varphi^2(\tau) \rangle} e^{-i(\omega - \omega_o)\tau} d\tau \quad (3.6)$$

D'après la définition de  $\Delta\varphi(t, \tau)$  et pour un processus stationnaire, on peut écrire [ROW65]:

$$\langle \Delta\varphi^2(\tau) \rangle = 4 \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \frac{S_{\dot{\varphi}}(\omega)}{\omega^2} d\omega \quad (3.7)$$

où  $S_{\dot{\varphi}}(\omega)$  est la densité spectrale de puissance des fluctuations de fréquence angulaire (bilatérale) en  $(\text{rad}^2/\text{s}^2)/\text{Hz}$ .  $S_{\dot{\varphi}}(\omega)$  est une fonction paire et toujours positive. En utilisant cette dernière expression dans l'équation (3.6), on obtient pour l'expression du spectre:

$$S_{\xi}(\omega) = |\xi_o|^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2 \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \frac{S_{\dot{\varphi}}(\omega)}{\omega^2} d\omega} e^{-i(\omega-\omega_o)\tau} d\tau \quad (3.8)$$

Nous analyserons le spectre obtenu dans deux cas particuliers, soit lorsque  $S_{\dot{\varphi}}(\omega)$  est un bruit blanc de fréquence et lorsque  $S_{\dot{\varphi}}(\omega)$  est un bruit en  $1/f$ , aussi appelé bruit de scintillement de fréquence (ou *flicker*). Le bruit blanc de fréquence est la source de bruit dominante pour nos diodes lasers libres tandis que le bruit en  $1/f$  sera prépondérant pour les lasers affinés par feedback optique.

### 3.3.2 Spectre du laser à la fréquence fondamentale

#### 3.3.2.1 Cas d'un bruit blanc de fréquence

Soit  $S_{\dot{\varphi}}(\omega) = S_o$  le niveau de bruit blanc de fréquence. En portant cette expression dans (3.7), on trouve que:

$$\langle \Delta\varphi^2(\tau) \rangle = 2\pi S_o |\tau| \quad (3.9)$$

Ce type de bruit correspond à un processus de marche aléatoire ou de diffusion de phase. En remplaçant cette expression pour  $\langle \Delta\varphi^2(\tau) \rangle$  dans l'équation (3.6), on obtient pour la densité spectrale de puissance des fluctuations du champ électrique:

$$\begin{aligned} S_{\xi}(\omega) &= |\xi_o|^2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi S_o |\tau|} e^{-i(\omega-\omega_o)\tau} d\tau \\ &= |\xi_o|^2 \left( \frac{2\pi S_o}{(\omega - \omega_o)^2 + (\pi S_o)^2} \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Le spectre est donc lorentzien avec une pleine largeur à mi-hauteur en fréquence<sup>1</sup>:

$$\Delta f_o = S_o \quad (3.11)$$

Rappelons que la densité spectrale  $S_E(\omega)$  est bilatérale.

### 3.3.2.2 Cas d'un bruit en $1/f$

Dans le cas du bruit en  $1/f$  (de densité spectrale  $S_{\varphi}(\omega) = S_{-1}/|\omega|$ ), il n'existe pas de solution analytique pour la densité spectrale du champ. Tout au plus des expressions approximatives ou asymptotiques ont été démontrées. Ainsi, près du centre de la raie, Petermann démontre que le spectre est gaussien [PET91]. Cependant, cette approximation n'est plus valable dans les ailes, loin du centre de la raie. Kitching *et al.* montre que les ailes du spectre possèdent une dépendance en  $1/\omega^3$  [KIT93]. Toutefois, certains passages de cette démonstration nous apparaissent nébuleux. Une expression ayant une dépendance en  $1/\omega^3$  dans les ailes, correspondant aux résultats expérimentaux, est la lorentzienne à la puissance  $3/2$  que nous utiliserons pour modéliser le spectre en présence de bruit en  $1/f$ :

$$S_{\xi}(\omega) \propto \frac{1}{[\Delta\omega^2 + (\omega - \omega_o)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.12)$$

Cette fonction rappelle celle proposée par D. Halford [HAL71] et représente bien les formes de raies obtenues expérimentalement par battement de fréquence ou self-hétérodyne pour des lasers affinés par feedback optique [LAU89a-b, KIT93].

Quant à la largeur de raie (proportionnelle à  $\Delta\omega$ ), des méthodes d'évaluation basées sur la variance d'Allan et sur le bruit de phase  $S_{\varphi}(\omega)$  prédisent qu'elle est proportionnelle à  $\sqrt{S_{-1}}$  [LAU89a-b].

À titre d'exemple, nous montrons à la figure 3.9 le spectre du battement obtenu entre les deux DFB affinés par feedback optique. Le spectre n'est ni gaussien, ni lorentzien et ne peut pas être représenté par un profil de Voigt. La courbe en trait plein est une

---

<sup>1</sup> On voit souvent dans la littérature la largeur de raie exprimée en fonction de la densité spectrale des fluctuations de fréquence plutôt qu'en fonction de celle des fluctuations de fréquence angulaire. Comme  $S_{\varphi}(f) = 4\pi^2 S_{\Delta f}(f)$  et que  $S_{\varphi}(f) = 2\pi S_{\varphi}(\omega)$ , nous avons  $\Delta f_o = S_o(\omega) = 2\pi S_{\Delta f}(f)$ . Ces densités spectrales sont toutes bilatérales.

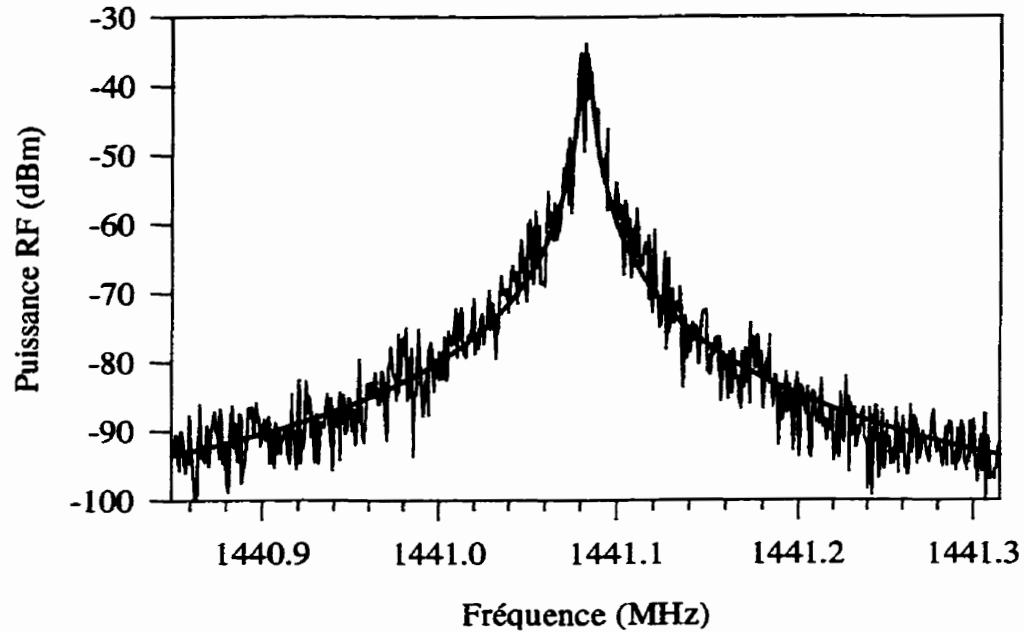


Figure 3.9: Spectre du battement obtenu entre les deux DFB affinés par feedback optique (temps de balayage: 5 s, RBW: 1 kHz, VBW: 300 Hz, aucun moyennage).

lorentzienne à la puissance  $3/2$  de pleine largeur à mi-hauteur de 4 kHz. Le montage utilisé pour la mesure est décrit à la section 3.3.5.

### 3.3.3 Spectre après doublage de fréquence

Le champ  $E_{2\omega}(t)$  obtenu après doublage de fréquence s'écrit (*cf.* chap. 4):

$$\begin{aligned} E_{2\omega}(t) &\propto dE(t)E(t) \\ &\propto d|\xi_o|^2 e^{i(4\pi f_o t + 2\varphi(t))} \end{aligned}$$

Les fluctuations de phase du champ harmonique sont donc le double de celles du champ fondamental.

Nous aurons alors  $\Delta\varphi_{2\omega}(\tau) = \varphi_{2\omega}(t) - \varphi_{2\omega}(t - \tau) = 2\varphi_{\omega}(t) - 2\varphi_{\omega}(t - \tau) = 2\Delta\varphi_{\omega}(\tau)$  et par conséquent:

$$\langle \Delta\varphi_{2\omega}^2(\tau) \rangle = 4 \langle \Delta\varphi_{\omega}^2(\tau) \rangle$$

D'après l'équation (3.7), on voit<sup>1</sup> que les densités spectrales de bruit de fréquence, proportionnelles à  $\langle \Delta\varphi^2(\tau) \rangle$ , seront également multipliées par 4.

### 3.3.3.1 Cas d'un bruit blanc de fréquence

Pour du bruit blanc de fréquence, la largeur de raie est proportionnelle à  $S_o$ . Ainsi, la largeur de raie après doublage de fréquence est quatre fois la largeur du laser fondamental:

$$\Delta f_o^{2\omega} = 4\Delta f_o^\omega$$

### 3.3.3.2 Cas d'un bruit en $1/f$

Pour du bruit de fréquence en  $1/f$ , la largeur de raie est proportionnelle à  $\sqrt{S_{-1}}$ . Ainsi, la largeur de raie après doublage de fréquence sera deux fois la largeur du laser fondamental:

$$\Delta f_{1/f}^{2\omega} = 2\Delta f_{1/f}^\omega$$

## 3.3.4 Spectre obtenu par battement de fréquence

Les spectres expérimentaux présentés à la prochaine section sont obtenus d'un battement entre deux systèmes identiques et considérés indépendants<sup>2</sup>. Les fluctuations de phase de chacune de ces deux sources étant non-corrélées, la densité spectrale du bruit de phase du battement  $S_\varphi^b(\omega)$  sera la somme des densités spectrales du bruit de phase de chacune

---

<sup>1</sup> Ceci peut également être déduit d'après la densité spectrale du bruit de phase:

$$S_\varphi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \varphi(t)\varphi(t-\tau) \rangle e^{-i\omega\tau} d\tau$$

Ainsi, avec  $\varphi_{2\omega}(t) = 2\varphi_\omega(t)$  on obtient  $S_\varphi^{2\omega} = 4S_\varphi^\omega$ . Comme  $S_{\dot{\varphi}}(\omega) = \omega^2 S_\varphi(\omega)$ , les densités spectrales de bruit de fréquence de l'onde harmonique et celle de l'onde fondamentale sont reliées par:

$$S_{\dot{\varphi}}^{2\omega}(\omega) = 4S_{\dot{\varphi}}^\omega(\omega)$$

(voir aussi [PAP65, § 10.3, p. 347])

<sup>2</sup> Dans le cas des lasers affinis, la fréquence d'un système est asservie sur celle de l'autre système afin d'éviter la dérive relative et faciliter ainsi les mesures de spectres. Cet asservissement n'agit qu'à basse fréquence et les fluctuations de phase des sources sont considérées non-corrélées pour les fréquences supérieures à la bande passante de l'asservissement [LAU89b].

des sources  $S_{\varphi}^{1,2}(\omega)$  (donc le double puisqu'elles sont supposées identiques):

$$\begin{aligned}
 S_{\varphi}^b(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle \varphi_b(t) \varphi_b(t - \tau) \rangle e^{-i\omega\tau} d\tau \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle [\varphi_1(t) - \varphi_2(t)] [\varphi_1(t - \tau) - \varphi_2(t - \tau)] \rangle e^{-i\omega\tau} d\tau \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \langle \varphi_1(t) \varphi_1(t - \tau) + \varphi_2(t) \varphi_2(t - \tau) \\
 &\quad - \varphi_1(t) \varphi_2(t - \tau) - \varphi_2(t) \varphi_1(t - \tau) \rangle e^{-i\omega\tau} d\tau \\
 &= S_{\varphi}^1(\omega) + S_{\varphi}^2(\omega) = 2S_{\varphi}(\omega)
 \end{aligned}$$

Un calcul détaillé du spectre obtenu par battement de fréquence est fait dans [VIL90] pour le cas du bruit blanc de fréquence. Le spectre du battement est alors lorentzien et possède une largeur égale à deux fois la largeur de raie d'un des lasers. Pour du bruit en  $1/f$ , le spectre est une lorentzienne à la puissance  $3/2$  dont la largeur est de  $\sqrt{2}$  fois celle d'un des lasers.

### 3.3.5 Mesures expérimentales

La figure 3.10 illustre une partie du montage utilisé pour caractériser les propriétés spectrales des sources à 1556 nm. Le battement peut être obtenu entre les lasers libres, en bloquant le faisceau se dirigeant vers la cavité confocale, ou entre les lasers affinés par feedback optique résonant. Un montage parallèle permet d'obtenir le battement entre les deux lasers esclaves à 778 nm. On obtient ainsi un battement entre les lasers esclaves injectés par les lasers à 1556 nm libres ou affinés.

Lors des mesures utilisant les lasers affinés, la fréquence du système #1 est asservie sur celle du système #2 afin d'éviter une dérive de la fréquence centrale d'un système par rapport à l'autre durant la durée d'un balayage de l'analyseur [LAU89b]. Pour ce faire, une partie du signal de battement ( $-20$  dB) est envoyée sur un deuxième analyseur de spectre (HP 8591E), utilisé en discriminateur de fréquence (balayage arrêté, échelle verticale linéaire, RBW = VBW = 300 kHz). La sortie vidéo de l'analyseur, comprise entre 0 et 1 V, est envoyée à un module d'offset qui lui soustrait 0.5 V. Ce signal d'erreur est ensuite dirigé vers un filtre de boucle constitué d'un simple intégrateur de fréquence à gain unitaire  $f = 1/2\pi RC = 115$  Hz avant d'être sommé dans l'entrée externe ( $G = 1$ )



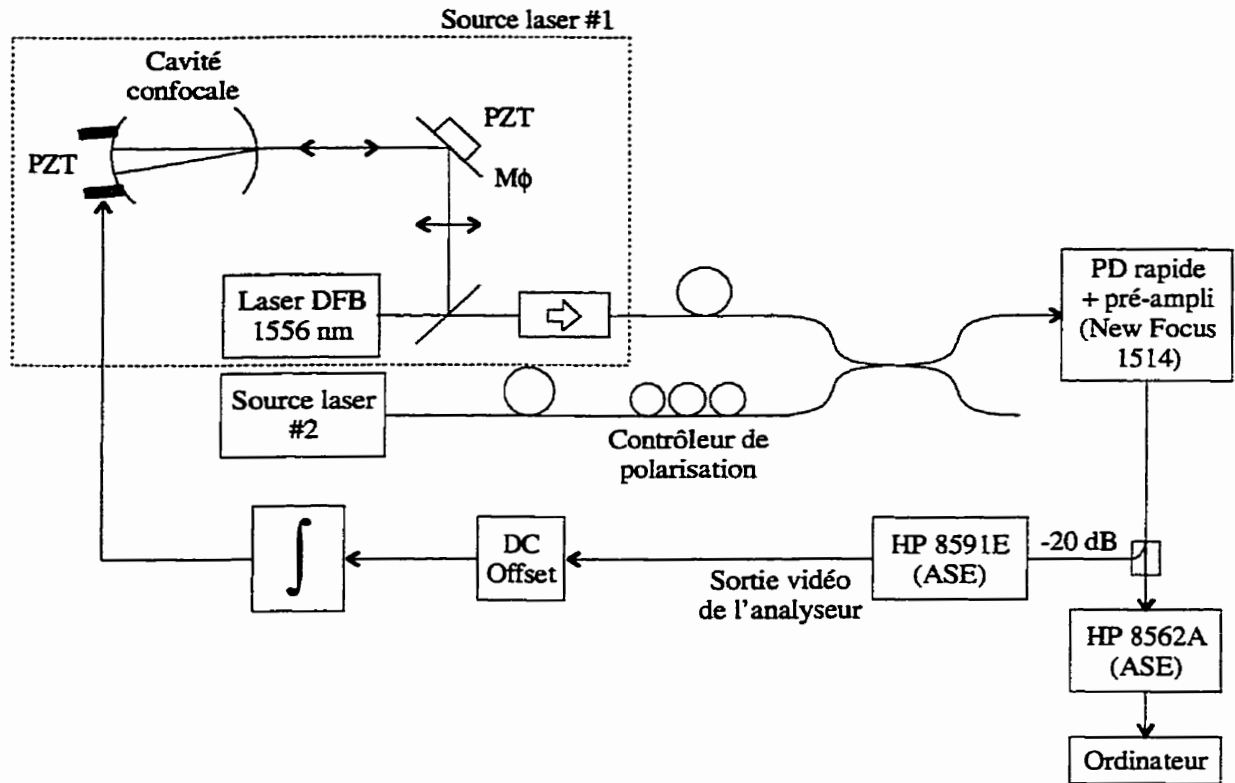


Figure 3.10: Montage utilisé pour la mesure des spectres du battement entre les deux lasers à 1556 nm. (ASE: analyseur de spectre électrique)

du contrôleur de la céramique piézoélectrique du confocal #1. Le gain de l'intégrateur est ajusté à la valeur minimale permettant l'asservissement. Il a été vérifié que l'asservissement n'altérerait pas la forme du spectre. Dans ces mesures, le miroir de phase n'est pas asservi. Sa position est ajustée au préalable à la main pour maximiser la transmission du FP confocal.

Le battement à 778 nm est réalisé en utilisant les faisceaux libres combinés à l'aide d'un cube et focalisés sur un photodétecteur rapide au Si (Ortel, modèle PD050-OM) à l'aide d'un objectif de microscope. La photodiode est polarisée sous une tension de  $-18$  V à l'aide d'un té de polarisation (Ortel, BN-1, 0.1 à 1.8 GHz). Le signal RF est envoyé dans un amplificateur (Mini-Circuit, modèle ZHL-1042J) et observé sur un troisième analyseur de spectre HP8563E.

Sur la figure 3.11, le spectre du battement entre les deux lasers libres (1556 nm) est présenté de même que celui entre les deux lasers esclaves (778 nm) asservis par injection

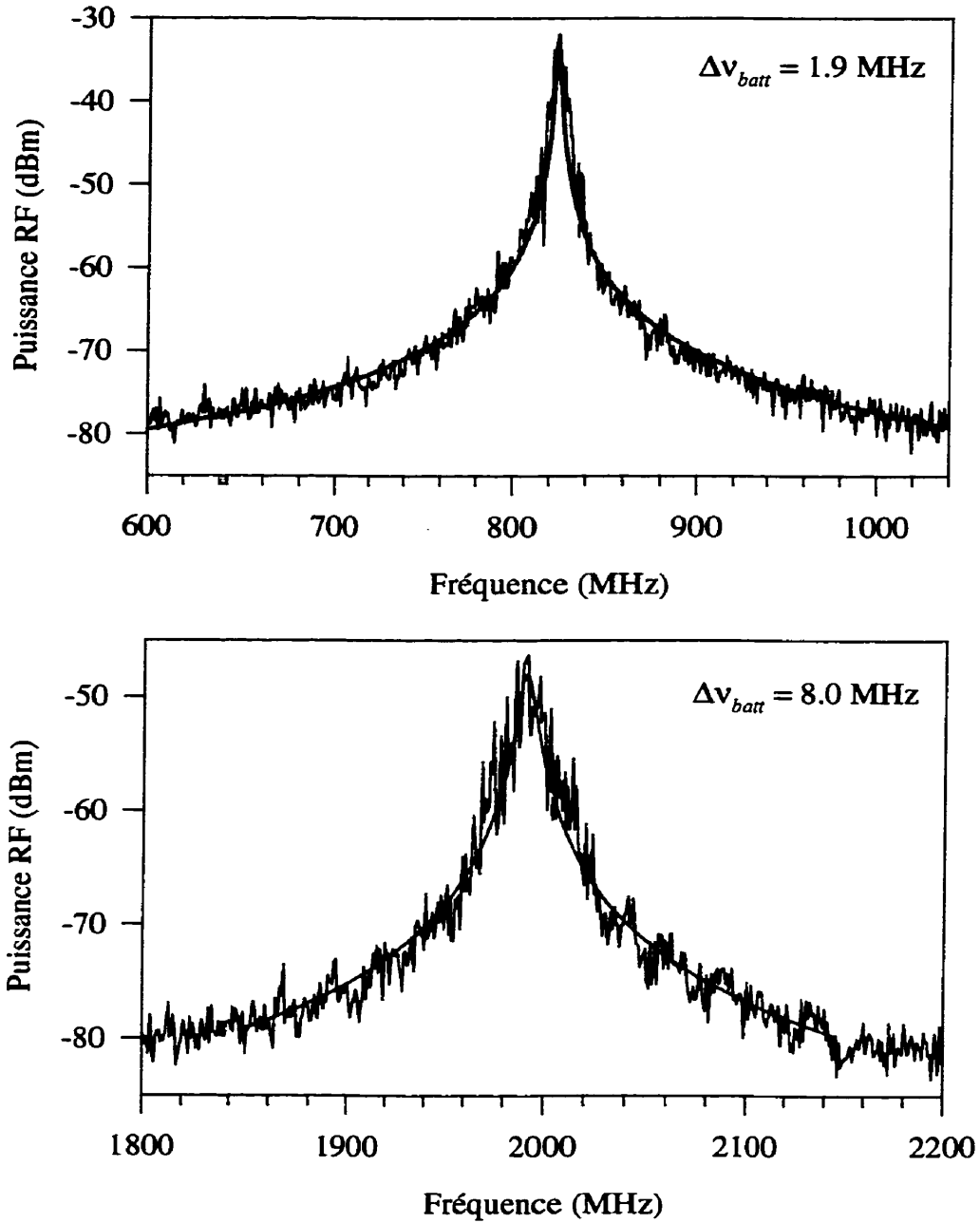


Figure 3.11: Spectre du battement entre les deux lasers DFB libres à 1556 nm (en haut) et entre les deux lasers esclaves à 778 nm injectés (en bas) (temps de balayage: 0.5 s, RBW: 300 kHz, VBW: 1.0 kHz, aucun moyennage).

optique. Les spectres sont représentés par une lorentzienne, indiquant la dominance du bruit blanc de fréquence. La pleine largeur à mi-hauteur du battement entre les lasers à 1556 nm est de 1.9 MHz et de 8.0 MHz entre les lasers à 778 nm, soit un facteur 4 tel qu'attendu théoriquement. De ces valeurs, on déduit que les DFB libres possèdent une largeur de raie d'environ 1 MHz et que la seconde harmonique a une largeur de raie d'environ 4 MHz. Sur le battement entre les lasers esclaves, on note une oscillation dont la période est d'environ 20 MHz. Celle-ci est attribuée à un effet FP optique ou à une modulation parasite sur le laser fondamental. Nous avons essayé de l'éliminer sans succès.

Sur la figure 3.12, le spectre du battement entre les deux lasers affinés par feedback optique est présenté de même que celui entre les deux lasers esclaves. Les spectres sont bien représentés par une lorentzienne à la puissance  $3/2$  [donnée à l'éq. (3.12)]. La source de bruit dominante pour les lasers affinés est donc le bruit en  $1/f$ . La pleine largeur à mi-hauteur du battement entre les lasers à 1556 nm est de 4.0 kHz et de 7.8 kHz entre les lasers à 778 nm, soit un facteur 2 comme attendu théoriquement. De ces mesures, on déduit que la largeur de raie de notre laser affiné par feedback optique est d'environ 2.8 kHz (FWHM) et celle de la deuxième harmonique d'environ 5.7 kHz (FWHM).

Mentionnons que plusieurs spectres tels que ceux présentés aux figures 3.11 et 3.12 ont été acquisitionnés, donnant tous le facteur 2 ou 4.

### 3.4 Conclusion

En résumé, nous disposons de lasers affinés par feedback optique dont la largeur spectrale est de quelques kHz. Les lasers esclaves, injectés par le signal de deuxième harmonique, possèdent une largeur de raie inférieure à 10 kHz. Ces sources sont donc adaptées à l'observation des raies étroites d'absorption à deux photons du rubidium à 778 nm. En raison de la stabilisation optique, la fréquence laser est déterminée presque exclusivement par la longueur de la cavité confocale. L'asservissement sur la transition atomique nécessitera donc de contrôler sa longueur.

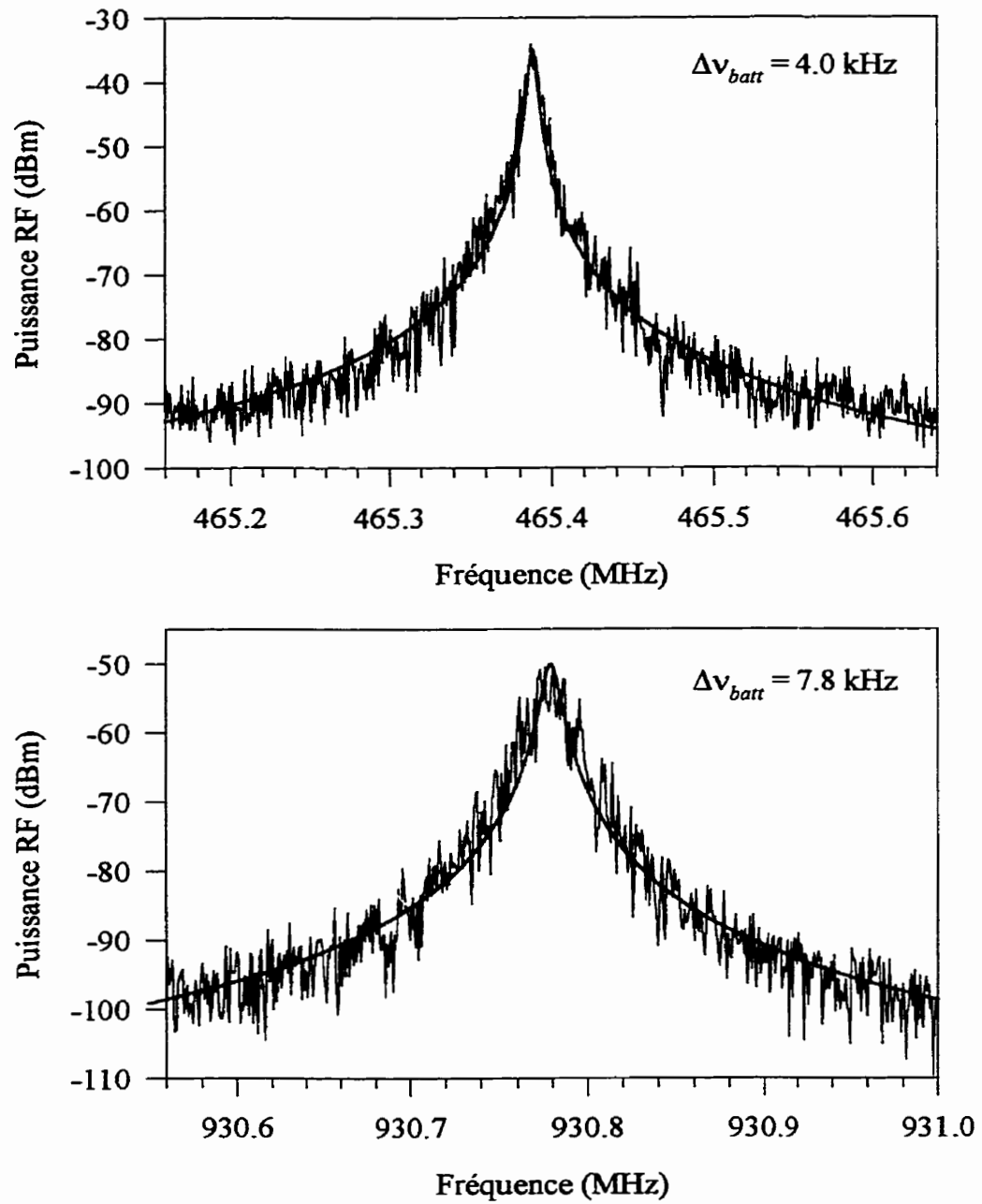


Figure 3.12: Spectre du battement entre les deux lasers DFB à 1556 nm affinés par feedback optique de la cavité confocale (en haut) et entre les deux lasers esclaves à 778 nm injectés (temps de balayage: 5 s, RBW: 1 kHz, VBW: 300 Hz, aucun moyennage).

# CHAPITRE 4

## GÉNÉRATION DU SIGNAL DE DEUXIÈME HARMONIQUE

La réalisation de l'étalon de fréquence présenté dans cette thèse repose sur l'utilisation d'un cristal non-linéaire afin de produire la deuxième harmonique. Nous décrivons dans ce chapitre deux doubleurs de fréquence réalisés à cette fin. Le premier est un cristal de niobate de potassium placé en cavité tandis que le second est un cristal de niobate de lithium à domaines périodiquement inversés. Ce dernier est utilisé dans la version finale de l'étalon de fréquence. Avant de présenter les résultats obtenus, nous énoncerons certaines notions théoriques relatives à la génération de deuxième harmonique. Certaines sont des notions de base et sont décrites afin de rendre ce document le plus complet possible.

### 4.1 Aspects théoriques reliés au processus de génération de deuxième harmonique

#### 4.1.1 Origine physique de la non-linéarité

L'origine de la non-linéarité qui permet la génération de deuxième harmonique dans les cristaux peut être expliquée à l'aide du modèle de l'oscillateur anharmonique [BOY92]. Selon ce modèle, la polarisation induite dans un atome par un champ électrique oscillant est équivalente à celle provoquée par un électron évoluant dans un potentiel anharmonique sous l'action de ce champ.

Ce potentiel peut être écrit sous la forme:

$$U = \frac{1}{2}m\omega_o^2x^2 + \frac{1}{3}max^3 + \dots \quad (4.1)$$

où  $m$  est la masse de l'électron,  $x$  son déplacement par rapport à sa position d'équilibre,  $\omega_0$  la fréquence de résonance du dipôle et  $a$  un paramètre caractérisant la non-linéarité du matériau. L'équation du mouvement d'un électron placé dans un tel puits de potentiel est donnée par:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + 2m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x + max^2 = -eE(t) \quad (4.2)$$

où  $\gamma$  est un facteur d'amortissement. Les troisième et quatrième termes constituent la force de rappel due au potentiel, donnée par  $-\frac{dU}{dx}$ .

Nous supposons que le champ électrique du faisceau optique, polarisé selon l'axe du dipôle  $x$ , oscille à une fréquence  $\omega$ :

$$E(t) = \frac{1}{2} E_\omega e^{-i\omega t} + c.c.$$

Pour un tel champ, l'équation (4.2) ne possède pas de solution générale. Toutefois, en assumant que le terme anharmonique du potentiel est faible, une solution approchée peut être obtenue par un traitement perturbatif et s'écrit:

$$x(t) = x_0^{(2)} + \frac{1}{2} \left\{ x_\omega^{(1)} e^{-i\omega t} + x_{2\omega}^{(2)} e^{-2i\omega t} + c.c. \right\} \quad (4.3)$$

où

$$\begin{aligned} x_0^{(2)} &= -\frac{1}{2} a \left( \frac{e}{m} \right)^2 \frac{E_\omega^2}{D(0)D(\omega)D(-\omega)} \\ x_\omega^{(1)} &= -\frac{e}{m} \frac{E_\omega}{D(\omega)} \\ x_{2\omega}^{(2)} &= -\frac{1}{2} a \left( \frac{e}{m} \right)^2 \frac{E_\omega^2}{D^2(\omega)D(2\omega)} \end{aligned}$$

et dans lesquelles  $D(\omega) = \omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\gamma$ .

L'équation (4.3) nous indique que l'électron oscille à la fréquence  $\omega$  de l'onde excitatrice mais aussi au double de cette fréquence, la deuxième harmonique, et que sa position est déplacée de  $x_0^{(2)}$  par rapport à sa position d'équilibre. Ce terme  $x_0^{(2)}$  provient du processus non-linéaire appelé *rectification optique* selon lequel l'onde polarise le matériau.

### 4.1.2 Polarisation non-linéaire

La polarisation étant liée au déplacement de l'électron par  $P(t) = -Nex(t)$ , où  $N$  est la densité des dipôles, elle peut être exprimée comme étant la somme d'une polarisation linéaire et d'une polarisation non-linéaire du deuxième ordre, soit  $P(t) = P^{(1)}(t) + P^{(2)}(t)$ . La polarisation de deuxième ordre englobe les processus de génération de deuxième harmonique et de rectification optique. Dans ce travail, nous ne considérons que le processus de génération de deuxième harmonique et écrivons la polarisation non-linéaire que nous noterons désormais  $P_{2\omega}(t)$ :

$$P_{2\omega}(t) = \frac{1}{2} \{ P_{2\omega} e^{-2i\omega t} + c.c. \}$$

où

$$P_{2\omega} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi^{(2)}(-2\omega; \omega, \omega) E_\omega^2$$

$\chi^{(2)}(-2\omega, \omega, \omega)$  est la susceptibilité non-linéaire du deuxième ordre pour le processus de génération de deuxième harmonique. Elle est reliée aux paramètres du milieu par:

$$\chi^{(2)}(-2\omega; \omega, \omega) = \frac{N(e^3/m^2)a}{\varepsilon_0 D^2(\omega) D(2\omega)} \quad \left[ \frac{m}{V} \right] \quad (4.4)$$

D'une manière générale, les quantités  $E_\omega$ ,  $E_{2\omega}$  et  $P_{2\omega}$  sont des vecteurs tels que:

$$\vec{E}_\omega(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \{ \vec{E}_\omega(\vec{r}) e^{-i\omega t} + \vec{E}_\omega^*(\vec{r}) e^{i\omega t} \} \quad (4.5a)$$

$$\vec{E}_{2\omega}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \{ \vec{E}_{2\omega}(\vec{r}) e^{-2i\omega t} + \vec{E}_{2\omega}^*(\vec{r}) e^{2i\omega t} \} \quad (4.5b)$$

$$\vec{P}_{2\omega}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \{ \vec{P}_{2\omega}(\vec{r}) e^{-2i\omega t} + \vec{P}_{2\omega}^*(\vec{r}) e^{2i\omega t} \} \quad (4.5c)$$

avec

$$\vec{E}_\omega(\vec{r}) = E_\omega(\vec{r}) e^{i\vec{k}_\omega \cdot \vec{r}} \hat{e}_\omega \quad (4.6a)$$

$$\vec{E}_{2\omega}(\vec{r}) = E_{2\omega}(\vec{r}) e^{i\vec{k}_{2\omega} \cdot \vec{r}} \hat{e}_{2\omega} \quad (4.6b)$$

$$\vec{P}_{2\omega}(\vec{r}) = P_{2\omega}(\vec{r}) \hat{e}_{2\omega} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi^{(2)}(-2\omega; \omega, \omega) : \vec{E}_\omega(\vec{r}) \vec{E}_\omega(\vec{r}) \quad (4.6c)$$

où  $k_\omega = 2\pi n_\omega / \lambda$  et  $k_{2\omega} = 4\pi n_{2\omega} / \lambda$  et  $\chi^{(2)}(-2\omega; \omega, \omega)$  est ici le tenseur de susceptibilité.

On définit le coefficient non-linéaire  $d$ :

$$d \equiv \frac{1}{2} \chi^{(2)}(-2\omega; \omega, \omega) \quad (4.7)$$

Le tenseur  $d$  permet donc de relier la polarisation dans une direction  $i$  au produit des champs appliqués selon les directions  $j$  et  $k$ :

$$(\vec{P}_{2\omega})_i = \varepsilon_0 \sum_{jk} d_{ijk} (\vec{E}_\omega)_j (\vec{E}_\omega)_k \quad (4.8)$$

Comme l'ordre d'application des champs  $(\vec{E}_\omega)_j$  et  $(\vec{E}_\omega)_k$  est arbitraire, *i.e.* la polarisation est inchangée si l'on permute les champs appliqués selon  $j$  et  $k$ , le tenseur  $d$  est invariant sous une permutation de  $j$  et  $k$ , et nous avons  $d_{ijk} = d_{ikj}$ . Dans ce cas, le nombre de composantes indépendantes se réduit à 18 et il est convenu de remplacer la paire d'indices  $j$  et  $k$  par l'indice  $l$ . La convention est la suivante:

$jk$	11	22	33	23, 32	31, 13	12, 21
$l$	1	2	3	4	5	6

Finalement, l'équation (4.8) peut être réécrite sous la forme:

$$\begin{bmatrix} (\vec{P}_{2\omega})_x \\ (\vec{P}_{2\omega})_y \\ (\vec{P}_{2\omega})_z \end{bmatrix} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\vec{E}_\omega)_x^2 \\ (\vec{E}_\omega)_y^2 \\ (\vec{E}_\omega)_z^2 \\ 2(\vec{E}_\omega)_y(\vec{E}_\omega)_z \\ 2(\vec{E}_\omega)_x(\vec{E}_\omega)_z \\ 2(\vec{E}_\omega)_x(\vec{E}_\omega)_y \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

#### 4.1.3 Coefficient non-linéaire effectif $d_{\text{eff}}$

Afin d'évaluer la polarisation non-linéaire du second ordre, il est nécessaire de calculer ses composantes  $(\vec{P}_{2\omega})_i$ , chacune étant la somme des produits  $d_{ijk} E_j E_k$ . L'écriture de cette somme peut devenir encombrante et peut être évitée en définissant un coefficient non-linéaire effectif  $d_{\text{eff}}$  dans lequel sera regroupée la somme de produits de l'équation (4.8) [BUT90]. Ainsi nous pouvons écrire le module de la polarisation:

$$P_{2\omega} = \vec{P}_{2\omega} \cdot \hat{e}_{2\omega}^* = \varepsilon_0 d_{\text{eff}} E_\omega^2$$



où

$$d_{\text{eff}} \equiv \sum_{ijk} d_{ijk} (\hat{e}_{2\omega}^*)_i (\hat{e}_\omega)_j (\hat{e}_\omega)_k \quad (4.10)$$

est le coefficient non-linéaire effectif. On obtient ainsi la polarisation non-linéaire sous une forme scalaire.

#### 4.1.4 Accord de phase conventionnel avec des ondes planes

Dans cette section, nous nous intéressons à l'évolution du champ harmonique dans le cristal dans le cas où le champ fondamental est une onde plane. Considérons les champs fondamental et harmonique définis aux équations (4.6) et restreignons la propagation selon  $z$ . Pour un milieu non-magnétique ( $\mu = \mu_o$ ) et non-conducteur ( $\sigma = 0$ ), les champs  $E_\omega(z, t)$  et  $E_{2\omega}(z, t)$  doivent satisfaire l'équation d'onde paraxiale:

$$\nabla^2 E_\omega(z, t) - \frac{n_\omega^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_\omega(z, t)}{\partial t^2} = \mu_o \frac{\partial^2 P_\omega(z, t)}{\partial t^2} \quad (4.11)$$

$$\nabla^2 E_{2\omega}(z, t) - \frac{n_{2\omega}^2}{c^2} \frac{\partial^2 E_{2\omega}(z, t)}{\partial t^2} = \mu_o \frac{\partial^2 P_{2\omega}(z, t)}{\partial t^2} \quad (4.12)$$

où  $P_\omega(z, t) = \frac{1}{2} \{P_\omega(z)e^{-i\omega t} + P_\omega^*(z)e^{i\omega t}\}$  avec  $P_\omega(z) = 2\varepsilon_o d_{\text{eff}} E_{2\omega}(z) E_\omega^*(z)$  est une polarisation nonlinéaire qui génère une onde à  $\omega$  par différence de fréquence entre l'onde de deuxième harmonique et l'onde fondamentale. En utilisant les équations (4.6) et l'approximation de l'enveloppe lentement variable ( $|\frac{\partial^2 E_\omega(z, t)}{\partial z^2}| \ll |k_\omega \frac{\partial E_\omega(z, t)}{\partial z}|$ ) [BUT90], on obtient les équations des ondes couplées:

$$\frac{dE_\omega(z)}{dz} = \frac{i\omega}{n_\omega c} d_{\text{eff}} E_\omega^*(z) E_{2\omega}(z) e^{-i\Delta k z} \quad (4.13)$$

$$\frac{dE_{2\omega}(z)}{dz} = \frac{i\omega}{n_{2\omega} c} d_{\text{eff}} E_\omega^2(z) e^{i\Delta k z} \quad (4.14)$$

où  $\Delta k = 2k_\omega - k_{2\omega}$  exprime le désaccord de phase.

On se limite au régime de faible efficacité de conversion de fréquence. Dans ce cas, nous pouvons considérer que la puissance de la pompe demeure constante dans le cristal (onde fondamentale non-dépeuplée:  $E_\omega(z) = E_\omega(0)$ ). L'équation (4.14) indique alors que le taux de croissance du champ harmonique est une fonction périodique de  $z$  et dépend de  $\Delta k z$ , la phase relative entre les deux ondes. La distance pour laquelle la phase relative

change de  $\pi$  est appelée *longueur de cohérence* et est donnée par l'équation suivante:

$$l_c = \left| \frac{\pi}{\Delta k} \right| = \frac{\lambda}{4(n_{2\omega} - n_\omega)} \quad (4.15)$$

En général, en raison de la dispersion normale,  $n_{2\omega}$  est supérieur à  $n_\omega$ , ce qui empêche les deux ondes de se propager à la même vitesse. Ce désaccord de phase entraîne un transfert de la puissance de la fondamentale vers l'harmonique sur une longueur de cohérence et de l'harmonique vers la fondamentale sur la longueur de cohérence suivante. En utilisant la biréfringence des cristaux, il est possible d'obtenir  $n_\omega = n_{2\omega}$  et le transfert de puissance se fait unilatéralement de la fondamentale vers l'harmonique. En intégrant l'équation (4.14) sur la longueur du cristal  $L$  avec la condition initiale  $E_{2\omega}(0) = 0$ , on obtient l'intensité de l'onde de deuxième harmonique à la sortie du cristal:

$$I_{2\omega}(L) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c n_{2\omega} |E_{2\omega}(L)|^2 = \frac{2\omega^2}{\varepsilon_0 c^3} \frac{d_{\text{eff}}^2}{n_\omega^2 n_{2\omega}} I_\omega^2 L^2 \frac{\sin^2(\Delta k L/2)}{(\Delta k L/2)^2} \quad (4.16)$$

Dans le cas d'un accord de phase ( $\Delta k = 0$ ), l'intensité de la deuxième harmonique croît comme le carré de la longueur du cristal (figure 4.1, courbe A) tandis qu'elle varie comme  $\sin^2(\Delta k L/2)$  dans le cas où  $\Delta k \neq 0$  (figure 4.1, courbe C).

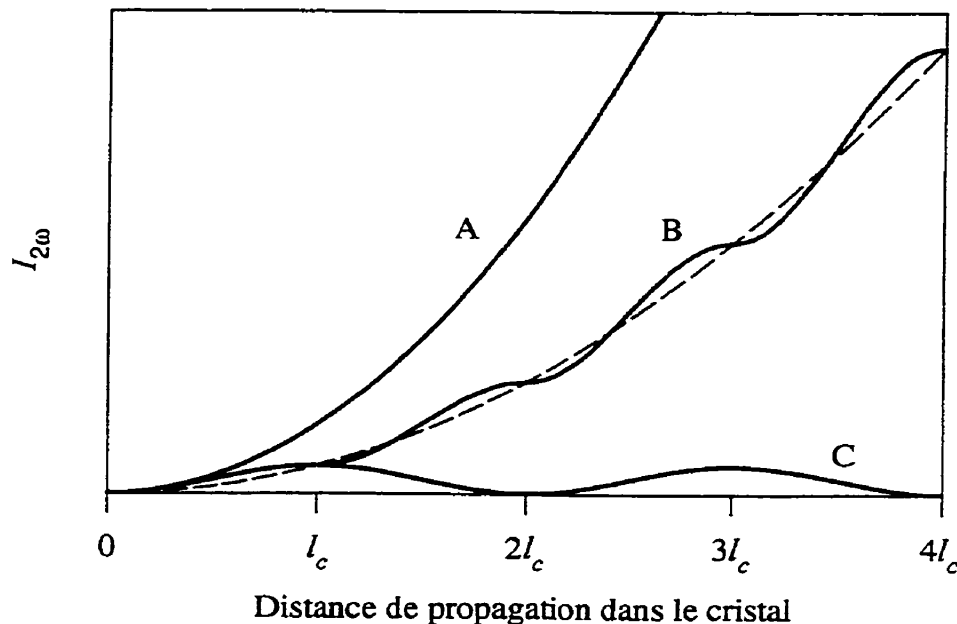


Figure 4.1: Effet de l'accord de phase sur la croissance de l'intensité de deuxième harmonique. A) accord de phase, B) quasi-accord de phase d'ordre 1, C) désaccord de phase ( $\Delta k \neq 0$ ).

Notons enfin que l'intensité de la deuxième harmonique est proportionnelle au carré de l'intensité de la fondamentale, ce qui suggère l'utilisation de faisceaux focalisés dont nous discuterons à la section suivante.

### Types d'accord de phase

La production de deuxième harmonique est grandement accrue lorsque la condition d'accord de phase  $\Delta k = 0$  est réalisée. D'une manière générale, cette condition peut être satisfaite pour des ondes n'ayant pas la même direction de propagation [ZER73]. Dans ce cas, la condition d'accord de phase peut s'écrire:

$$\Delta \vec{k} = \vec{k}_{\omega,1} + \vec{k}_{\omega,2} - \vec{k}_{2\omega} = 0$$

où les indices 1 et 2 des vecteurs d'onde identifient les deux ondes fondamentales interagissant entre elles pour générer la deuxième harmonique. Dans le cas d'ondes colinéaires, l'équation devient  $n_{\omega,1} + n_{\omega,2} = 2n_{2\omega}$ .

Un accord de phase est dit de *type I* lorsque les deux ondes fondamentales ont la même polarisation. En raison de la dispersion normale, l'onde harmonique doit être de polarisation orthogonale à celle de l'onde fondamentale (interaction *oee* ou *eeo* dans un cristal uniaxial). Un accord de phase est appelé de *type II* lorsque les deux ondes fondamentales ont des polarisations orthogonales (interaction *oeo* ou *oee* dans un cristal uniaxial).

De plus, un accord de phase est dit *non-critique* lorsque les directions de propagation de l'énergie de l'onde fondamentale et de l'onde harmonique sont les mêmes. Dans un cristal biaxial, ces directions sont celles des axes principaux pour lesquelles la surface normale est perpendiculaire au vecteur d'onde. Dans un cristal uniaxial, ceci se produit lorsque la lumière se propage dans le plan perpendiculaire à l'axe optique. Par opposition, un accord de phase critique est caractérisé par un angle de *walkoff* non nul.

Pour un accord de phase non-critique,  $\Delta k$  est indépendant au premier ordre d'une variation de l'angle de propagation de la lumière, *i.e.* la dérivée première de l'indice par rapport à l'angle de propagation de la lumière est nulle. Ceci permet l'utilisation de faisceaux plus divergents. Aussi, lors d'un accord de phase non-critique, les ondes

fondamentale et harmonique se chevauchent sur toute la longueur du cristal. Un tel accord de phase est souhaitable et est généralement réalisé en accordant le cristal en température alors qu'un accord de phase critique est plutôt réalisé en ajustant l'angle de propagation du faisceau à l'intérieur du cristal.

#### 4.1.5 Quasi-accord de phase avec des ondes planes

Comme nous l'avons vu à la section précédente, lorsque les indices de réfraction de la deuxième harmonique et de la fondamentale sont différents, la puissance de deuxième harmonique générée augmente sur une longueur de cohérence et retourne à zéro sur la longueur de cohérence suivante. Cependant, en inversant la phase relative entre l'onde de polarisation liée (à l'onde fondamentale) et l'onde libre de deuxième harmonique après un nombre impair de longueurs de cohérence, on peut maintenir une relation de phase moyenne (quasi-accord de phase) qui favorise la croissance de l'onde de deuxième harmonique sur toute la longueur du cristal. L'évolution de l'intensité de deuxième harmonique selon la distance de propagation dans le cristal est représentée sur la figure 4.1, courbe B. L'inversion de phase nécessaire peut être obtenue notamment en changeant périodiquement le signe du coefficient non-linéaire  $d$ . Comme nous l'indique l'équation 4.14, ceci renverse le taux de croissance du champ harmonique.

Dans certains cristaux, le potentiel vu par certains ions présente deux positions d'équilibre stable séparées par une barrière de potentiel  $\Delta E$ , tel qu'illustré à la figure 4.2. Le potentiel correspondant à la position d'équilibre  $Z_1$  est donné par  $U_1 = \frac{1}{2}m\omega_o^2(Z - Z_1)^2 + \frac{1}{3}ma(Z - Z_1)^3$  tandis qu'en  $Z_2$ , nous avons  $U_2 = \frac{1}{2}m\omega_o^2(Z - Z_2)^2 - \frac{1}{3}ma(Z - Z_2)^3$ . Comme le coefficient non-linéaire  $d$  est proportionnel à  $a$  selon les équations 4.4 et 4.7, les configurations 1 et 2 conduisent à des signes opposés de  $d$ . Par exemple, dans le cas du  $\text{LiNbO}_3$ , celles-ci correspondent à des déplacements relatifs des ions  $\text{Li}^+$  et  $\text{Nb}^{5+}$  par rapport aux plans formés par les atomes d'oxygène (figure 4.2). L'axe  $Z$  est orienté suivant l'axe optique du cristal de  $\text{LiNbO}_3$ . De tels cristaux possédant une polarisation permanente non nulle (ou polarisation spontanée)  $P_s$ , [ $\text{C}/\text{m}^2$ ] sont dits ferroélectriques. Des zones de même polarité sont appelées domaines ferroélectriques.

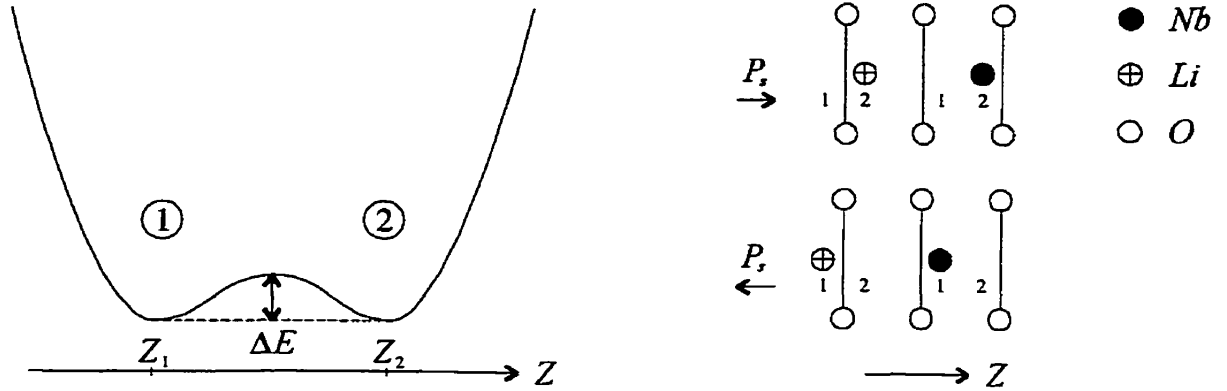


Figure 4.2: Potentiel possédant deux positions d'équilibre et disposition des atomes dans le niobate de lithium.

Le champ de la deuxième harmonique à la sortie du cristal est donné en intégrant l'équation 4.14 et s'écrit:

$$E_{2\omega}(L) = \frac{i\omega}{n_{2\omega}c} E_{\omega}^2(0) \int_0^L d(z) e^{i\Delta kz} dz$$

La croissance la plus rapide de la deuxième harmonique est obtenue en changeant le signe de  $d$  à chaque longueur de cohérence  $l_c$  (quasi-accord de phase du premier ordre). Plus généralement, un quasi-accord d'ordre  $m$  (impair) est possible, avec un renversement des domaines à toutes les  $ml_c$ . Les ordres pairs sont eux aussi réalisables lorsque des domaines de longueur différente sont utilisés. Par exemple, un quasi-accord de phase d'ordre 2 consistera en une alternance de domaines de longueur  $l_c$  et  $3l_c$ . Un quasi-accord de phase d'ordre  $m$  implique donc une période de modulation  $\Lambda_g = 2ml_c$ . Pour un quasi-accord de phase d'ordre  $m$ , on obtient après intégration:

$$I_{2\omega} = \frac{2\omega^2}{\varepsilon_0 c^3 n_{\omega}^2 n_{2\omega}} d_{QPM}^2 I_{\omega}^2 L^2 \frac{\sin^2(\Delta k_{QPM} L/2)}{(\Delta k_{QPM} L/2)^2} \quad (4.17)$$

dans laquelle

$$\Delta k_{QPM} = k_{2\omega} - 2k_{\omega} - K_m$$

avec

$$K_m = \frac{2\pi}{\Lambda_g}$$

et

$$d_{QPM} = \frac{2}{m\pi} d_{eff}$$

Une interaction avec quasi-accord de phase entraîne une réduction du coefficient non-linéaire effectif d'un facteur  $2/m\pi$  comparativement à une interaction avec accord de phase conventionnel et permet d'annuler le désaccord de phase  $\Delta k$  par l'intermédiaire du vecteur d'onde du réseau  $K_m$ .

L'utilisation du quasi-accord de phase offre des possibilités très avantageuses, parmi lesquelles:

- la génération de deuxième harmonique dans des matériaux pour lesquels un accord de phase conventionnel est impossible (des matériaux ne possédant pas assez ou trop de biréfringence à la longueur d'onde d'intérêt).
- l'utilisation des plus grands coefficients non-linéaires d'un matériau ou des coefficients non-linéaires couplant des ondes de même polarisation.
- la conception de composantes opérant à une température et une longueur d'onde spécifiques. La période requise est donnée par:

$$\Lambda_g = \frac{\lambda}{2(n_{2\omega} - n_\omega)} \quad (4.18)$$

Un paramètre important lors de la réalisation de cristaux à domaines périodiquement inversés est le rapport cyclique  $D$  défini comme étant le rapport entre la longueur d'une zone inversée et la période  $\Lambda_g$ . Ainsi, une composante idéale (ordre 1) possède un rapport cyclique de 50%. L'uniformité et le rapport cyclique auront une influence sur l'efficacité de conversion de la composante réalisée. En particulier, une déviation dans le rapport cyclique  $D$  par rapport à la valeur optimale de 50% ou des fluctuations de la longueur de chacun des domaines conduiront à une réduction de l'efficacité de conversion selon l'équation suivante [MYE97]:

$$\frac{\eta}{\eta_{\text{idéal}}} = \sin^2(\pi D) \exp\left(-\frac{\pi^2 \sigma^2}{2 l_c^2}\right) \quad (4.19)$$

où  $\sigma$  est l'écart type des fluctuations de la longueur des domaines. La figure 4.3 illustre la réduction de l'efficacité de conversion en fonction de ces deux types de défauts.

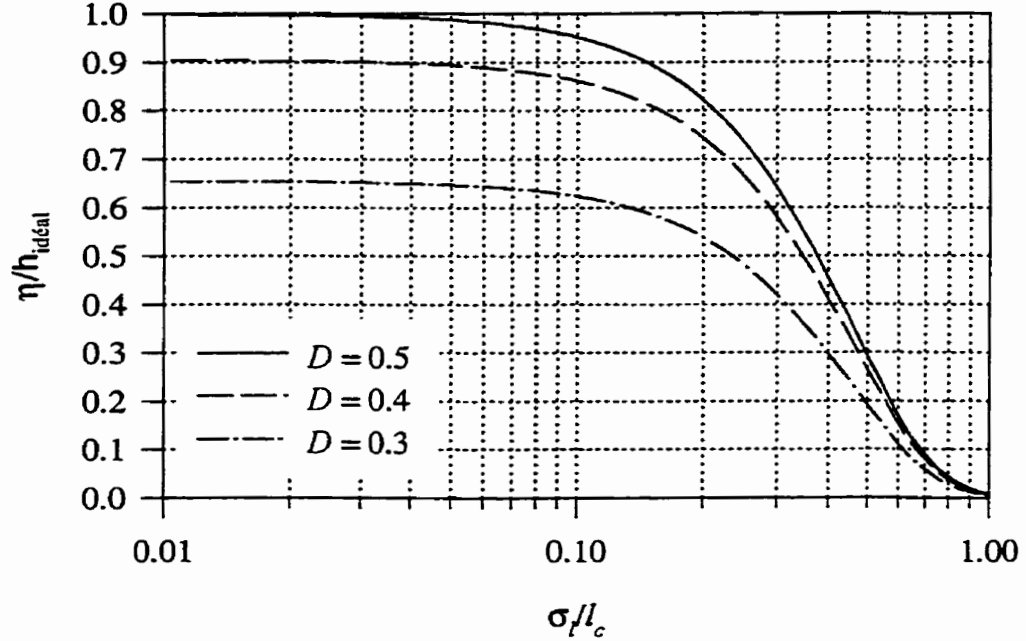


Figure 4.3: Réduction de l'efficacité de conversion en fonction des fluctuations de la longueur des domaines pour différents rapports cycliques  $D$ .

Des approches multiples et divers cristaux, dont les plus rencontrés sont le KTP [RIS93], le  $\text{LiTaO}_3$  [MIZ94] et le  $\text{LiNbO}_3$  [MIL97], ont été utilisés pour implémenter le principe de quasi-accord de phase. L'inversion des domaines ferroélectriques peut être réalisée en juxtaposant par contact optique des lamelles cristallines de façon à ce que deux lamelles successives soient tournées de  $180^\circ$  une par rapport à l'autre, par balayage d'un faisceau d'électrons [FUJ93], par diffusion ionique [BOR94] ou encore à l'aide d'un champ électrique [YAM93, MYE95a, HAR96]. De plus, des guides d'onde peuvent être inscrits sur des cristaux à domaines périodiquement inversés [BOR91, YAM93, RIS93].

#### 4.1.6 Bandes d'acceptation

Afin d'évaluer l'effet de la variation d'un paramètre  $\xi$  (température, angle de propagation dans le cristal, etc...) ou de la longueur d'onde  $\lambda$  sur la génération de deuxième harmonique, il est intéressant de calculer les bandes d'acceptation. Celles-ci sont évaluées en considérant des ondes planes se propageant à l'intérieur du cristal. Nous avons vu à l'équation (4.16) qu'un désaccord de phase réduit l'intensité de deuxième harmo-

nique par un facteur  $\text{sinc}^2(\Delta k L/2)$  (pour un quasi-accord de phase, on remplacera  $\Delta k$  par  $\Delta k_{QPM}$ ). Le fait que ce facteur soit égal à  $1/2$  lorsque  $\Delta k L/2 = 0.4429\pi$  est utilisé pour calculer les différentes bandes d'acceptation (pleine largeur à mi-hauteur). En développant  $\Delta k$  (ou  $\Delta k_{QPM}$ ) en série de Taylor autour de la valeur du paramètre  $\xi_o$  permettant l'accord de phase (ou le quasi-accord de phase) pour  $\lambda = \lambda_o$ , nous obtenons [FEJ92]:

$$\Delta k(\xi, \lambda) \simeq (\xi - \xi_o) \frac{\partial \Delta k}{\partial \xi} + (\lambda - \lambda_o) \frac{\partial \Delta k}{\partial \lambda} + \frac{1}{2} (\xi - \xi_o)^2 \frac{\partial^2 \Delta k}{\partial \xi^2} + \dots \quad (4.20)$$

Notons que nous pouvons calculer l'accordabilité de la longueur d'onde permettant l'accord (ou le quasi-accord) de phase pour une variation du paramètre  $\xi$  en égalant le terme de gauche de l'équation précédente à zéro. On obtient alors:

$$\lambda - \lambda_o = - \frac{\partial \Delta k / \partial \xi}{\partial \Delta k / \partial \lambda} (\xi - \xi_o) \quad (4.21)$$

#### 4.1.7 Efficacité de conversion avec des faisceaux focalisés

La génération de deuxième harmonique à l'aide de faisceaux focalisés a été traitée par Boyd et Kleinman [BOY68]. Nous ne présenterons ici que les conclusions importantes de cette analyse. Soit le cristal uniaxial négatif ( $n_e < n_o$ ) illustré à la figure 4.4. La direction d'accord de phase fait un angle  $\theta_m$  avec l'axe optique. L'harmonique étant une onde extraordinaire, son vecteur de Poynting  $\vec{S}_{2\omega}$  dévie du vecteur d'onde  $\vec{k}_{2\omega}$  d'un angle  $\rho$ , appelé angle de double réfraction. Ceci induit un déplacement du faisceau harmonique par rapport au faisceau fondamental, appelé *walkoff*, ce qui limite la distance d'interaction entre les deux ondes. Dans ce cas-ci, l'angle de *walkoff* est l'angle de double réfraction.

Nous considérons un faisceau fondamental gaussien focalisé dans ce cristal. A l'intérieur du cristal, le faisceau possède une taille  $w_o$  et un paramètre confocal  $b = 2\pi n_o w_o^2 / \lambda$  (distance axiale pour laquelle le rayon du faisceau demeure inférieur à  $\sqrt{2}w_o$ ). L'angle de divergence du faisceau est  $\delta_o = 2w_o/b = \lambda/\pi w_o n_o$ . Nous négligeons la déplétion de la pompe et assumons que le cristal possède des surfaces d'entrée et de sortie possédant



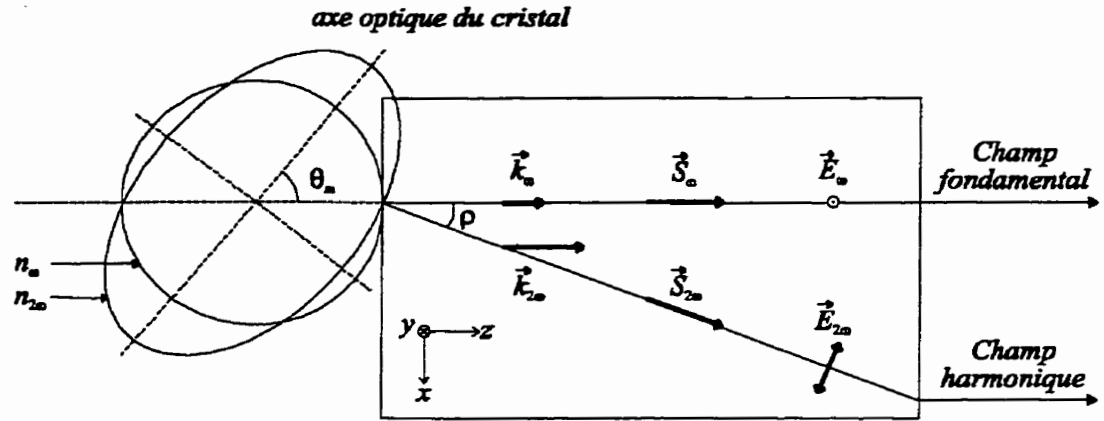


Figure 4.4: Génération de deuxième harmonique dans un cristal uniaxial négatif.

un revêtement anti-reflet. La figure 4.5 illustre les différents paramètres caractérisant ce faisceau gaussien.

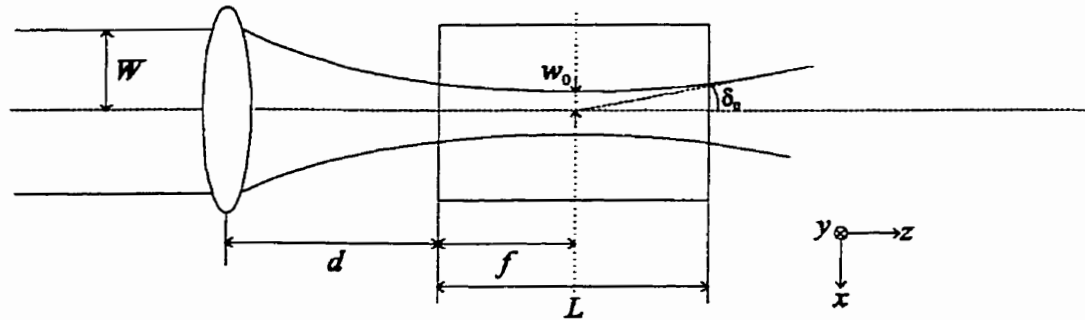


Figure 4.5: Illustration des paramètres du faisceau gaussien focalisé à l'intérieur du cristal.

Les relations suivantes permettent de relier les paramètres du faisceau à l'intérieur du cristal à ceux dans l'air:

$$\begin{aligned}
 k_\omega &\equiv k_{\omega, \text{cristal}} = n_\omega k_{\omega, \text{air}} & b &\equiv b_{\text{cristal}} = n_\omega b_{\text{air}} \\
 f &\equiv f_{\text{cristal}} = n_\omega f_{\text{air}} & \delta_o &\equiv \delta_{o, \text{cristal}} = \delta_{o, \text{air}} / n_\omega \\
 w_o &\equiv w_{o, \text{cristal}} = w_{o, \text{air}} \simeq \frac{\lambda \left( d + \frac{f}{n_\omega} \right)}{\pi W}
 \end{aligned}$$

La puissance de deuxième harmonique à la sortie du cristal est:

$$P_{2\omega} = K P_\omega^2 k_\omega L e^{-\alpha' L} h(B, \xi, \mu, \sigma, \kappa) \quad (4.22)$$

où

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{\omega^2(\chi^{(2)})^2}{2\pi\epsilon_0 c^3 n_{2\omega} n_\omega^2} \\
 h(B, \xi, \mu, \sigma, \kappa) &= \frac{e^{\mu\alpha L}}{4\xi} \int_{-\xi(1-\mu)}^{\xi(1+\mu)} \int_{-\xi(1-\mu)}^{\xi(1+\mu)} \frac{d\gamma d\gamma'}{(1+i\gamma)(1-i\gamma')} e^{[-\kappa(\gamma+\gamma') + i\sigma(\gamma-\gamma') - \frac{B^2}{\xi}(\gamma-\gamma')^2]} \\
 \xi &= \frac{L}{b}, \quad B = \frac{\rho\sqrt{bL}}{2w_0} = \frac{\rho}{2}\sqrt{Lk_\omega}, \quad \mu = \frac{L-2f}{L}, \quad \sigma = \frac{b}{2}\Delta k, \quad \kappa = \frac{b}{2}\alpha
 \end{aligned}$$

Nous avons défini  $\alpha = \alpha_1 - \frac{1}{2}\alpha_2$  où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les coefficients d'absorption (en puissance) de la fondamentale et de l'harmonique respectivement.  $\xi$  est un paramètre de focalisation,  $B$ , un paramètre de double réfraction,  $\mu$  est la position focale,  $\sigma$ , un paramètre de désaccord de phase et  $\kappa$ , un paramètre d'absorption.

En négligeant l'absorption du cristal ( $\kappa = 0$ ) aux deux longueurs d'onde d'intérêt, on peut montrer que la puissance de deuxième harmonique est maximisée lorsque le faisceau est focalisé au centre du cristal ( $\mu = 0$ ). Nous avons alors pour l'efficacité de conversion  $\eta$ :

$$\eta = \frac{P_{2\omega}}{P_\omega} = \frac{16\pi^2 d_{\text{eff}}^2}{\epsilon_0 c n_\omega n_{2\omega} \lambda^3} L P_\omega h(B, \xi, \sigma) \quad \left[ \frac{W}{W} \right] \quad (4.23)$$

La fonction  $h(B, \xi, \sigma) = h(B, \xi, 0, \sigma, 0)$  peut être optimisée par rapport à  $\sigma$ . On notera  $h_m(B, \xi, \sigma_m)$  la fonction optimisée et  $\sigma_m$  la valeur optimale de  $\sigma$ . Celle-ci est toujours positive, quels que soient  $B$  et  $\xi$ . La figure 4.6 montre  $h_m(B, \xi, \sigma_m)$  en fonction du paramètre de focalisation pour différentes valeurs de  $B$ . La valeur la plus élevée pour  $h_m$  est de 1.06 et est obtenue lorsque  $B = 0$  et  $\xi = 2.84$ . La figure 4.7 donne le paramètre de focalisation optimal  $\xi_m$  qui maximise  $h_m(B, \xi, \sigma_m)$  en fonction de  $B$ . Les valeurs limites de  $\xi_m$  sont 2.84 et 1.392.

Dans la suite, nous utiliserons aussi l'efficacité de conversion normalisée  $\Gamma = \frac{\eta}{P_\omega L}$  [ $W/(W^2m)$ ] qui a l'avantage d'être indépendante de la puissance fondamentale et de la longueur du cristal utilisé.

La figure 4.8 montre la courbe d'accord obtenue avec une onde plane ( $\xi = 0$ ) et celle obtenue avec un faisceau focalisé de focalisation optimisée ( $\xi = 2.84$ ). Dans ce dernier cas, la courbe d'accord sera plus large et légèrement asymétrique.

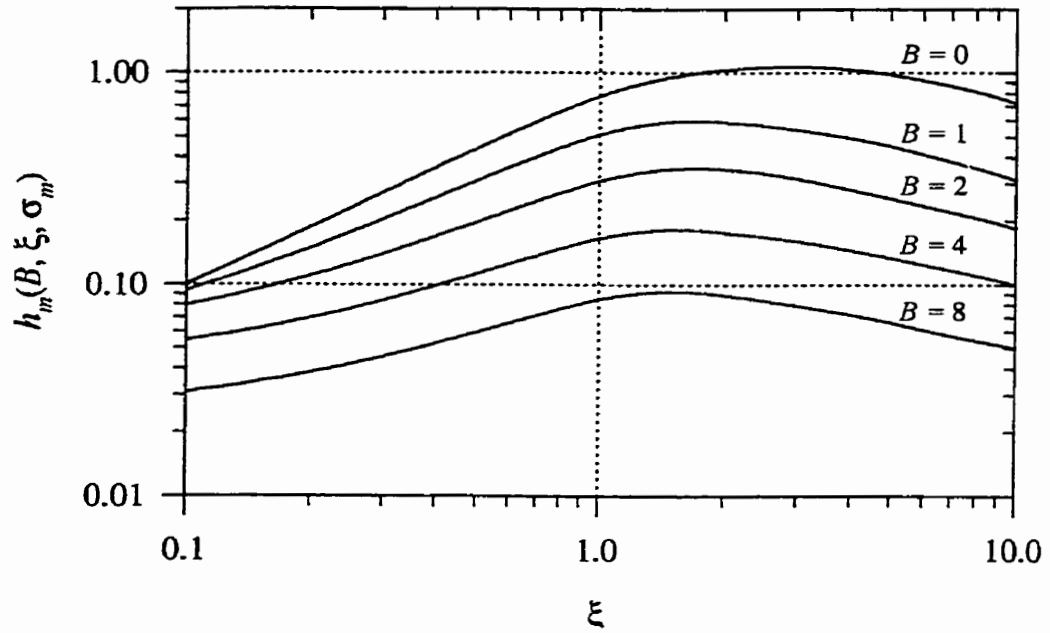


Figure 4.6: Fonction  $h_m(B, \xi, \sigma_m)$  pour un désaccord de phase optimisé  $\sigma_m$  en fonction du paramètre de focalisation  $\xi$  pour différentes valeurs du paramètre de double réfraction  $B$ .

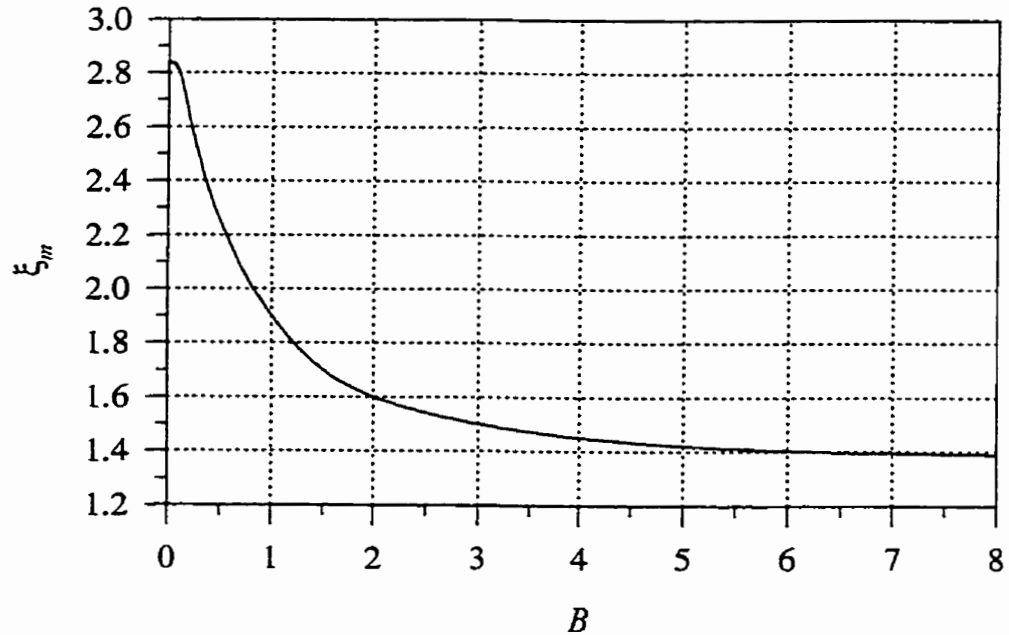


Figure 4.7: Paramètre de focalisation optimal permettant d'obtenir le maximum des courbes de la figure 4.6.

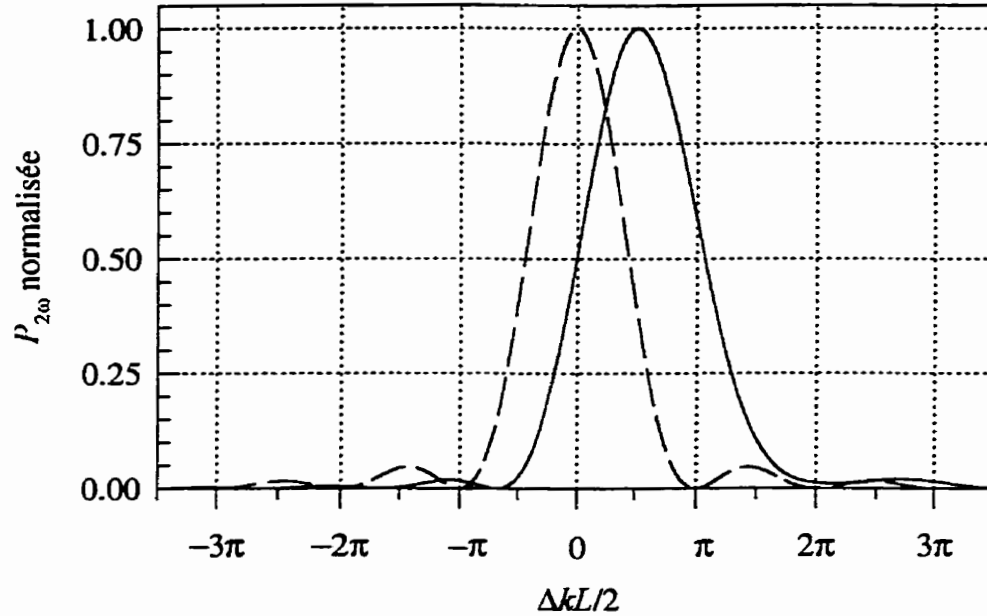


Figure 4.8: Variation de la puissance de deuxième harmonique en fonction du désaccord de phase pour une onde plane (trait pointillé) et pour un faisceau focalisé optimisé (trait plein).

## 4.2 Cristal de niobate de potassium en cavité

Nous nous penchons maintenant sur l'utilisation d'un cristal de  $\text{KNbO}_3$  que nous plaçons en cavité afin d'augmenter l'efficacité de conversion. Nous présentons dans un premier temps les directions de propagation permettant un accord de phase ainsi que les valeurs du coefficient non-linéaire effectif et de l'angle de *walkoff* pour chacune d'elles. Les équations utilisées pour le calcul des différents paramètres se retrouvent dans [POU96]. Nous présentons ensuite l'efficacité de conversion attendue et les résultats expérimentaux.

### 4.2.1 Directions d'accord de phase, coefficient non-linéaire, angle de *walkoff* et efficacité de conversion dans le niobate de potassium

Le niobate de potassium possède des indices de réfraction<sup>1</sup> tels que  $n_c < n_a < n_b$  et, en raison de la dispersion normale,  $n_{2\omega} > n_\omega$ . Or il advient que  $n_{c,1556} < n_{c,778} < n_{a,1556} < n_{b,1556} < n_{a,778} < n_{b,778}$ . Ceci fait en sorte que les surfaces normales correspondant aux

<sup>1</sup> Notons que l'accord de phase dans les cristaux biaxiaux est traité de façon générale par Hobden [HOB67]. Selon sa classification, le niobate de potassium appartient à la classe 9 pour une longueur d'onde de 1556 nm avec des indices  $n_x = n_c$ ,  $n_y = n_a$ ,  $n_z = n_b$ .

longueurs d'onde fondamentale et de deuxième harmonique se coupent tel qu'illustré à la figure 4.9 sur laquelle on voit la coquille externe à 1556 nm (trait plein foncé) traverser la coquille interne à 778 nm (trait pointillé foncé).

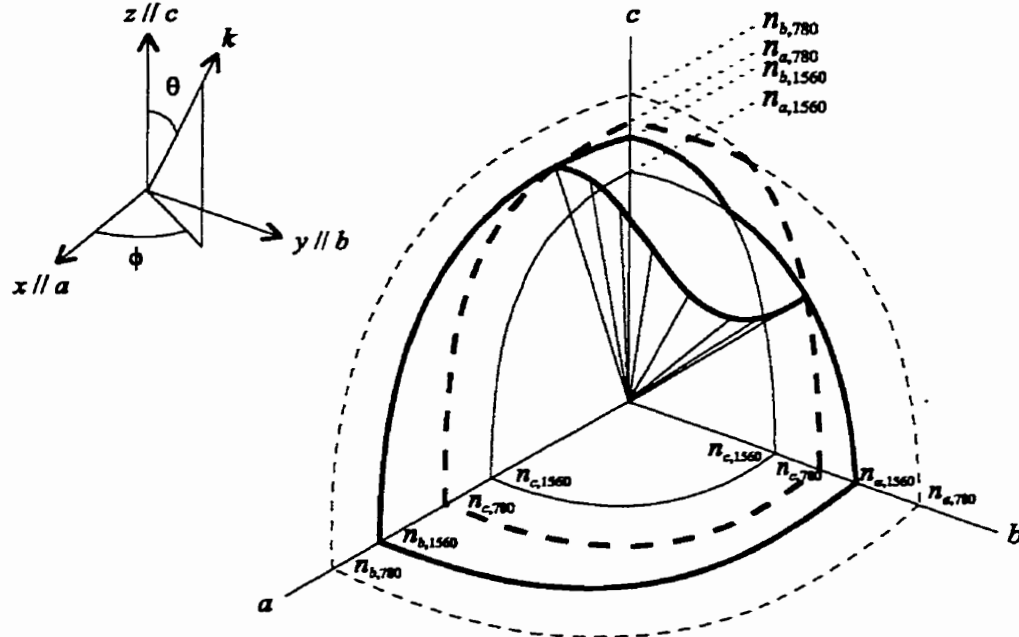


Figure 4.9: Surfaces normales du niobate de potassium pour l'onde fondamentale à 1556 nm et l'onde harmonique à 778 nm.

Un accord de phase de type I est possible tout le long de l'intersection de ces deux coquilles. Ces directions, spécifiées par les angles  $\theta$  et  $\phi$  sont calculées de façon à ce que l'indice de réfraction le plus faible à 778 nm égale l'indice le plus élevé à 1556 nm [YAO84] et représentées à la figure 4.10 (haut). Les indices de réfraction utilisés sont tirés de [ZYS92]. Les valeurs limites de la courbe, ( $\phi = 0^\circ$ ,  $\theta = 22,45^\circ$  de  $c$  vers  $a$ ) et ( $\phi = 90^\circ$ ,  $\theta = 51,35^\circ$  de  $c$  vers  $b$ ) correspondent à des directions de propagation dans les plans principaux  $ac$  et  $bc$  respectivement. Notons qu'un accord de type II est également possible dans le niobate de potassium à 1556 nm mais dans ce cas, le coefficient non-linéaire effectif est nul ou très faible [BIA92].

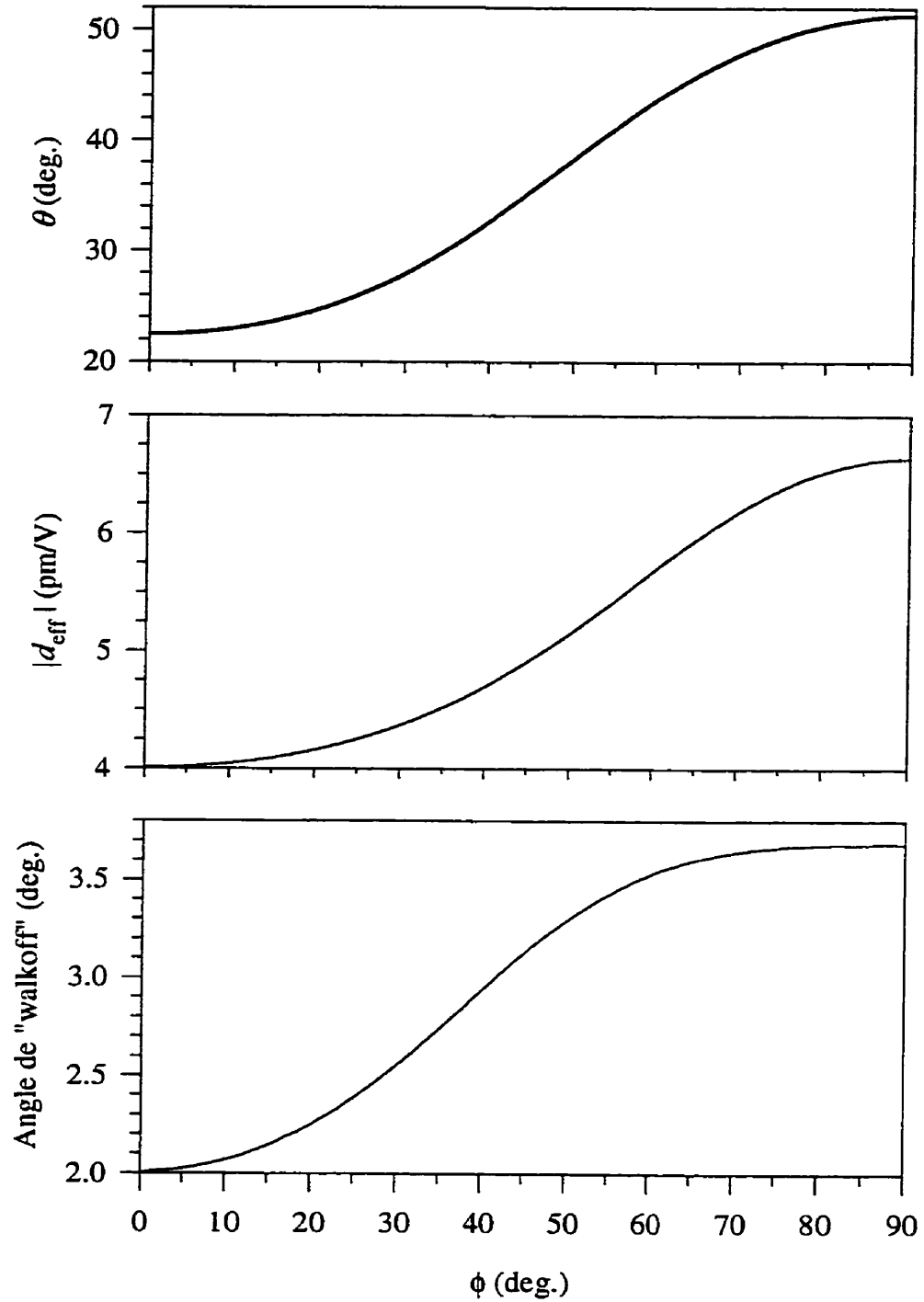


Figure 4.10: Directions d'accord de phase de type I, coefficient non-linéaire effectif  $d_{eff}$  et angle de *walkoff* pour le niobate de potassium.

La forme du tenseur  $d$  du niobate de potassium s'écrit sous la forme:

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les coefficients non-linéaires à 1556 nm sont tirés des références [SHO97] et [BIA92] en utilisant l'expression:

$$d_{il}(\lambda) = d_{ijk}(\lambda) = (n_{i,2\omega}^2 - 1) (n_{j,\omega}^2 - 1) (n_{k,\omega}^2 - 1) \Delta_{ijk}$$

où  $\Delta_{ijk}$  est le delta de Miller. Les valeurs de Shoji, plus récentes, ont été utilisées pour  $d_{31}$ ,  $d_{33}$  et  $d_{15}$ . On remarque que le rapport entre chacun de ces coefficients et ceux de Biaggio est d'environ 0.6. Pour cette raison, les coefficients  $d_{32}$  et  $d_{24}$  sont estimés à 60% de la valeur publiée par Biaggio *et al.* Le tableau 4.1 résume les différentes valeurs.

$il$	$\Delta_{ijk}$ [pm/V] (@1.064 $\mu m$ ) [BIA92]	$d_{il}$ [pm/V] [BIA92]	$\Delta_{ijk}$ [pm/V] [SHO97]	$d_{il}$ [pm/V] [SHO97]	$\frac{d_{il}[\text{SHO97}]}{d_{il}[\text{BIA92}]}$
31	-0.266	-14.0	-0.154 (@1.313 $\mu m$ )	-8.1	0.579
32	-0.283	-16.1	-	-	-
33	-0.584	-24.5	-0.368 (@1.313 $\mu m$ )	-15.4	0.629
24	-0.257	-14.8	-	-	-
15	-0.266	-14.1	-0.196 (@1.064 $\mu m$ )	-10.4	0.736

Tableau 4.1: Coefficients non-linéaires du niobate de potassium à  $\lambda = 1556$  nm selon différents auteurs.

La figure 4.10 (milieu) présente la valeur des coefficients non-linéaires effectifs calculés pour les différentes directions d'accord de phase de type I. Pour la direction d'accord de phase dans le plan  $ac$  ( $\phi = 0^\circ$ ), l'onde fondamentale est polarisée selon  $b$  et possède un indice  $n_{b,1556}$  tandis que l'onde harmonique est polarisée dans le plan  $ac$ . Le coefficient non-linéaire effectif est de  $-4$  pm/V. Pour la direction d'accord de phase dans le plan  $bc$  ( $\phi = 90^\circ$ ), l'onde fondamentale est polarisée selon  $a$  et possède un indice  $n_{a,1556}$  tandis que l'onde harmonique est polarisée dans le plan  $bc$ . Le coefficient non-linéaire effectif est alors de  $-6.6$  pm/V.

La figure 4.10 (bas) illustre le résultat du calcul de l'angle de *walkoff* pour chacune des directions d'accord de phase calculées précédemment. Les valeurs limites  $\phi = 0^\circ$  et  $90^\circ$  correspondent à des angles de *walkoff* de  $2.0^\circ$  et  $3.68^\circ$  respectivement.

Le traitement de Boyd et Kleinman [BOY68] (§ 4.1.7) permet de calculer l'efficacité de conversion dans un cristal uniaxial. Cependant, ce modèle peut être employé pour un cristal biaxial tel que le  $\text{KNbO}_3$  dans le cas d'une propagation le long des plans principaux. En effet, dans ces directions, les indices de réfraction, la direction d'accord de phase, le coefficient non-linéaire et l'angle de *walkoff* sont indépendants de  $\phi$  (voir la figure 4.10) au premier ordre comme dans le cas d'un cristal uniaxial. De plus, l'angle de *walkoff* origine uniquement de l'onde harmonique. Nous faisons également l'hypothèse que l'absorption à l'intérieur du cristal est nulle. Selon ce modèle, l'efficacité de conversion peut être calculée en utilisant l'équation (4.23). Le tableau 4.2 résume les différents résultats obtenus et donne l'efficacité de conversion interne pour un cristal de 5 mm de longueur.

Direction d'accord de phase	Plan <i>ac</i>	Plan <i>bc</i>
$n$	2.2319	2.1972
$d_{eff}$	-4 pm/V	-6.6 pm/V
$\rho$	$2^\circ$	$3.684^\circ$
$B$	3.71	6.77
$\sigma_m$	0.762	0.763
$\xi_m$	1.462	1.396
$w_o$	$19.5 \mu m$	$20.1 \mu m$
$h_m$	0.184	0.103
$\eta/P_\omega = \Gamma L$	$4.7 \times 10^{-3} \text{ \%}/W$	$7.4 \times 10^{-3} \text{ \%}/W$
	47 pW/mW <sup>2</sup>	74 pW/mW <sup>2</sup>

Tableau 4.2: Comparaison de l'efficacité de conversion dans les plans *ac* et *bc* pour un cristal de 5 mm de longueur.

La coupe permettant un accord de phase dans le plan *bc* est donc avantageuse et a été utilisée expérimentalement. Cette configuration nous donne le coefficient non-linéaire effectif le plus élevé mais également l'angle de *walkoff* le plus grand. Étant donné que la puissance des lasers dont nous disposons est de l'ordre de 50 mW, la puissance de



deuxième harmonique pouvant être générée dans un tel cristal de  $\text{KNbO}_3$  en simple passage est inférieure à 185 nW. Une telle puissance est trop faible pour être de quelque utilité dans notre travail. Afin d'accroître la puissance de deuxième harmonique, le cristal a été utilisé à l'intérieur d'une cavité maintenue en résonance avec le laser fondamental.

#### 4.2.1.1 Bande d'acceptation du niobate de potassium

Les bandes d'acceptation (pleine largeur à mi-hauteur) dans le cas du cristal de  $\text{KNbO}_3$  utilisé s'obtiennent à partir de l'équation (4.20) et de l'expression des indices de réfraction [ZYS92]:

$$\begin{aligned}\Delta T_{FWHM} &= \frac{0.4429\lambda}{L} \left| \frac{\partial n_{2\omega}}{\partial T} - \frac{\partial n_{\omega}}{\partial T} \right|^{-1} = 10.6^\circ\text{C} \\ \Delta \lambda_{FWHM} &= \frac{0.4429\lambda}{L} \left| \frac{1}{2} \frac{\partial n_{2\omega}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda/2} - \frac{\partial n_{\omega}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda} \right|^{-1} = 3.5 \text{ nm} \\ \Delta \theta_{FWHM} &= \frac{0.4429\lambda}{L} \left| \frac{\partial n_{2\omega}}{\partial \theta} \right|^{-1} = 0.98 \text{ mrad} = 0.056^\circ \\ \Delta \phi_{FWHM} &= 2 \sqrt{\frac{0.4429\lambda}{L} \left| \frac{\partial^2 n_{2\omega}}{\partial \phi^2} - \frac{\partial^2 n_{\omega}}{\partial \phi^2} \right|^{-1}} = 62.8 \text{ mrad} = 3.6^\circ\end{aligned}$$

#### 4.2.2 Facteur d'accroissement de la puissance de deuxième harmonique en cavité

La génération de deuxième harmonique à l'aide d'un cristal placé à l'intérieur d'une cavité résonante fut proposée par Ashkin *et al.* dès 1966 [ASH66] dans le but d'accroître la puissance de deuxième harmonique de sources laser de faible puissance. Une cavité résonante à la fondamentale, à l'harmonique ou aux deux longueurs d'onde simultanément [ZIM89] est possible. Dans notre cas, étant donné la forme (très elliptique) du faisceau de deuxième harmonique à la sortie du cristal de  $\text{KNbO}_3$  due à l'angle de "walkoff" élevé, la réalisation d'une cavité résonante à la fondamentale est préférable. Étant donné que nous disposons d'un cristal à faces parallèles, nous avons opté pour une cavité en anneau de type "noeud papillon", formée de quatre miroirs, telle qu'illustrée à la figure 4.11.

Nous appellerons  $d_1$  la distance entre les miroirs sphériques en passant par le cristal et  $d_2$  la distance entre les miroirs sphériques en passant par les miroirs plans. La longueur

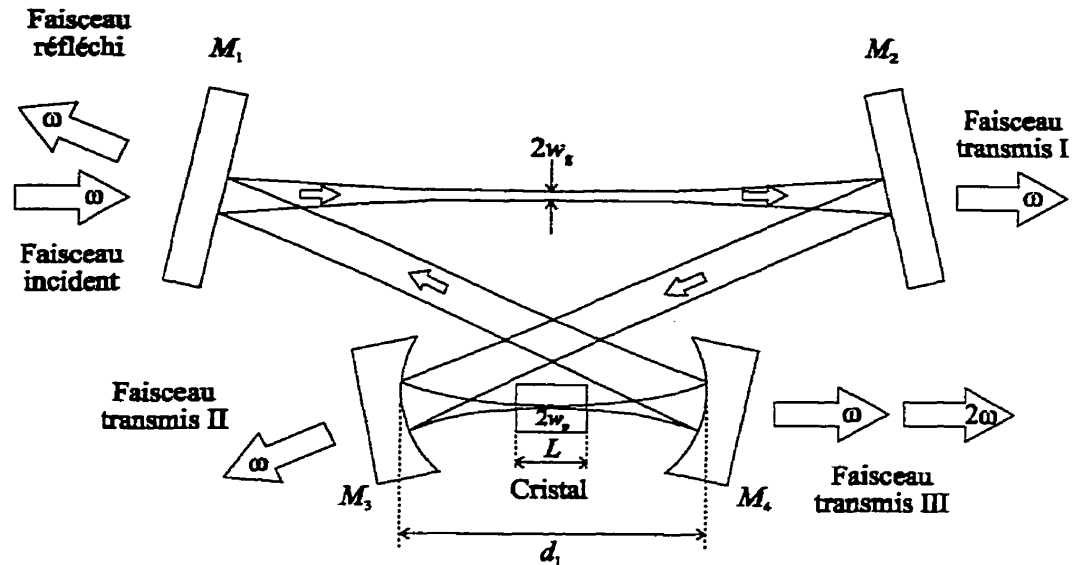


Figure 4.11: Cavité en anneau réalisée pour l'accroissement de la puissance de deuxième harmonique.

du cristal est  $L$ , son indice  $n$  et la longueur optique équivalente de la cavité est  $d_1 + (n - 1)L + d_2$ . Les principaux avantages de ce type de cavité sont les suivants:

- un faisceau de petite taille  $w_p$  peut être obtenu au centre du cristal pour une efficacité de conversion optimale tout en ayant une taille plus grande  $w_g$  entre les miroirs plans, ce qui permet l'adaptation du mode du laser au mode fondamental de la cavité. Cette adaptation de mode peut éventuellement être ajustée en changeant la distance  $d_2$ . Pour obtenir une taille de faisceau de l'ordre de  $20 \mu\text{m}$  dans une simple cavité Fabry-Perot nécessite des miroirs de rayon de courbure très petits. L'adaptation de mode peut alors être plus délicate.
- pas de feedback direct de la lumière réfléchi par le miroir d'entrée. Ceci permet d'utiliser le feedback optique provenant du mode en contre-propagation pour affiner le spectre du laser et de stabiliser sa fréquence sur celle d'un mode de la cavité en anneau [HEM90]. Ce mode en contre-propagation tire son énergie de la diffusion sur les surfaces du cristal ou des miroirs,
- aucun élément piézo-électrique en anneau n'est nécessaire.

Dans une telle cavité, le facteur d'accroissement de la puissance incidente sur le cristal ("enhancement factor") est donné par:

$$\frac{P_c}{P_i} = \frac{T_1 R_2 R_3}{(1 - \sqrt{R_1 R_m})^2 + 4\sqrt{R_1 R_m} \sin^2(\frac{\phi}{2})} \quad (4.24)$$

où  $R_i$  est la réflectivité (en puissance) du  $i^{\text{ème}}$  miroir,  $T_i$  sa transmission et  $\phi$  la phase accumulée dans un parcours de la cavité. Cette dernière peut être exprimée en fonction du désaccord de fréquence par rapport à la résonance  $\delta f$  et de l'intervalle spectral libre de la cavité  $FSR = \frac{c}{d_1 + (n-1)L + d_2}$ ,  $\phi = \frac{2\pi\delta f}{FSR}$ . La réflectivité équivalente des éléments constituant la cavité, autres que le miroir d'entrée, est  $R_m = R_2 R_3 R_4 T_c$  où  $T_c$  est la transmission du cristal doubleur. La figure 4.12 illustre le facteur d'accroissement de la puissance intracavité en fonction de la réflectivité du miroir d'entrée pour différentes valeurs de  $R_m$ .

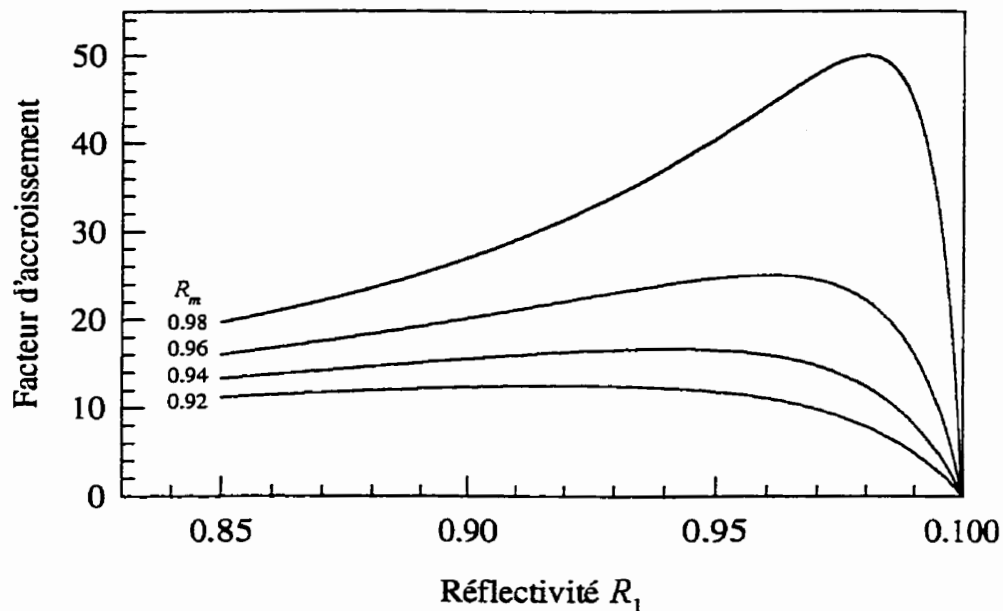


Figure 4.12: Facteur d'accroissement  $\frac{P_c}{P_i}$  en fonction de la réflectivité  $R_1$  du miroir d'entrée pour différentes valeurs de  $R_m$ .

La puissance réfléchie à l'entrée de la cavité est donnée par:

$$\frac{P_r}{P_i} = \frac{(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_m})^2 + 4\sqrt{R_1 R_m} \sin^2(\frac{\phi}{2})}{(1 - \sqrt{R_1 R_m})^2 + 4\sqrt{R_1 R_m} \sin^2(\frac{\phi}{2})} \quad (4.25)$$

On voit qu'une cavité à impédance adaptée pour laquelle  $R_1 = R_m$  permet d'éviter de perdre de la lumière par réflexion à résonance. En fonction de la finesse de la cavité en anneau:

$$F = \frac{\pi(R_1 R_m)^{1/4}}{1 - \sqrt{R_1 R_m}}$$

les expressions (4.24) et (4.25) s'écrivent à résonance lorsque  $\sqrt{R_1 R_m} \simeq 1$ :

$$\begin{aligned} \frac{P_c}{P_i} &\simeq T_1 \left( \frac{F}{\pi} \right)^2 \\ \frac{P_r}{P_i} &\simeq \frac{1}{R_1} \left( 1 - \frac{FT_1}{\pi} \right)^2 \end{aligned}$$

### 4.2.3 Mode fondamental de la cavité en anneau

Le mode fondamental de la cavité en anneau se calcule en utilisant les matrices  $ABCD$  [KOG66]. Le rayon  $w$  du faisceau en un point de la cavité s'obtient des éléments de la matrice  $ABCD$  résultant d'un parcours complet dans la cavité à partir de ce point à l'aide de l'équation:

$$w = \sqrt{\frac{-2\lambda B}{\pi \sqrt{4 - (A + D)^2}}}$$

La multiplication des matrices des différents éléments rencontrés en partant du centre du cristal nous donne la matrice résultante suivante:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{2n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{d_1 - L}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2}{R} & 1 \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{d_1 - L}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{2n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ceci nous permet de calculer  $w_p$ . De même, en partant du point situé entre les miroirs plans, nous obtenons:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & \frac{d_2}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{d_1 - L}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &\times \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{n} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{d_1 - L}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-2}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{d_2}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ceci nous permet de calculer  $w_g$ . La figure 4.13 montre le rayon du faisceau au centre du cristal en fonction de la distance entre les miroirs courbes pour quelques valeurs de  $d_2$ .

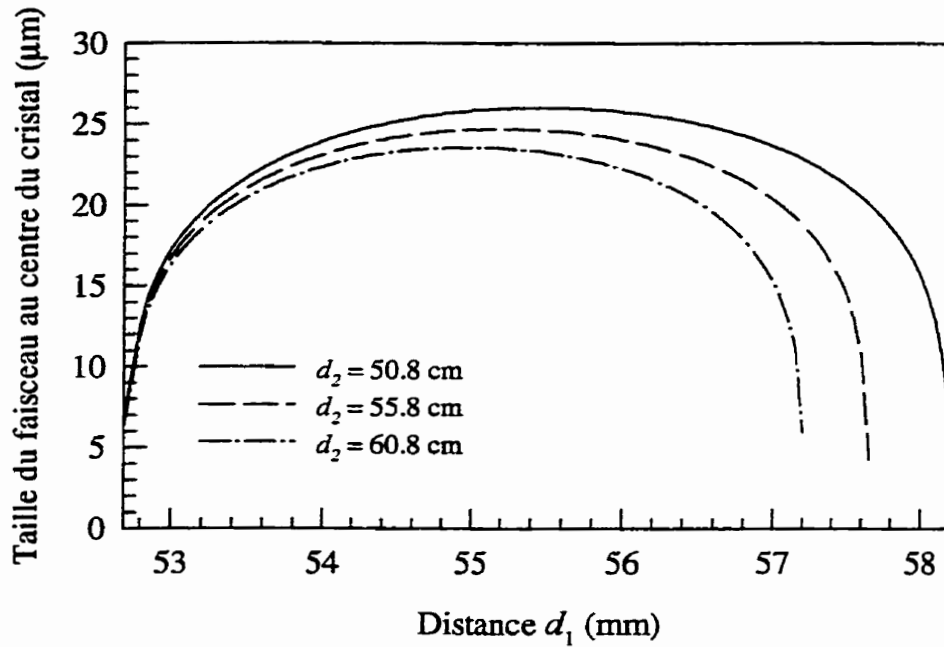


Figure 4.13: Taille du faisceau dans le cristal de niobate de potassium en fonction de la distance  $d_1$  entre les miroirs courbes, pour différentes valeurs de  $d_2$ .

#### 4.2.4 Réalisation de la cavité et résultats expérimentaux

La cavité en anneau est formée d'un coupleur d'entrée  $M_1$  de réflectivité égale à 98%, d'un miroir plan  $M_2$  possédant une réflectivité de 99.5% et de deux miroirs concaves  $M_3$  et  $M_4$  de 5 cm de rayon de courbure et de 99.5% de réflectivité. De plus, le coupleur d'entrée possède un revêtement anti-reflet sur sa première surface. La transmission des miroirs courbes à 778 nm est d'environ 75%. Ces miroirs proviennent de la compagnie CVI Laser Corporation.

Le cristal de  $\text{KNbO}_3$  utilisé provient de la compagnie VLOC (anciennement Virgo Optics). Ses dimensions sont de 5 mm  $\times$  3 mm  $\times$  3 mm. Ses surfaces d'entrée et de sortie possèdent des revêtements anti-reflet à 1556 nm dont la réflectivité est de l'ordre de 0.1%. Le cristal est placé dans une monture permettant des rotations autour des 3 axes. Cette monture est elle-même fixée sur un étage de translation 3 axes.

La réflectivité équivalente  $R_m$  et la finesse calculées sont d'environ 98.3% et 169 respectivement.

La distance  $d_1$  entre les deux miroirs courbes est de 55 mm et la distance  $d_2$  de 55.8 cm. Le FSR de la cavité est alors de 484 MHz. La taille du faisceau à l'intérieur du cristal est de  $24.7 \mu\text{m}$ , proche de la taille optimale de  $20 \mu\text{m}$ . La taille entre les miroirs plans est de  $368 \mu\text{m}$ . Le laser, situé à environ 2.3 m du grand *waist* de la cavité, est couplé à l'intérieur de celle-ci à l'aide d'une lentille de 60 cm de focale. Une configuration plus compacte serait possible à l'aide d'un système de lentilles plus élaboré.

Avec une puissance incidente sur la cavité de 43.1 mW, la puissance de deuxième harmonique à la sortie de la cavité est de  $15.2 \mu\text{W}$ . En tenant en compte la transmission du miroir de sortie de la cavité ( $T_4$ ) et de la perte de Fresnel ( $\sim 9.1\%$ ) à l'interface air-cristal, nous obtenons une puissance de deuxième harmonique interne de  $22.3 \mu\text{W}$ . A résonance, 61% de la puissance incidente sur la cavité est couplée (d'après la puissance réfléchie sur le miroir d'entrée). Ceci inclut l'adaptation de mode et l'imperfection de l'adaptation d'impédance. La puissance intracavité est estimée à 540 mW d'après une mesure de la puissance transmise par  $M_3$ . Ceci conduit à un facteur d'accroissement de 12.5. Comme la valeur de  $R_3$  est très proche de 1, le facteur d'accroissement ainsi mesuré est assez imprécis. Toutefois, l'efficacité de conversion obtenue est de  $7.6 \times 10^{-3} \text{ \%}/\text{W}$ , ce qui est comparable à la valeur théorique (tableau 4.2). Pour estimer plus précisément la puissance intra-cavité, il eut fallu mesurer la finesse de la cavité. Ceci n'était pas possible car nous utilisons le feedback optique de la cavité en anneau pour affiner la largeur de raie du laser à 1556 nm, ce qui conduit alors à des pics de résonance élargis lors du balayage de la cavité (*cf* chapitre 3). En plaçant un isolateur devant le laser pour éviter cet effet, le laser était trop large pour permettre la mesure.

Notons que l'angle d'incidence sur les miroirs de la cavité (angle de repliement  $\alpha$ ) est d'environ  $8^\circ$ . Comme la focale d'un miroir sphérique dépend de l'axe considéré par rapport au plan d'incidence, les pertes dans la cavité peuvent être accrues et la qualité du faisceau dans le cristal peut être détériorée dû à l'astigmatisme introduit. Dans le plan tangentiel du miroir (parallèle au plan d'incidence),  $f = \frac{R}{2} \cos \alpha$  alors que dans le

plan sagittal (perpendiculaire au plan d'incidence),  $f = \frac{R}{2 \cos \alpha}$  [KOG72]. Dans le calcul du mode de la cavité, cet effet a été négligé.

### 4.3 Cristal de niobate de lithium à domaines périodiquement inversés

Bien que la puissance de deuxième harmonique produite avec le cristal de  $\text{KNbO}_3$  placé en cavité permette l'injection d'un laser plus puissant, l'encombrement et la complexité de cet ensemble (nécessité d'asservir le laser sur la cavité, sensibilité du feedback optique à la position du cristal) le rendent difficilement intégrable dans un étalon compact et transportable. Pour ces raisons, le développement de cristaux à domaines périodiquement inversés a été entrepris en collaboration avec l'Institut National d'Optique (maintenant INO) et le Centre de Recherche pour la Défense de Valcartier (CRDV) en décembre 1995.

#### 4.3.1 Choix du niobate de lithium

Mis à part certains matériaux semiconducteurs (tel que le GaAs avec  $d_{14} \simeq 140$  pm/V [YAR84]), le niobate de lithium possède le coefficient non-linéaire le plus élevé des cristaux inorganiques les plus fréquemment rencontrés [SHO97]. Son coefficient  $d_{33}$ , qui peut être mis à profit dans une interaction QPM, est donné par:

$$d_{33}(\lambda) = (n_{z,2\omega}^2 - 1) (n_{z,\omega}^2 - 1) (n_{z,\omega}^2 - 1) \Delta_{33}$$

où  $\Delta$  est le delta de Miller et  $n_{z,2\omega} = n_{e,2\omega} = 2.1782$  et  $n_{z,\omega} = n_{e,\omega} = 2.1376$  [JUN97]. La valeur mesurée de  $\Delta_{33}$  à  $1.313 \mu\text{m}$  est de  $-0.392$  pm/V [SHO97] et conduit à un coefficient non-linéaire  $d_{33}$  de  $-18.7$  pm/V à  $1556$  nm. En interaction QPM d'ordre 1, le coefficient non-linéaire est réduit à  $-11.9$  pm/V. D'après l'équation (4.18) et les indices donnés plus haut, la période nécessaire pour utiliser ce coefficient est de  $19.2 \mu\text{m}$ , ce qui est facilement réalisable à l'aide de techniques lithographiques classiques.

L'efficacité de conversion normalisée calculée est de  $0.51 \text{ \%}/\text{W}/\text{cm}$  par le traitement de Boyd et Kleinman (équation (4.23) avec  $h = h_{opt}$ ) ou de  $0.48 \text{ \%}/\text{W}/\text{cm}$  dans le cas d'une focalisation confocale. Ce dernier résultat est obtenu en supposant que le paramètre confocal  $b$  du faisceau est égal à la longueur du cristal, ce qui correspond à un faisceau de taille  $w_o = \sqrt{b/k_\omega}$ . On utilise ensuite l'équation (4.17) (efficacité de conversion pour

une onde plane) avec l'hypothèse que le rayon du faisceau est constant et égal à  $w_0$  sur toute la longueur du cristal et on obtient:

$$\Gamma_{confocal} = \frac{16\pi^2 d_{QPM}^2}{\varepsilon_0 c n_\omega n_{2\omega} \lambda^3} \left[ \frac{W}{W^2 m} \right] \quad (4.26)$$

Étant donné que la puissance des lasers dont nous disposons est de l'ordre de 50 mW, la puissance de deuxième harmonique pouvant être générée en simple passage est d'environ 12.8  $\mu\text{W}$  pour un cristal de 10 mm de longueur possédant des anti-reflets aux deux longueurs d'onde et de 8.3  $\mu\text{W}$  pour un cristal sans anti-reflet.

Le niobate de lithium est de plus un cristal dont la technologie de production permet d'obtenir des gaufres de grande qualité optique à des coûts abordables. De plus, des guides d'onde peuvent être inscrits sur le niobate de lithium, ce qui permet d'augmenter l'efficacité de conversion à des niveaux considérables: 600 %/W/cm<sup>2</sup> à 852 nm [YAM93] et 19 à 43 %/W/cm<sup>2</sup> à 1.5  $\mu\text{m}$  [MAH96] [ARB97]. Les techniques de réalisation de guides telles que l'échange protonique sont bien maîtrisées et fréquemment utilisées (modulateurs acousto-optiques, modulateurs électro-optiques, commutateurs, etc.).

#### 4.3.2 Processus d'inversion des domaines du niobate de lithium à l'aide d'un champ électrique

La polarité du niobate de lithium peut être inversée en appliquant un champ électrique de polarité opposée à celle de la polarisation spontanée. Le champ nécessaire pour réaliser cette inversion est appelé champ coercitif  $E_c$ . Sa valeur est d'environ 21 kV/mm [CAM69]. Afin d'obtenir la périodicité nécessaire au processus de quasi-accord de phase, une électrode (métallique ou liquide) reflétant le patron du réseau désiré est déposée sur le cristal monodomaine par technique lithographique. Les zones ne devant pas être inversées sont généralement recouvertes d'un isolant (résine ou silice). Le tout est ensuite recouvert d'une électrode (formant une surface isopotentielle) dans le but de réduire les effets de bord et d'améliorer l'uniformité du transfert du patron périodique. L'inversion d'un domaine de surface  $A$  requiert le transfert d'une charge  $Q_p = 2P_s A$  au cristal. Le facteur 2 tient compte du renversement de la polarité du cristal. La valeur suggérée pour  $P_s$  est de 0.78 C/m<sup>2</sup> [MYE95c].



### 4.3.2.1 Régimes d'inversion

Afin d'expliquer l'évolution du courant lors de l'inversion, il est important de présenter certaines conclusions du modèle développé par G. Miller sur la cinétique de la croissance des domaines [MIL96, MIL98a]. Ce modèle divise le processus d'inversion en quatre régimes: nucléation, propagation du domaine d'une face à l'autre du cristal, propagation des murs du domaine et stabilisation. La majeure partie des charges est transférée au cristal lors du régime de propagation des murs. Aussi celui-ci contrôle-t-il la qualité du patron des domaines formés ainsi que le rapport cyclique.

La vitesse de propagation des murs des domaines est fortement influencée par la valeur du champ appliqué comme le montre la figure 4.14 (à gauche). La figure de droite montre le contraste de vitesse, défini comme la dérivée du logarithme de la vitesse par rapport au champ. Un champ de 20.75 kV/mm procure la plus grande discrimination de vitesse de propagation, permettant ainsi aux domaines de se propager rapidement le long des lignes du réseau tout en s'étalant peu sous l'isolant. En effet, lors de l'étalement du domaine sous l'isolant, l'apport de charges de polarisation spontanée à l'interface cristal-isolant réduit le champ dans le substrat, ce qui entraîne une réduction de la vitesse de propagation dans cette direction, la plus forte réduction étant obtenue pour un champ de 20.75 kV/mm.

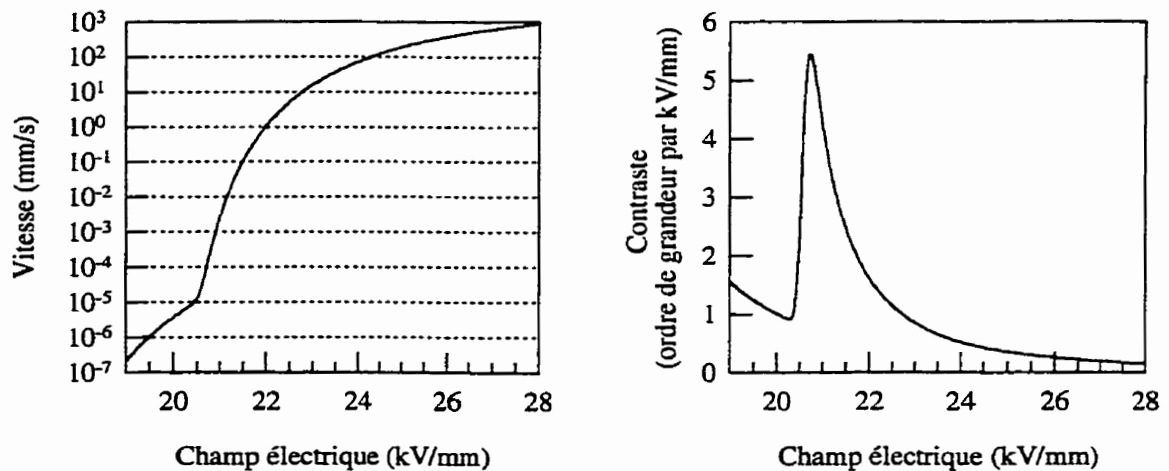


Figure 4.14: Vitesse de déplacement des murs des domaines et dérivée logarithmique de la vitesse en fonction du champ électrique appliqué (d'après [MIL98]).

Concernant le régime de stabilisation, mentionnons que l'inversion des domaines est permanente après environ 60 ms. Si l'application de la tension aux bornes du cristal est soudainement arrêtée, les domaines inversés durant les 60 dernières millisecondes reprendront leur orientation initiale. Cette phase a un effet négligeable lors d'une inversion lente réalisée à courant faible. Cependant, elle doit être considérée lorsque l'inversion se fait pendant un temps court (petite surface ou courant élevé). Dans ce cas, on peut empêcher cette contre-inversion en maintenant le champ à un niveau supérieur à 18 kV/mm pendant au moins 60 ms après la fin du régime de propagation des murs.

#### 4.3.2.2 Influence de l'électrode

Le métal utilisé a une influence sur le processus d'inversion. La présence d'un potentiel de contact Schottky peut bloquer l'inversion sur une couche de quelques microns sous l'électrode métallique lorsque celle-ci est déposée sur la face  $-z$  mais la favoriser lorsqu'on la dépose sur la face  $+z$ . Le matériau favorisant le plus la nucléation des domaines est le nichrome [MIL98a]. Lors de nos expériences, nous avons utilisé du chrome ou de l'aluminium toujours déposé sur la face  $+z$  du cristal. Toutefois, si l'on désire inscrire un guide d'onde sur l'échantillon, il est recommandé d'employer une électrode liquide car une électrode métallique conduit à des pertes plus importantes.

#### 4.3.3 Réalisation des échantillons

##### 4.3.3.1 Disposition des réseaux sur le masque

Le masque employé, montré à la figure 4.15, est divisé en quatre sections, chacune comportant des réseaux de périodes différentes.

Les périodes allant de 18.6 à 20  $\mu\text{m}$  (respectivement inférieures à 16  $\mu\text{m}$ ) permettent la génération de deuxième harmonique autour de 1556 nm dans le niobate de lithium massif (respectivement en régime guidé). Des gaufres de niobate de lithium de qualité optique (Crystal Technology) ayant un diamètre de 3 pouces et une épaisseur de 0.5 mm sont utilisées. Une fois les étapes de lithographie terminées, la gaufre est coupée en quatre et les échantillons obtenus sont placés dans la monture pour l'inversion (figure 4.16). La dimension des réseaux des deux sections du haut est de  $9.5 \times 4.25$  mm. Chaque réseau

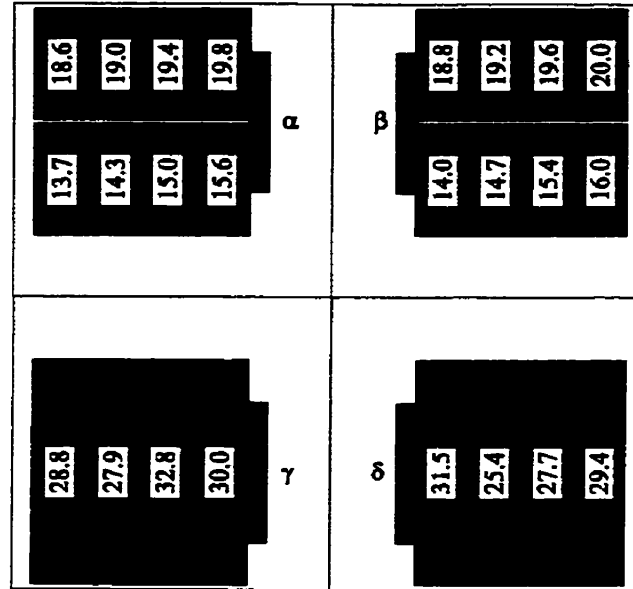


Figure 4.15: Masque comportant les différents réseaux utilisés pour la réalisation des cristaux PPLN.

est relié à son voisin par une bordure de  $80 \mu\text{m}$  de large. Les bordures extérieures sont de  $60 \mu\text{m}$ . Afin de compenser pour un élargissement systématique des domaines, la largeur des électrodes est de  $4 \mu\text{m}$  de moins que la demi-période des réseaux désirée [MYE95a].

#### 4.3.3.2 Lithographie

La lithographie nécessaire à la réalisation des PPLN a été effectuée dans les salles blanches de l'INO. Différentes configurations ont été expérimentées. L'une d'elles, dont les étapes de fabrication sont détaillées à la figure 4.17, conduit au dépôt d'un réseau métallique recouvert d'une couche de résine. Une autre correspond aux trois premières étapes de la figure 4.17 et conduit au dépôt d'un réseau de résine recouvert d'une couche métallique. Nos meilleurs échantillons ont été réalisés avec cette deuxième méthode. Dans les deux cas, le contact électrique avec la source haute tension est assuré par une solution électrolytique. La présence de l'électrolyte, qui constitue une isopotentielle, permet de diminuer les champs importants présents sur les bords des électrodes métalliques (effets de bords).

Lors de la cuisson de la résine, l'échantillon est placé entre deux plaques d'aluminium dans le but d'éviter que ne se forment, sur la surface du cristal, des microdomaines par effet pyroélectrique. De tels microdomaines peuvent agir comme centres de nucléation ou

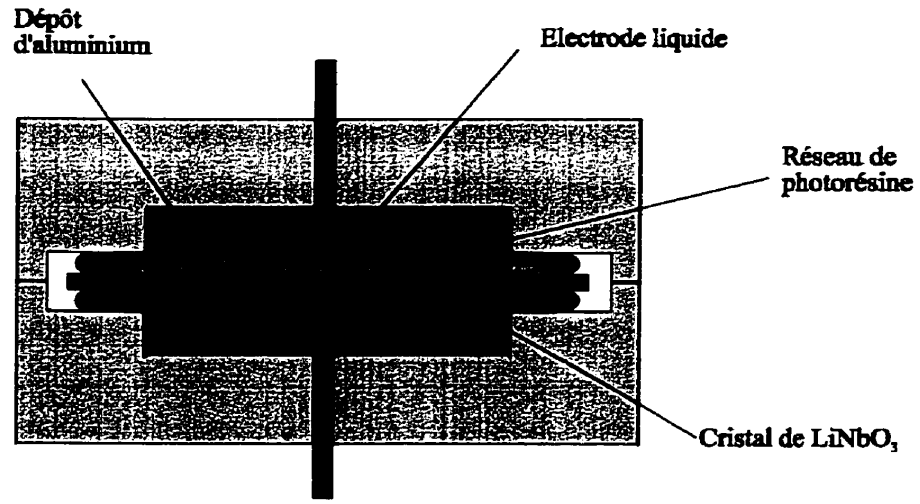


Figure 4.16: Monture en delrin utilisée pour l'inversion des domaines.

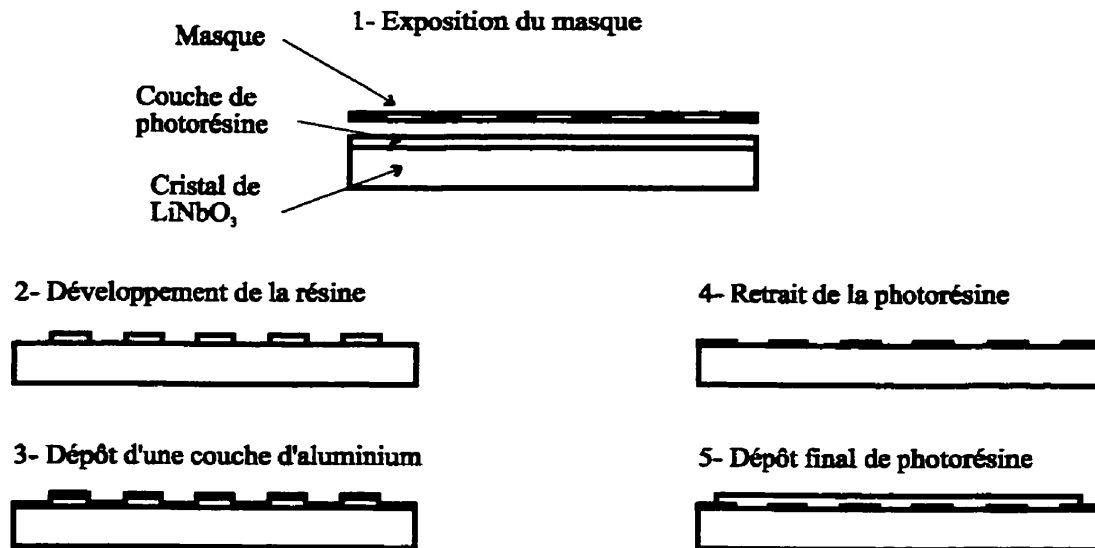


Figure 4.17: Etapes de lithographie. On termine avec l'étape 3 pour une lithographie "métal sur résine".

empêcher la progression de domaines voisins et n'ont aucune corrélation avec le patron désiré. Mentionnons aussi que les lignes du réseau doivent être orientées selon l'axe  $y$  du cristal [MYE95d]. La forme naturelle des domaines du  $\text{LiNbO}_3$  étant hexagonale, les lignes du réseau ne se développeront rectilignement que si elles sont parallèles à un côté de cet hexagone, ce qui est le cas de l'axe  $y$ .

Une fois les étapes de lithographie terminées, l'échantillon est inséré entre deux joints toriques (Apple Rubber Products) encastrés dans une monture en delrin (figure 4.16). De chaque côté, les chambres scellées sont remplies d'une solution de  $\text{LiCl}$  saturée. Cette solution est introduite à l'aide d'une seringue par des orifices situés sur le dessus. Afin de réduire le risque de claquage de l'air, le reste de l'enceinte est rempli de fréon. Rappelons que le champ de claquage dans l'air est d'environ  $32 \text{ kV/cm}$  [HAN63].

#### 4.3.3.3 Inversion des domaines

La figure 4.18 montre le circuit électrique utilisé avec la source de tension dont l'impédance de sortie  $R_s$  est de  $22.7 \text{ M}\Omega$ . Cette source peut fournir au maximum  $20 \text{ kV}$  et elle est contrôlée par un signal TTL de l'ordinateur. La sonde utilisée (Fluke modèle 80K-40) possède une impédance  $R_m$  de  $1 \text{ G}\Omega$  et divise la tension par 1000 avec une précision d'environ  $\pm 3\%$ . Le courant circulant dans le cristal s'écrit:

$$i = \frac{V_1 - V_2}{R_s} - \frac{V_2}{R_m} \quad (4.27)$$

où  $V_2$  est la tension aux bornes du cristal<sup>1</sup>. Ainsi, lors de l'inversion des domaines sous l'électrode métallique,  $V_2$  s'ajuste à la tension coercitive du cristal, soit  $V_c \simeq 10.5 \text{ kV}$ . La tension de la source  $V_1$  est ajustée au préalable (sans le cristal) pour obtenir le courant désiré  $i$  lors de l'inversion. Le circuit nous permet d'acquiesionner le courant circulant dans le cristal ainsi que la tension à ses bornes. L'arrêt de la source de tension se fait lorsque la charge transférée au cristal devient supérieure à la charge nécessaire (calculée à partir de l'aire des zones à inverser). La charge transférée au cristal est calculée par l'ordinateur en intégrant le courant mesuré.

---

<sup>1</sup> Rigoureusement,  $V_2$  est la tension appliquée à la surface  $-z$  du cristal. Cependant, le courant débité dans la résistance ( $R_2 + R_3 + R_5$ ) conduit à une chute de tension de quelques dixièmes de volts, donc très petite par rapport à la tension aux bornes du cristal. On considérera donc que la surface  $+z$  du cristal est pratiquement à la masse.

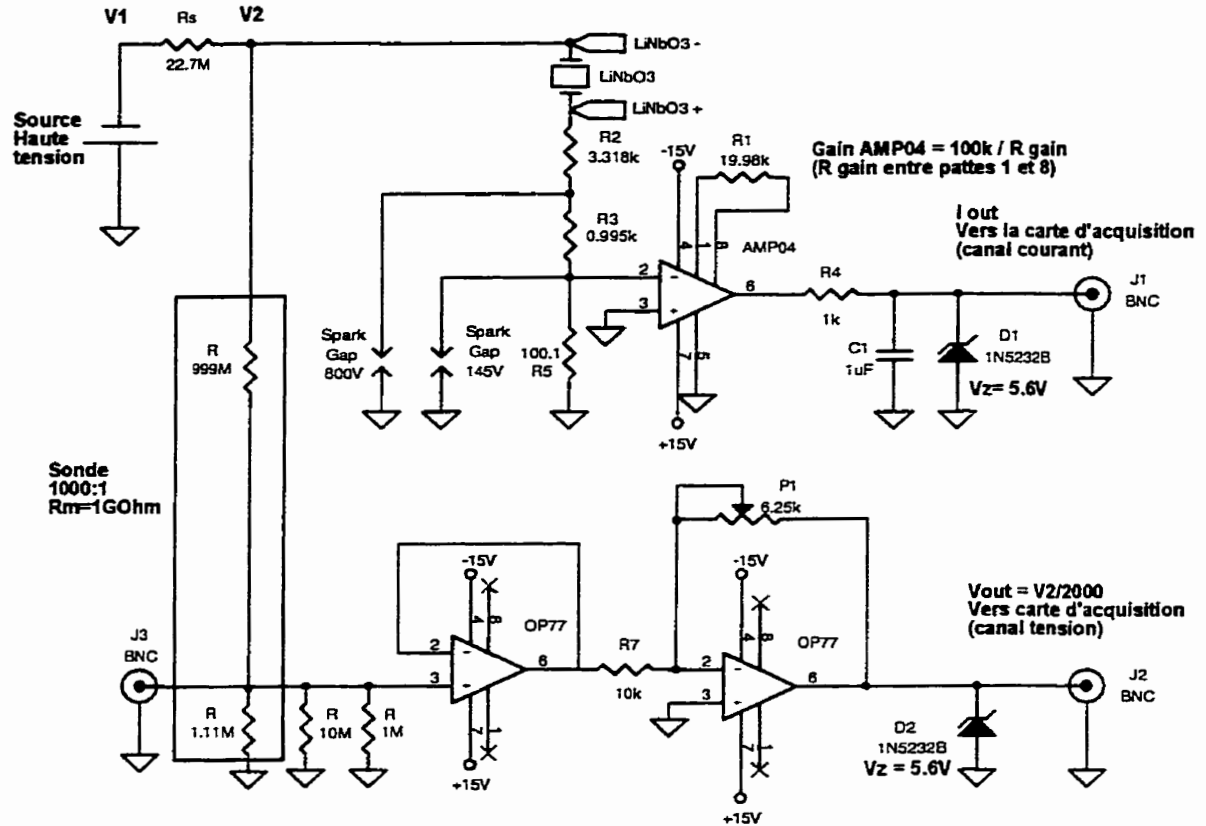


Figure 4.18: Circuit électrique permettant le contrôle et l'acquisition du courant et de la tension aux bornes de l'échantillon durant le processus d'inversion.

La figure 4.19 montre l'évolution de la tension et du courant lors de l'inversion d'un échantillon de bonne qualité (OZ24a). Tout d'abord, avant que la tension n'atteigne la tension coercitive du cristal ( $\approx 10.7$  kV), nous observons un courant de déplacement (d'environ  $10 \mu\text{A}$ ) dû à la capacitance du cristal. Celui-ci provient du déplacement des ions du cristal par rapport à leur position d'équilibre engendré par le changement de la tension à ses bornes. La capacitance se calcule d'après  $C \approx \epsilon_{33}\epsilon_0 S/d$  avec  $\epsilon_0$  la permittivité du vide,  $\epsilon_{33} = 29$  la permittivité relative du niobate de lithium [Crystal Technology, fiche technique],  $d = 0.5$  mm l'épaisseur du cristal et  $S$  sa surface. Dans notre cas, la surface à l'intérieur du joint torique de  $4.7$  cm<sup>2</sup> donne  $C = 240$  pF. Le calcul du courant  $C \frac{dV}{dt}$  donne une valeur d'environ  $15 \mu\text{A}$  comparable à celui observé expérimentalement. Typiquement, la charge  $Q_d$  correspondante est d'environ  $3.5 \mu\text{C}$ . Nous tenons compte de cet effet en augmentant la charge désirée  $Q_p$  de la quantité  $Q_d$ .

L'inversion débute lorsque la tension dépasse la tension coercitive du cristal. La tension est alors régulée par le cristal aux environs de 10.7 kV. Lorsque les domaines sont inversés sous l'électrode métallique, ils commencent alors à se propager sous la résine. Pour ce faire, la tension requise est légèrement supérieure et on observe une remontée de la tension ( $t > 1.4$  s). Ceci peut être un critère pour décider de l'arrêt de l'application de la haute tension au même titre que l'atteinte de la charge désirée. La remontée de la tension sera bien marquée si les murs des réseaux fabriqués lors de la lithographie sont bien verticaux. Notons enfin que la valeur de la tension coercitive varie d'un échantillon à l'autre. Ceci est attribuable aux variations de l'épaisseur des gaufres (environ  $\pm 10 \mu\text{m}$ ).

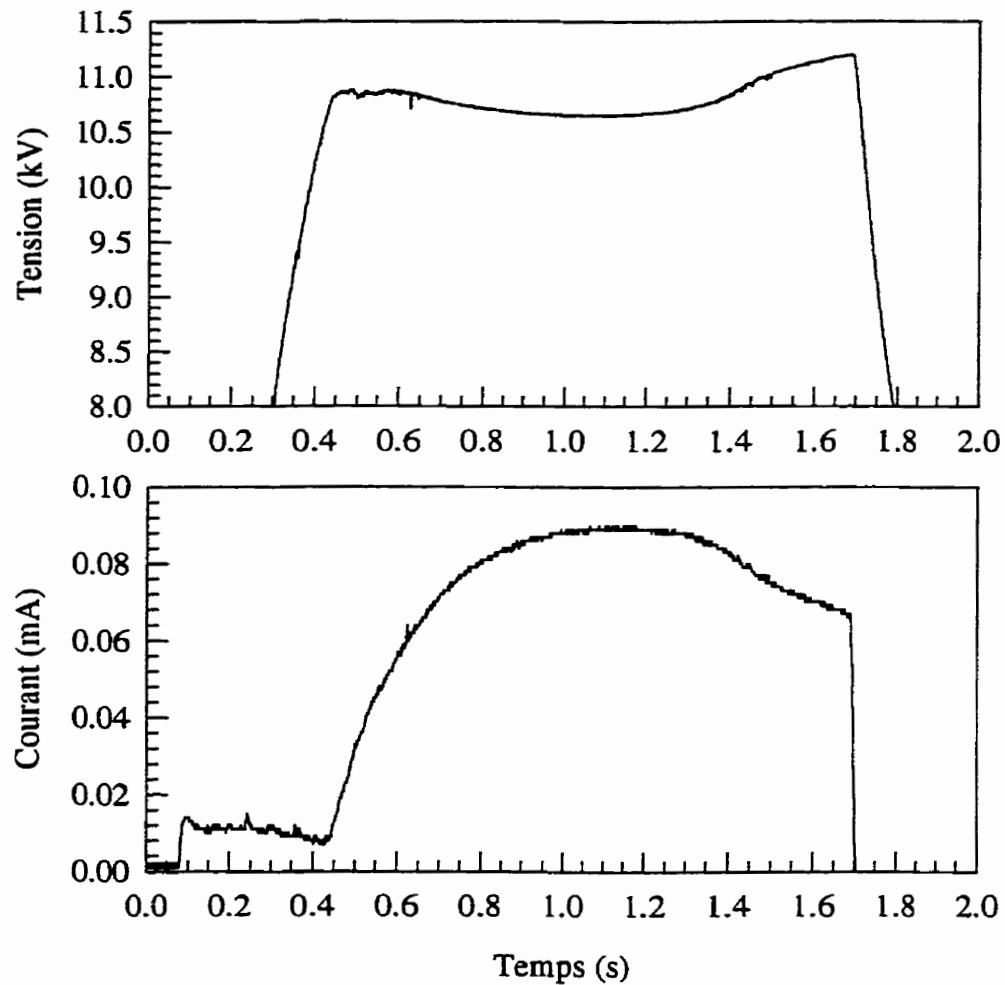


Figure 4.19: Evolution de la tension et du courant lors de l'inversion de l'échantillon OZ24a avec la source haute impédance.

### 4.3.4 Caractérisation des échantillons réalisés

En utilisant une lithographie “métal sur résine”, des échantillons de très bonne qualité ont été obtenus. Nous présentons dans les prochaines sections les caractéristiques des échantillons réalisés. Notons que les échantillons utilisés dans les étalons de fréquence #1 et #2 sont identifiés OZ24a et OZ27c respectivement. Les performances de l'échantillon OZ24a sont présentées dans les prochaines sections.

#### 4.3.4.1 Uniformité

Afin d'évaluer l'uniformité du patron obtenu, la structure des domaines est révélée à l'aide d'une attaque chimique sélective une fois l'inversion terminée. Pour cela, l'échantillon est trempé pendant quelques minutes dans une solution d'acide fluorhydrique (HF). La vitesse de gravure de l'acide diffère selon la polarité des domaines, ce qui permet d'observer par la suite leur structure à l'aide d'un microscope. La figure 4.20 nous montre une portion de la surface  $+z$  d'un échantillon présentant une uniformité semblable à celle de l'échantillon OZ24a. Afin de vérifier la qualité de l'inversion selon l'épaisseur du cristal, nous répétons la gravure sélective après avoir coupé l'échantillon au travers d'une section inversée. La figure 4.21 nous montre des domaines possédant des murs verticaux allant d'une surface à l'autre du cristal. Sur l'ensemble de l'échantillon de 9.5 mm de longueur (environ 1000 domaines), nous n'avons observé aucun domaine manquant ou fusionné avec un autre à l'intérieur du cristal. Le rapport cyclique  $D$  est près de 50% avec toutefois des fluctuations plus importantes sur la face  $-z$  que sur la face  $+z$ .

#### 4.3.4.2 Dépendance en température

La condition de quasi-accord de phase peut être réalisée en accordant la température du cristal. En effet, le désaccord de phase  $\Delta k$  varie avec la température car celle-ci modifie les indices de réfraction ainsi que la période et la longueur de l'échantillon en raison de l'expansion thermique. Afin d'évaluer la tolérance sur la température et de comparer les performances de l'échantillon réalisé avec la théorie, nous avons mesuré la dépendance en température pour l'échantillon OZ24a à incidence normale. Pour cette caractérisation, le faisceau issu d'un laser DFB à 1556.214 nm est envoyé au travers d'une lame  $\lambda/2$  et d'un polariseur de façon à obtenir une polarisation verticale parallèle à l'axe  $z$  du cristal.





Figure 4.20: Portion de la face  $+z$  d'un cristal PPLN réalisé.

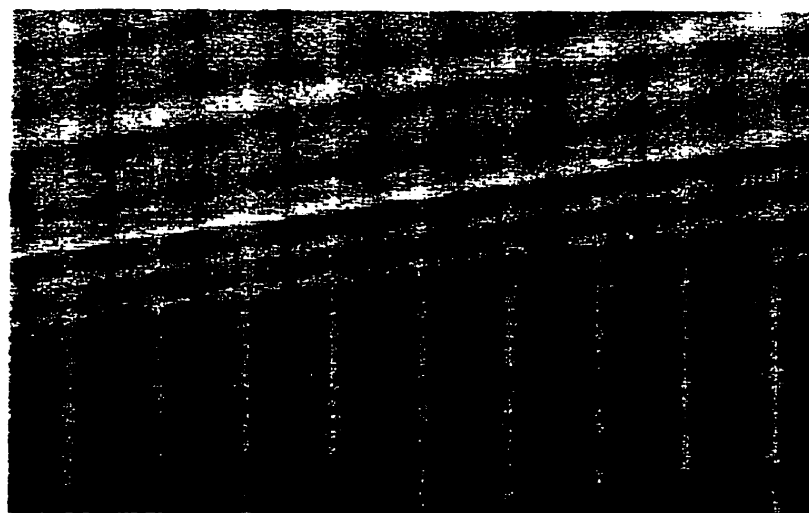


Figure 4.21: Portion de la face  $y$  d'un cristal PPLN réalisé.

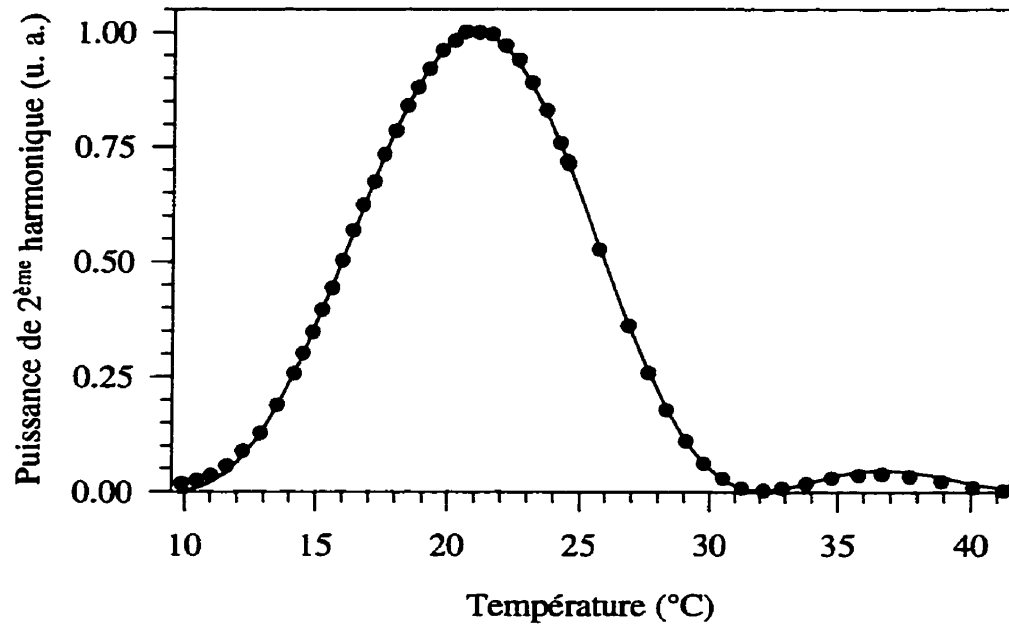


Figure 4.22: Dépendance en température de la puissance de deuxième harmonique générée pour l'échantillon OZ24a.

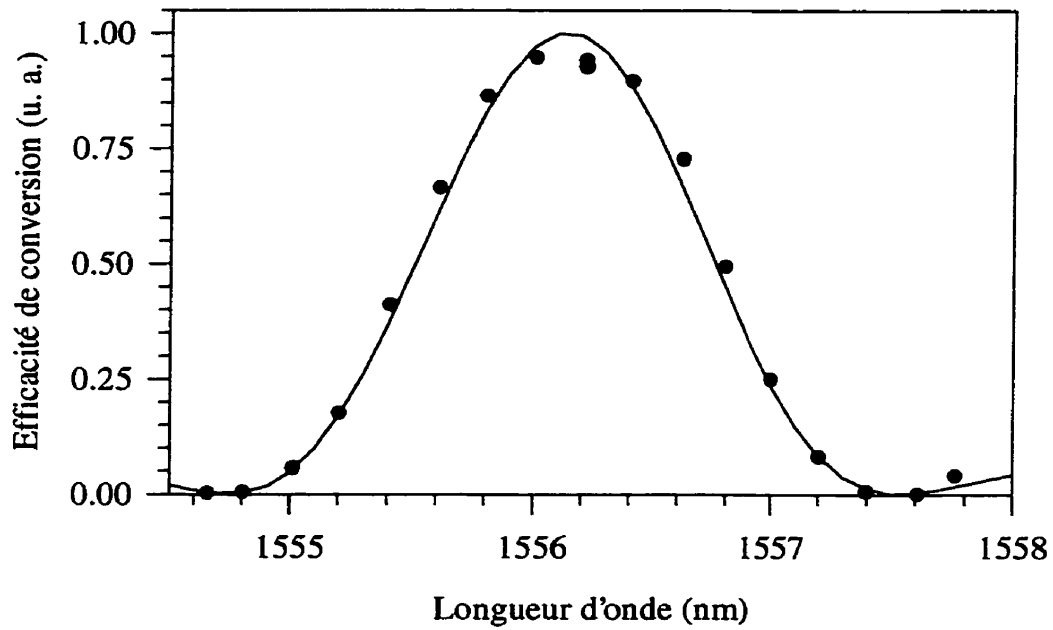


Figure 4.23: Dépendance en longueur d'onde de l'efficacité de conversion pour l'échantillon OZ24a.

Le faisceau est ensuite focalisé dans l'échantillon à l'aide d'une lentille de 7.5 cm de focale. Le cristal est maintenu sur un support en cuivre dont la température est asservie. Un détecteur au silicium (Anritsu, modèle MA9802A) est utilisé pour la détection de l'harmonique.

La figure 4.22 montre la variation de la puissance de deuxième harmonique normalisée en fonction de la température du cristal. Nous avons également tracé la courbe théorique qui tient compte de la variation de l'indice de réfraction avec la température de même que de l'expansion thermique du cristal selon l'équation:

$$P_{2\omega}^{normalisée} = \frac{\sin^2(\Delta k_{QPM} L_{eff}/2)}{(\Delta k_{QPM} L_{eff}/2)^2} \quad (4.28)$$

$$\text{avec } \Delta k_{QPM} = \frac{4\pi\Delta n}{\lambda} - \frac{2\pi}{\Lambda_g(1 + \alpha(T - T_{QPM}))}$$

où  $L_{eff}$  est la longueur effective du cristal,  $\Delta n = n_{2\omega} - n_{\omega}$  et  $\alpha \equiv \frac{1}{L} \frac{\partial L}{\partial T} = 14 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  à  $25^{\circ}\text{C}$  est le coefficient d'expansion linéaire du  $\text{LiNbO}_3$  [Crystal Technology, fiche technique]. L'équation de Sellmeier utilisée pour l'indice de réfraction extraordinaire  $n_e$  est tirée de [JUN97]. Le lissage des points expérimentaux nous donne une longueur effective d'environ 9.6 mm et une température  $T_{QPM}$  de  $21^{\circ}\text{C}$ . La période de réseau correspondante est de  $19.16 \mu\text{m}$ . La longueur effective trouvée est égale à la longueur réelle du cristal, ce qui témoigne de la bonne uniformité de l'échantillon.

La largeur à mi-hauteur de la courbe s'obtient à l'aide de l'expression suivante [FEJ92]:

$$\Delta T_{FWHM} = \frac{0.4429\lambda}{L_{eff}} \left| \frac{\partial}{\partial T} \Delta n + \alpha \Delta n \right|^{-1} = \frac{0.0956}{L_{eff} [m]}$$

On obtient pour l'échantillon OZ24a une bande d'acceptation en température de  $10^{\circ}\text{C}$ .

#### 4.3.4.3 Dépendance en longueur d'onde

Pour caractériser la dépendance en longueur d'onde, le même laser DFB est utilisé. Sa longueur d'onde, changée par l'intermédiaire de sa température, est mesurée à l'aide d'un lambdamètre (Burleigh modèle WA-1500). Pour chacun des points, la puissance de deuxième harmonique est enregistrée de même que la puissance fondamentale transmise par le cristal. Pour ces mesures, la température du cristal est maintenue à  $21^{\circ}\text{C}$ .

La figure 4.23 montre la variation de l'efficacité de conversion normalisée en fonction de la longueur d'onde fondamentale de même que la courbe théorique (équation (4.28))

qui tient compte de la variation de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde. Une longueur de cristal de 9.6 mm a été utilisée pour le lissage.

La largeur à mi-hauteur de la courbe peut être calculée à l'aide de l'expression [FEJ92]:

$$\Delta\lambda_{FWHM} = \frac{0.4429\lambda}{L_{eff}} \left| \frac{n_{2\omega} - n_{\omega}}{\lambda} + \frac{\partial n_{\omega}}{\partial \lambda} - \frac{1}{2} \frac{\partial n_{2\omega}}{\partial \lambda} \right|^{-1} = \frac{1.1896 \times 10^{-11}}{L_{eff} [m]}$$

où les dérivées sont évaluées à leur longueur d'onde respective. La largeur expérimentale obtenue est de 1.24 nm.

Pour un cristal de longueur 9.5 mm (d'indice  $n_{\omega} = 2.1376$ ), l'effet Fabry-Perot correspond à un *FSR* de 7.4 GHz (0.06 nm) et la variation de température pour balayer un *FSR* est de  $\Delta T = \lambda / (2n_{\omega}\alpha L) = 2.8^{\circ}\text{C}$ . Nous n'avons pas observé un tel effet lors des mesures précédentes. Ceci est probablement dû au fait qu'au moins une des surfaces du cristal est légèrement bombée. En effet, la direction du faisceau de sortie varie légèrement lorsque le cristal est déplacé verticalement.

#### 4.3.4.4 Efficacité de conversion

L'efficacité de conversion a été optimisée à l'aide de lentilles de différentes longueurs focales. L'optimum est trouvé pour une focale de 3.5 cm et conduit à une puissance de deuxième harmonique de  $7.6 \mu\text{W}$  pour une puissance incidente de 53.1 mW. Pour le calcul de l'efficacité de conversion interne au cristal, on corrige pour la réflexion aux surfaces du cristal. La réflexion de Fresnel à l'interface  $R = \left( \frac{n_e - 1}{n_e + 1} \right)^2$  est de  $R_{\omega} = 13.1\%$  à 1556.2 nm ( $n_{e,\omega} = 2.1376$ ) et de  $R_{2\omega} = 13.7\%$  à 778.1 nm ( $n_{e,2\omega} = 2.1782$ ). On a alors:

$$\Gamma_{interne} = \frac{P_{2\omega,externe}}{(1 - R_{2\omega})(1 - R_{\omega})^2 P_{\omega,incidente}^2 L} = 0.43 \text{ \%/W/cm}$$

Notons que, d'après le paramètre de focalisation optimal  $\xi_m = 2.84$  pour  $B = 0$  (voir § 4.1.7), la taille optimale du faisceau dans le cristal  $w_o$  est de  $19.7 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à un diamètre du faisceau laser collimé de 1.8 mm.

Dans la suite de cette thèse, le cristal PPLN est utilisé avec un angle d'incidence d'environ  $5^{\circ}$ . Ceci réduit le feedback vers le laser esclave dû aux réflexions provenant des surfaces du PPLN. Dans ce cas, la température du cristal est ajustée à  $\sim 18^{\circ}\text{C}$  et l'efficacité est légèrement réduite. On obtient typiquement  $7 \mu\text{W}$  de deuxième harmonique. La réduction de l'efficacité est attribuée à l'augmentation de la réflectivité aux interfaces

air-cristal et au passage par des zones de plus grandes fluctuations de la longueur des domaines.

Un autre effet est susceptible de réduire l'efficacité de conversion: tel qu'illustré à la figure 4.24, lorsque le vecteur d'onde fondamental  $\vec{k}_\omega$  fait un angle  $\theta$  avec le vecteur d'onde du réseau  $\vec{K}$ , la condition de quasi-accord de phase  $\vec{k}_{2\omega} - \vec{k}_\omega - \vec{K} = 0$  impose que le vecteur d'onde harmonique  $\vec{k}_{2\omega}$  fasse un angle  $\Psi$  par rapport à l'axe de propagation parallèle à  $\vec{k}_\omega$ . Cet effet de *walkoff* de l'harmonique par rapport à la fondamentale se produit malgré l'isotropie du cristal (dans le plan des vecteurs d'onde). La relation suivante est utilisée pour obtenir  $\Psi$  [FEJ92]:

$$\sin \Psi = \frac{K}{k_{2\omega}} \sin \theta$$

Avec  $\theta = \arcsin(\sin \theta_{ext}/n_\omega)$  où  $\theta_{ext}$  est l'angle d'incidence sur le cristal ( $\sim 5^\circ$ ), on obtient  $\theta = 2.3^\circ$  et  $\Psi = 0.04^\circ$ . Cet effet réduira l'efficacité de conversion en limitant la longueur d'interaction à une longueur (appelée longueur d'ouverture)  $l_a = \sqrt{\pi}w/\Psi$  où  $w$  est la taille du faisceau fondamental. Dans notre cas,  $w \simeq 20 \mu\text{m}$  et  $l_a \simeq 51 \text{ cm}$ ; la réduction de l'efficacité de conversion dû à cet effet est donc négligeable.

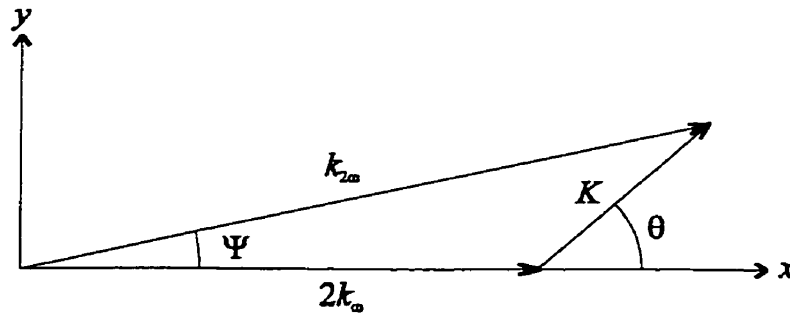


Figure 4.24: Quasi-accord de phase non-colinéaire.

#### 4.3.4.5 Accordabilité

Il est aussi intéressant de connaître l'accordabilité du doubleur de fréquence, c'est-à-dire comment varie la longueur d'onde permettant le quasi-accord de phase  $\lambda_{QPM}$  selon un changement de température, de l'angle d'incidence ou de la période du réseau. La variation de la longueur d'onde avec la température pour une période de réseau donnée

est  $\frac{d\lambda_{QPM}}{dT} = 0.125 \text{ nm}/^\circ\text{C}$  autour de  $21^\circ\text{C}$ . Ce coefficient tient compte de l'expansion thermique de la période du réseau. L'accordabilité selon une variation de période de réseau est  $\frac{d\lambda_{QPM}}{d\Lambda_g} = 0.037$  autour de  $1556 \text{ nm}$ . Selon l'angle d'incidence (interne), la variation de la longueur d'onde est [FEJ92]:

$$\begin{aligned}\lambda_{QPM} &= \lambda_o + \frac{n_\omega}{2n_{2\omega}} l_c(\lambda_o) \left[ \frac{dl_c}{d\lambda} \Big|_{\lambda_o} \right]^{-1} \theta_{int}^2 \\ &= 1556.2 \text{ nm} + 0.168 \text{ nm/rad}^2 \theta_{int}^2\end{aligned}$$

autour de  $T = 21^\circ\text{C}$ . Enfin, la température  $T_{QPM}$  qui permet de conserver la même longueur d'onde  $\lambda_{QPM}$  lors d'un changement d'angle d'incidence est:

$$\begin{aligned}T_{QPM} &= T_o + \frac{n_\omega}{2n_{2\omega}} l_c(\lambda_o) \left[ \frac{dl_c}{dT} \Big|_{T_o} \right]^{-1} \theta_{int}^2 \\ &= 21^\circ\text{C} - 3001 \text{ }^\circ\text{C/rad}^2 \theta_{int}^2\end{aligned}$$

Ainsi, on trouve un angle externe de  $4^\circ$  pour  $T = 18^\circ\text{C}$ , proche de l'angle estimé expérimentalement (voir § 4.3.4.4).

#### 4.4 Signal au triple de la fréquence

Pour terminer ce chapitre, mentionnons qu'un signal vert, de l'ordre de  $0.5 \text{ pW}$ , a été observé à la sortie du cristal PPLN. Ce signal résulte de la somme des fréquences fondamentale et de deuxième harmonique et correspond à une fréquence de  $577.8 \text{ THz}$  ( $518.7 \text{ nm}$ ). La très faible intensité observée est due au fait que l'interaction n'est pas en quasi-accord de phase (ou très loin dans les ailes de la fonction  $\text{sinc}^2(\Delta k L/2)$ ) avec le cristal PPLN utilisé, possédant une période de  $19.2 \mu\text{m}$ . De plus, la puissance de deuxième harmonique n'est pas uniforme le long de la distance de propagation dans le cristal. Théoriquement, la période requise pour une interaction (*eee*) à l'ordre 1 est de  $6.9 \mu\text{m}$ , ce qui donne  $20.7 \mu\text{m}$  à l'ordre 3. La figure 4.25 présente la puissance du signal de deuxième harmonique et de la somme (détectée à l'aide d'un photomultiplicateur) en fonction de la température du cristal PPLN.

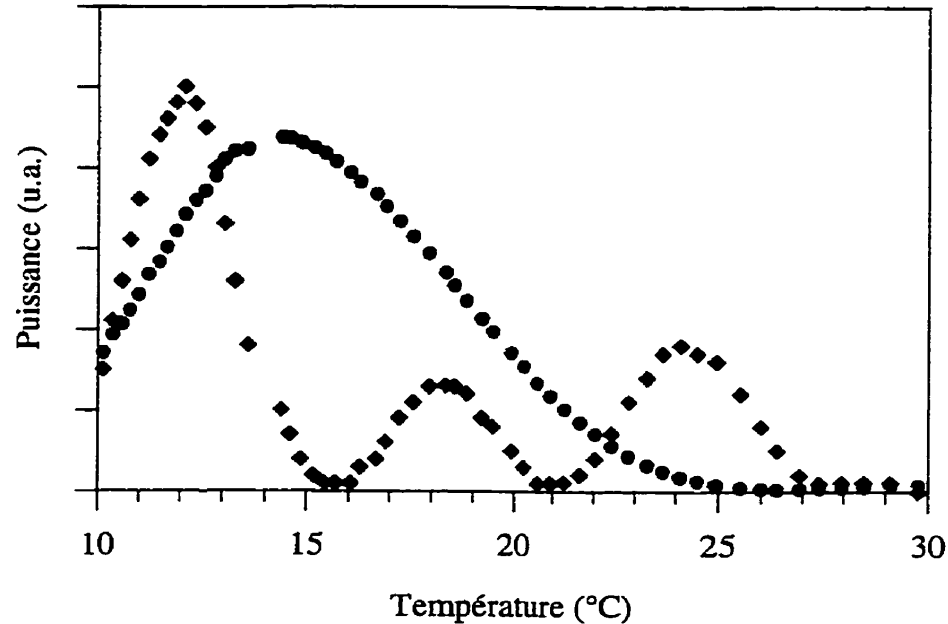


Figure 4.25: Puissance de lumière verte (losanges) et de deuxième harmonique (cercles) générée en fonction de la température du cristal PPLN.

Notons que certaines coïncidences existent entre la période nécessaire pour le doublage de fréquence et la somme de fréquence entre la deuxième harmonique et la fondamentale [PFI97]. Cependant, une telle coïncidence ne se produit pas à 1556.2 nm et un cristal optimisé pour la somme de fréquence devrait être utilisé pour sommer les faisceaux des lasers à 1556.2 nm et 778.1 nm, indépendamment de la génération de deuxième harmonique [TAV98]. La possibilité de réaliser un étalon procurant trois fréquences optiques absolues, soit 192.6 THz (1556.2 nm), 385.2 THz (778.1 nm) et 577.8 THz (518.7 nm), représente un atout intéressant [LAT00]. Des travaux de maîtrise effectués par M. Allard sont actuellement en cours en vue d'explorer cette avenue. Déjà, une puissance d'environ 6  $\mu\text{W}$  a pu être générée en utilisant un cristal PPLN ayant une période de 6.9  $\mu\text{m}$ .

#### 4.5 Conclusion

Les cristaux PPLN fabriqués sont donc des doubleurs de fréquence efficaces et pratiques permettant de générer 7  $\mu\text{W}$  de deuxième harmonique avec une cinquantaine de mW de puissance fondamentale. Cette puissance est suffisante pour réaliser la synchronisation

optique du laser puissant à 778 nm. Par comparaison, au début de cette thèse, nous disposions d'un cristal de  $\text{KNbO}_3$  utilisé en simple passage procurant une puissance de deuxième harmonique d'environ 50 nW pour la même puissance fondamentale et de 15  $\mu\text{W}$  lorsqu'il fut placé en cavité.



# CHAPITRE 5

## ASSERVISSEMENT SUR LA TRANSITION À DEUX PHOTONS DU RUBIDIUM À 778 NM

Ayant décrit dans les chapitres précédents le fonctionnement et les caractéristiques des sources optiques et du doubleur de fréquence, nous verrons dans ce chapitre comment ceux-ci sont intégrés à l'étalon de fréquence. Nous en présentons le montage complet et son opération et décrivons les divers signaux obtenus. Plus particulièrement, nous nous intéressons aux raies d'absorption à deux photons et aux signaux d'erreur nous permettant l'asservissement du laser. Nous caractérisons la stabilité de fréquence de l'étalon de fréquence réalisé par battement entre deux systèmes identiques.

### 5.1 Montage complet de l'étalon de fréquence

Les figures 5.1 et 5.2 présentent le montage complet de l'étalon de fréquence à 1556 nm réalisé. On y retrouve le laser DFB à 1556 nm, affiné par feedback optique provenant d'une cavité confocale (chap. 3) et doublé en fréquence dans un cristal PPLN (chap. 4) injectant un laser esclave plus puissant à 778 nm (chap. 3). Ce dernier laser est envoyé vers la cellule de rubidium, placée dans une cavité Fabry-Pérot. L'ajustement de la puissance intracavité est fait au moyen d'une lame  $\lambda/2$  et d'un cube polarisant. Un polariseur assure une polarisation verticale incidente sur la cavité. Le faisceau transmis par le cube polarisant est une sortie utile à 778 nm, avec une puissance disponible de plus de 10 mW dans les conditions habituelles d'opération.

Sur le parcours du laser esclave, un deuxième isolateur à double étage, de 70 dB d'isolation, est ajouté à la suite du premier, ce qui procure une isolation totale d'environ 110 dB. Notons que la voie utilisée pour l'injection du faisceau harmonique n'est pas isolée et qu'un peu de lumière en provenance du laser esclave s'en échappe. Toutefois,

avec les précautions prises (cristal PPLN légèrement à angle, voir chap. 4) et dû au fait qu'un laser injecté est moins susceptible aux réflexions parasites, aucun effet néfaste n'est observé<sup>1</sup>.

Afin d'être en mesure d'évaluer la stabilité de fréquence du laser asservi et de caractériser la dépendance de sa fréquence face aux variations de certains paramètres, un second système identique a été construit. Chaque système est monté sur un plateau optique de  $60 \times 90$  cm posé sur un tapis anti-vibration, et recouvert d'un caisson en bois dont les parois intérieures sont revêtues d'un isolant acoustique composé d'une couche de caoutchouc et d'une couche de mousse.

Les sections suivantes décrivent certaines parties du montage avec plus de détails.

### 5.1.1 L'écran magnétique

Afin d'isoler les atomes du champ magnétique terrestre ( $\sim 500$  mGauss) et de celui de la table optique et des autres composants (isolateurs optiques, électronique, etc.), la cellule est placée dans un écran magnétique fabriqué sur mesure par la compagnie MuShield. L'épaisseur des parois est de 0.062" et l'atténuation  $A$  calculée par le fabricant est de 800. Celle-ci est donnée par  $A = \frac{\mu e}{L}$  où  $\mu$  est la perméabilité du matériau (de 80 000 à 350 000<sup>2</sup>),  $e$  est l'épaisseur de la paroi (1.57 mm) et  $L$  est la plus grande dimension de la boîte (20 cm). La figure 5.3 donne une vue de l'écran magnétique utilisé. Celui-ci comporte deux compartiments. L'un d'eux contient le photomultiplicateur et la lentille de Fresnel, l'autre renferme la cellule, le four en cuivre et l'optique de collection de la fluorescence (voir § 5.1.4). Cette configuration a été retenue pour éviter que ne pénètre un champ magnétique par le trou d'observation de la fluorescence, dont le diamètre est de 28.6 mm. La paroi centrale isole quant à elle la cellule du photomultiplicateur dans l'éventualité où celui-ci serait magnétique. Comme un champ magnétique peut pénétrer au travers d'une ouverture sur une distance d'environ 5 fois son diamètre, les ouvertures permettant le passage du faisceau à 778 nm sont limitées à 12.7 mm. Toutes les vis

---

<sup>1</sup> A ce sujet, il est intéressant de consulter la référence [RYA93] où l'effet du feedback est analysé dans le cadre d'une expérience d'absorption à deux photons.

<sup>2</sup> D'après "MuShield's Catalog and Design Guide".

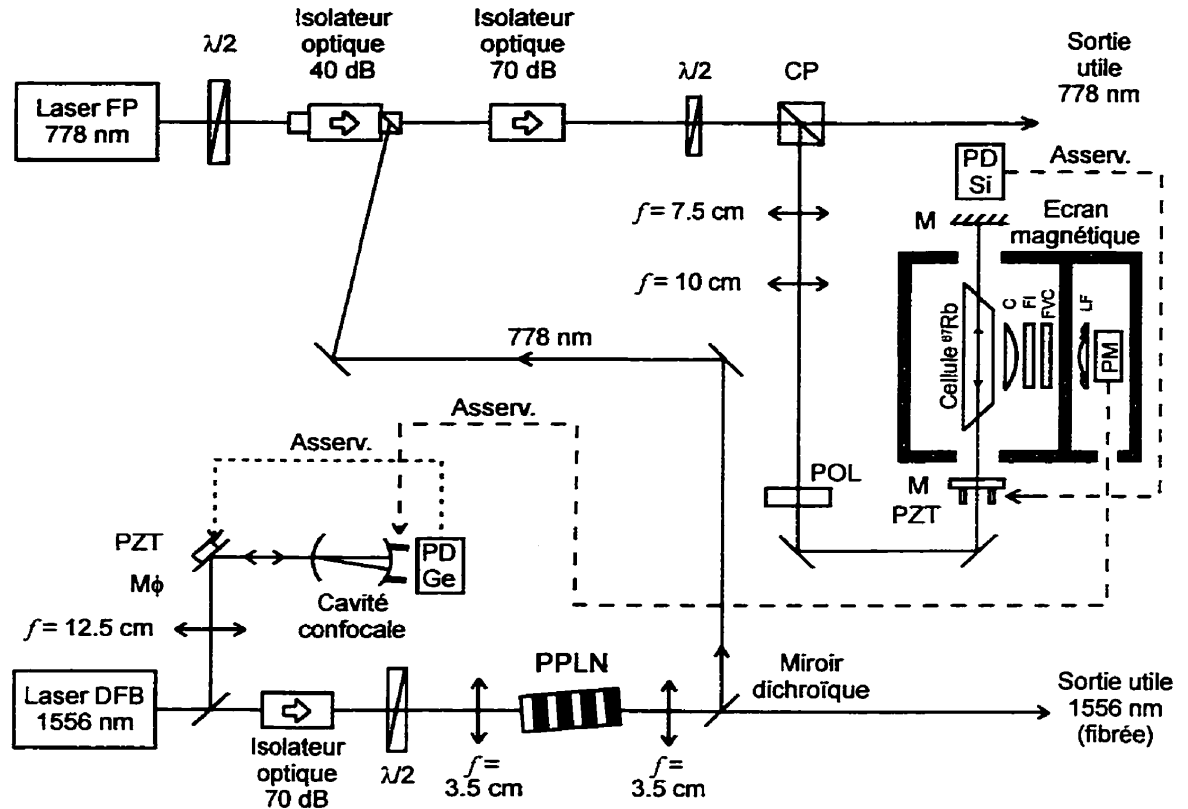


Figure 5.1: Montage complet de l'étalon de fréquence à 1556 nm. C: Condenseur, FI: Filtre interférentiel, FVC: Filtre à verre coloré, LF: Lentille de Fresnel, M: Miroir, POL: Polariseur, CP: Cube polarisant.

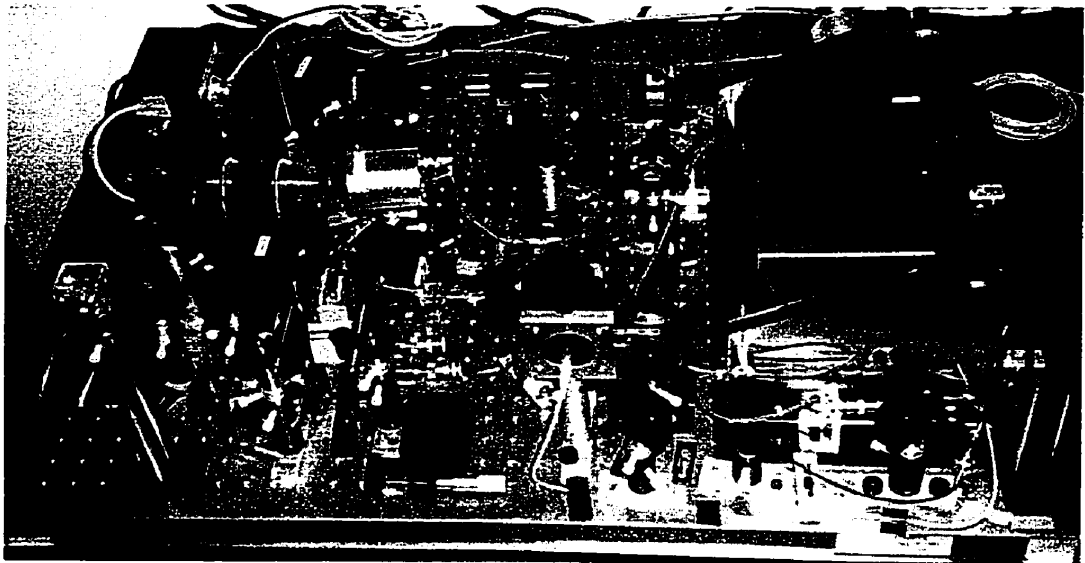


Figure 5.2: Vue de l'étalon de fréquence réalisé (les éléments sont disposés comme à la figure 5.1).

utilisées pour l'assemblage sont en alliage amagnétique (phosphore-bronze ou béryllium-cuivre).

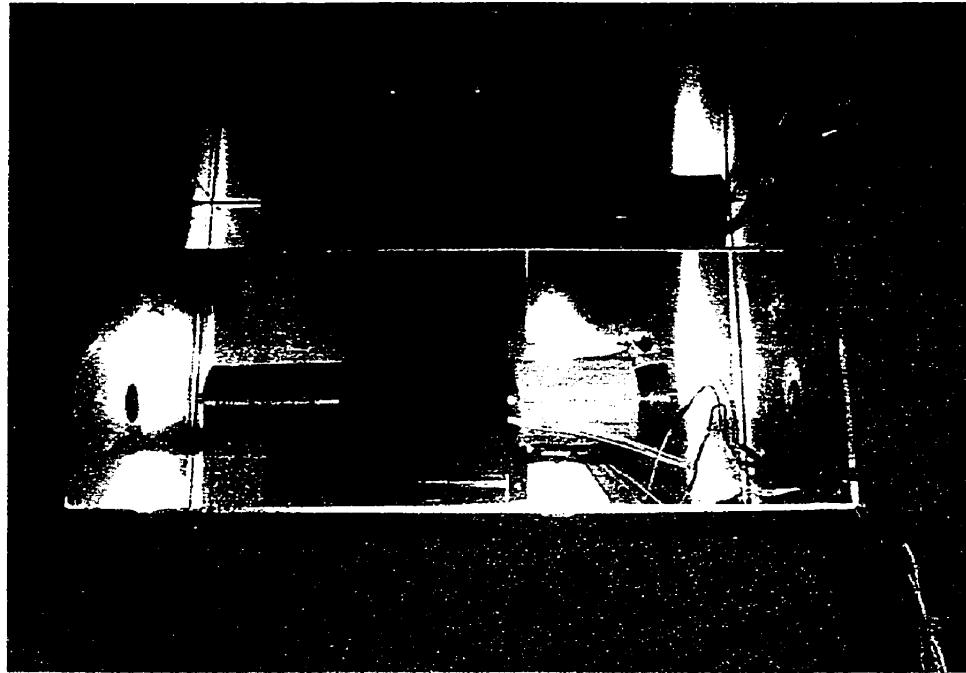


Figure 5.3: Vue de l'écran magnétique à deux compartiments. On distingue le four de cuivre contenant la cellule de rubidium (compartiment inférieur) et le photomultiplicateur (compartiment supérieur).

### 5.1.2 Les cellules de rubidium

La présence d'impuretés dans la cellule de rubidium peut déplacer la fréquence absolue de la transition à deux photons par des processus collisionnels. Ainsi, l'origine de la charge de rubidium utilisée ainsi que la méthode de remplissage des cellules ont une grande influence sur la fréquence absolue. La procédure utilisée pour remplir les cellules est décrite à l'annexe B.

Les cellules utilisées pour les expériences décrites dans cette thèse ont toutes été remplies au laboratoire. Les cellules, fabriquées par la compagnie Hellma, sont en silice fondue et possèdent des faces d'entrée et de sortie à angle de Brewster. A l'aide du banc de remplissage du laboratoire, un premier remplissage a été entrepris en août 1995. Deux cellules ont alors été remplies à partir de charges de  $^{87}\text{Rb}$ . Celles-ci ont été produites en 1982

à partir de sel de chlorure de rubidium (RbCl) dont l'enrichissement isotopique était de 98% (fournisseur: Oak Ridge National Laboratory, Tennessee). Chaque cellule a reçu une quantité de rubidium d'environ 2.5 mg. Leur code d'identification est NC-95-BQ et NC-95-BF, respectivement. La première a été installée dans le système #2 alors que la seconde a été envoyée au LPTF (Paris). Un second remplissage a été effectué en novembre 1997 et deux autres cellules ont alors été remplies avec des quantités d'environ 2.5 et 1.5 mg de  $^{87}\text{Rb}$  (respectivement identifiées CL-97-2.5 et CL-97-1.5). La cellule CL-97-2.5 a été installée dans le système #1.

Les deux cellules sont chauffées à  $83^\circ\text{C}$  afin d'augmenter la densité d'atomes et le signal de fluorescence. Les détails du four et du circuit de chauffage sont donnés à l'annexe B.

### 5.1.3 Le photomultiplicateur

La détection de la fluorescence est réalisée au moyen d'un photomultiplicateur Hamamatsu modèle R928 monté dans un bloc support E717-21 permettant de l'alimenter. La surface apparente de la photocathode est de  $8 \times 24$  mm. Le schéma est représenté à la figure 5.4.

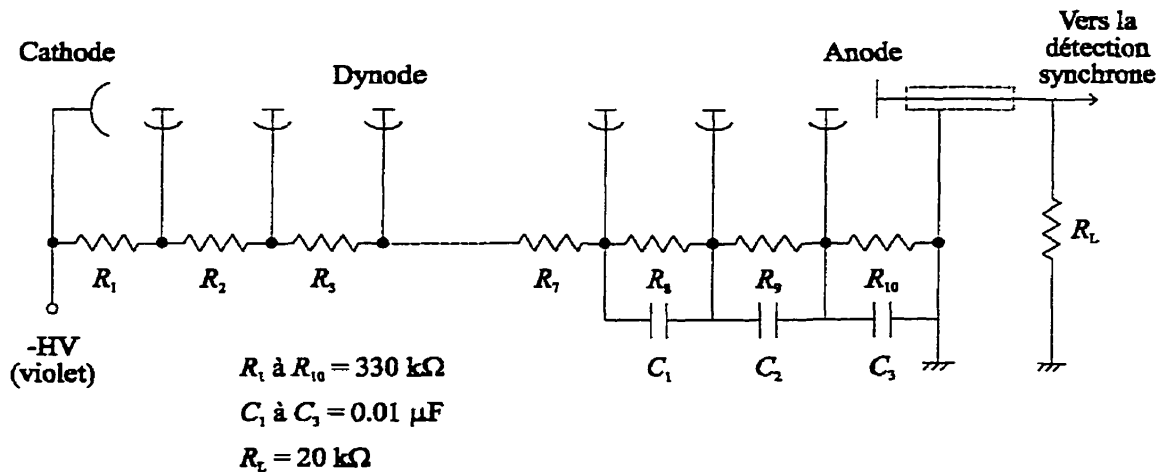


Figure 5.4: Schéma du photomultiplicateur.

Le courant produit à l'anode circule à travers une résistance de charge  $R_L$  de  $20 \text{ k}\Omega$ . Il est à noter qu'une résistance de charge trop grande détériore la linéarité du courant de sortie par rapport à l'intensité de la fluorescence incidente. En effet, un courant de sortie

élevé entraîne une tension importante aux bornes de  $R_L$ , ce qui conduit à une diminution de la différence de potentiel entre la dernière dynode et l'anode. Le gain diminue alors et la linéarité est affectée.

D'après la fiche technique, la photocathode possède une réponse  $R$  d'environ 70 mA/W à 420 nm (efficacité quantique  $\eta = \frac{R h \nu}{e} \simeq 21\%$ ) et de 15 à 20 mA/W à 778 nm. Le gain du photomultiplicateur spécifié est d'environ  $2.5 \times 10^6$  pour une tension d'alimentation de 800 V. Enfin, nous avons mesuré un courant d'obscurité de 7.1 nA pour le système #1 et de 5.5 nA pour le système #2.

#### 5.1.4 Optique de collection de la fluorescence

La fluorescence à 420 nm émise par les atomes de rubidium est collectée par un condenseur asphérique (Melles Griot 01LAG005/066) traité anti-reflet, et focalisée sur le photomultiplicateur par une lentille de Fresnel de focale 15 mm (Edmund Scientific, modèle 43023) (voir fig. B.4 à l'annexe B). Le condenseur possède une focale de 18 mm et une ouverture de 24 mm ( $f/\# = 0.75$ ). Afin de ne pas détecter de lumière parasite, un filtre interférentiel à 420 nm (Oriel, modèle 53810, largeur 10 nm) et un filtre à verre coloré (Oriel, modèle 51710) sont insérés entre les deux lentilles. La transmission de ces filtres est de 50 et 75% respectivement à 420 nm, et d'environ 0.01% à 778 nm. Une feuille d'aluminium est placée de l'autre côté du faisceau afin de réfléchir une partie de la fluorescence vers le photomultiplicateur. L'efficacité de collection de la fluorescence, sans tenir compte de la perte des filtres, est d'environ 4.9%. Le calcul de l'efficacité de collection est donné à l'annexe B.

#### 5.1.5 Cavité Fabry-Pérot autour de la cellule de rubidium

##### 5.1.5.1 Rôle de la cavité

Nos premières observations des transitions à deux photons furent effectuées en utilisant un miroir plan pour obtenir le faisceau en contre-propagation [POU97b]. Cependant, avec une telle configuration, la fréquence du laser asservi peut varier selon l'alignement relatif des faisceaux aller et retour. Ainsi, Millerioux *et al.* ont observé un déplacement de fréquence de 5 kHz lorsque le signal était diminué de 50% en changeant la direction

du faisceau réfléchi. Ce déplacement fut attribué à un effet Doppler résiduel [MIL94]. En plaçant la cellule à l'intérieur d'une cavité Fabry-Pérot plano-concave, la répétabilité journalière de la fréquence fut améliorée à 200 Hz. De plus, le déplacement lumineux ne dépend alors que de la puissance des faisceaux dans la cellule et non de leur alignement.

En se basant sur leur expérience, nous avons décidé de placer notre cellule de rubidium dans une cavité semblable. De cette façon, l'effet Doppler est complètement supprimé car les faisceaux aller et retour sont alors identiques et parfaitement superposés. La géométrie du mode étant définie, l'interrogation des atomes se fait avec un faisceau gaussien de rayon bien déterminé, ce qui facilite la comparaison avec la théorie. Aussi, la puissance retournée vers le laser est réduite (elle sera nulle si le faisceau laser est parfaitement adapté au mode de la cavité), ce qui diminue l'isolation optique requise. Enfin, l'utilisation d'une cavité requiert moins de puissance laser pour l'observation des raies et nous disposons alors de plus de puissance sur la sortie utile à 778 nm. Par contre, la complexité du montage est augmentée car il est nécessaire de maintenir la cavité en résonance avec la fréquence laser, ce qui implique un asservissement supplémentaire.

#### 5.1.5.2 Réalisation et caractérisation de la cavité

La cavité réalisée est une cavité semi-hémisphérique formée d'un miroir d'entrée plan de réflectivité  $R_1$  égale à 96% (Casix WNH0204) et d'un miroir concave possédant un rayon de courbure  $R$  de 2 m et une réflectivité  $R_2$  supérieure à 99.8% (Casix LPV0212). Les deux miroirs sont montés sur des plaques d'acier supportées par trois barreaux d'invar. Le miroir d'entrée est collé sur une céramique piézo-électrique cylindrique (modèle P1 91 de la compagnie Quartz et Silice). L'allongement du piézo est d'environ  $2.5 \mu\text{m}$  pour 1000 V. L'écartement entre les miroirs  $L$  est de 30 cm, ce qui procure un intervalle spectral libre de 500 MHz. Le mode fondamental de la cavité possède un rayon  $w_0$  donné par [SAL91]:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \sqrt{L(R-L)}} = 420 \mu\text{m}$$

L'adaptation de mode du faisceau est réalisée au moyen de deux lentilles de 7.5 et 10 cm de focale et l'alignement du faisceau est réalisé à l'aide de deux miroirs de renvoi.

A vide, la finesse théorique est donnée par:

$$F = \frac{\pi(R_1 R_2)^{\frac{1}{4}}}{1 - \sqrt{R_1 R_2}} = 147 \quad (5.1)$$

En pratique, nous avons mesuré une finesse d'environ 150, ce qui correspond bien à la valeur théorique. Lorsque la cellule est mise en place, la finesse mesurée chute à 80. De l'équation 5.1 (avec  $R_2$  remplacé par  $R_m$ ), on déduit une valeur  $R_m$  de 96.3% correspondant à la réflectivité équivalente de l'ensemble cellule + miroir de sortie. Considérant que  $R_m = R_2 T_f^2$  où  $T_f$  est la transmission d'une face de la cellule, on obtient  $T_f = 98.2\%$ . La figure 5.5 montre la transmission de la cavité obtenue. On peut remarquer la présence de modes supérieurs d'ordre impair qui n'ont pu être éliminés. Le pic principal, illustré à la figure 5.6, est de forme lorentzienne avec une pleine largeur à mi-hauteur de 6.25 MHz. La puissance transmise par la cavité est détectée par une photodiode au silicium EG&G modèle HUV-2000B. La calibration ainsi que le circuit de montage de la photodiode sont donnés à l'annexe B.

### 5.1.5.3 Asservissement de la cavité

Le signal du photodétecteur est envoyé à un détecteur synchrone commercial. Pour le système #1, nous utilisons un détecteur synchrone EG&G, modèle 128A, tandis que pour le système #2, un détecteur synchrone EG&G, modèle 5209 est employé. Les paramètres des détections synchrones sont les suivants: pour le système #1, nous utilisons un filtre d'entrée passe-bande ( $50 \text{ Hz} < f < f_{max}$  avec  $f_{max} > 10 \text{ kHz}$ ), une sensibilité de 25 mV, une constante de temps de 1 ms; pour le système #2 nous utilisons un filtre d'entrée passe-bande avec rejet du 60 et 120 Hz, une sensibilité de 100 mV et une constante de temps de 1 ms. L'offset à la sortie est ajusté en court-circuitant l'entrée. Notons que pour obtenir environ le même niveau de signal de fluorescence sur les deux systèmes, la puissance incidente sur la cavité contenant la cellule est environ deux fois supérieure sur le système #2 que sur le système #1. C'est pour cette raison que la sensibilité du détecteur synchrone #2 est plus faible.

Le filtre proportionnel-intégrateur suivant la détection synchrone et donnant le signal de correction de la céramique piézo-électrique de la cavité est constitué d'un étage proportionnel de gain variable (de 0 à 1) en parallèle avec un étage intégrateur avec ajustement



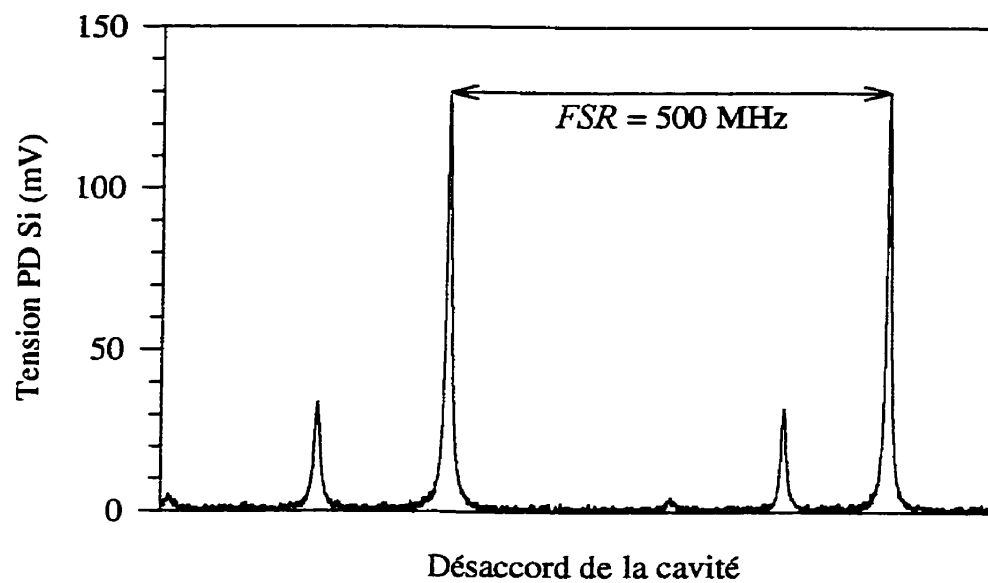


Figure 5.5: Transmission de la cavité contenant la cellule de rubidium.

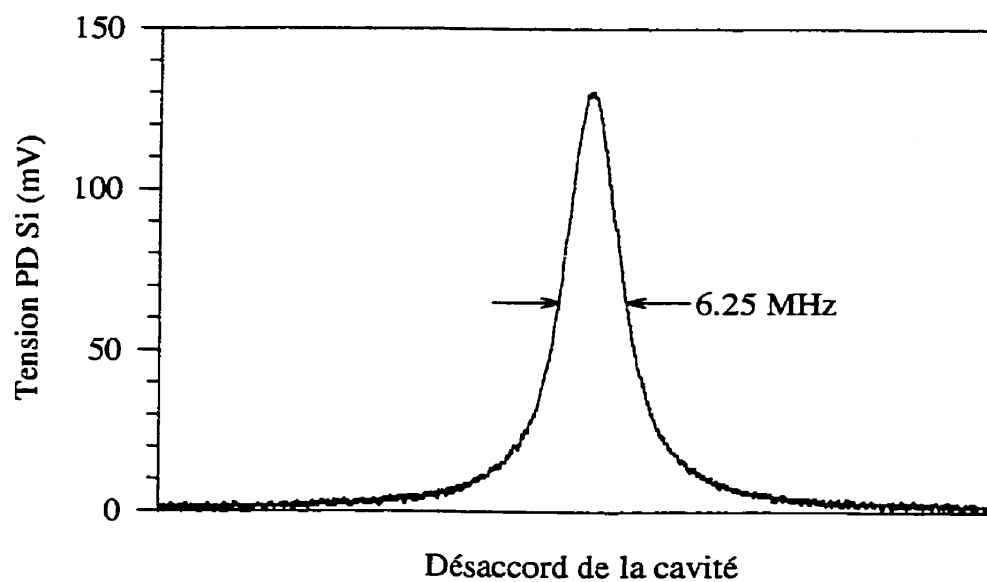


Figure 5.6: Zoom d'un pic de transmission de la cavité contenant la cellule de rubidium. La finesse est d'environ 80.

du niveau du signal d'entrée (de 0 à 1). Ce dernier possède une fréquence à gain unitaire de 115 Hz ( $RC = 6.3 \text{ k}\Omega \times 220 \text{ nF} = 1.4 \text{ ms}$ ).

### 5.1.6 Puissance intracavité

Pour le système #1, la puissance incidente sur la cavité,  $P_i$ , est typiquement de 0.5 mW. A résonance, la puissance à l'intérieur de la cellule de rubidium peut être estimée par:

$$P_{cellule} = \frac{CT_1T_f}{(1 - \sqrt{R_1R_m})^2} P_i \quad (5.2)$$

où  $C$  est le taux de couplage dans la cavité,  $T_f$  est la transmission d'une face de la cellule et  $R_m = 0.963$  est la réflectivité équivalente de l'ensemble cellule + miroir de sortie et  $T_1 = 1 - R_1$ . Le taux de couplage est obtenu en mesurant la puissance réfléchie par la cavité et transmise par le cube polarisant. Comme la polarisation verticale est réfléchie par le cube, nous avons ajouté pour le besoin de la mesure une lame demi-onde devant le polariseur placé à l'entrée de la cavité. La lame est orientée pour obtenir une puissance suffisante transmise par le cube polarisant et alignée de façon à ne pas changer le rapport d'amplitude des modes transverses par rapport au mode fondamental de la cavité. La puissance transmise par le cube est alors mesurée hors résonance et à résonance et on obtient  $C = 57\%$ . Un signal de fond, provenant des réflexions sur des surfaces d'éléments autres que le miroir d'entrée de la cavité, a été soustrait aux puissances mesurées. Il a été vérifié qu'il n'interférait pas avec le signal de la cavité, les éléments réfléchissants étant à angle. La puissance intra-cellule est alors de 7.6 mW.

## 5.2 Observation des transitions à deux photons

La longueur de la cavité étant asservie pour être en résonance avec la fréquence du laser d'interrogation, les transitions à deux photons sont donc observées avec un laser modulé en fréquence. La présence de la modulation modifie la forme des raies observées. De plus, dans le cas où la puissance à l'intérieur de la cavité est importante, des effets de saturation du photomultiplicateur peuvent être observés. Nous analyserons ces deux effets dans les sections suivantes.

### 5.2.1 Expression de la forme de raie en présence de modulation de fréquence

Plusieurs auteurs ont étudié l'effet d'une modulation de fréquence sur la forme du signal obtenu [KAR48, AND59, WAH61, ARN65]. Nous résumons ici les résultats importants de ces articles sous une forme unifiée. Le détail du calcul permettant d'obtenir le signal au détecteur est donné à l'annexe C (le traitement inclut aussi l'effet d'une modulation d'amplitude résiduelle). Comme point de départ, nous supposons une raie de forme lorentzienne  $G(f)$  centrée à  $f_c$  et possédant une pleine largeur à mi-hauteur  $\Delta f_{1/2}$ :

$$G(f) = \frac{1}{1 + \left(\frac{2(f-f_c)}{\Delta f_{1/2}}\right)^2} \quad (5.3)$$

Cette raie est interrogée par un laser de fréquence  $f_L$ , modulée à une fréquence  $f_m$  avec une amplitude<sup>1</sup>  $\Delta f_m$ . La fréquence laser s'écrit ainsi:

$$f(t) = f_L + \Delta f_m \cos 2\pi f_m t \quad (5.4)$$

Nous considérons que la largeur de raie du laser d'interrogation est négligeable devant celle de la transition. Pour faciliter l'expression des résultats, on définit l'écart de fréquence normalisé par la demi-largeur de la raie:

$$x = \frac{2(f - f_c)}{\Delta f_{1/2}}$$

Les expressions (5.3) et (5.4) deviennent alors:

$$\begin{aligned} G(x) &= \frac{1}{1 + x^2} \\ x(t) &= x_L + m \cos 2\pi f_m t \end{aligned}$$

où  $m = \frac{2\Delta f_m}{\Delta f_{1/2}}$  est l'amplitude de modulation normalisée. La figure 5.7 illustre les paramètres importants de ces deux représentations.

Par ailleurs, nous considérons que la fréquence de modulation  $f_m$  est suffisamment petite devant la largeur de la transition  $\Delta f_{1/2}$  pour que les effets de relaxation de l'atome puissent être négligés, *i.e.*  $\frac{f_m}{\Delta f_{1/2}} = \frac{m}{2\beta} \ll 1$  où  $\beta = \frac{\Delta f_m}{f_m}$  est l'indice de modulation de

---

<sup>1</sup> L'excursion de fréquence est le double de l'amplitude de modulation de fréquence  $\Delta f_m$ .

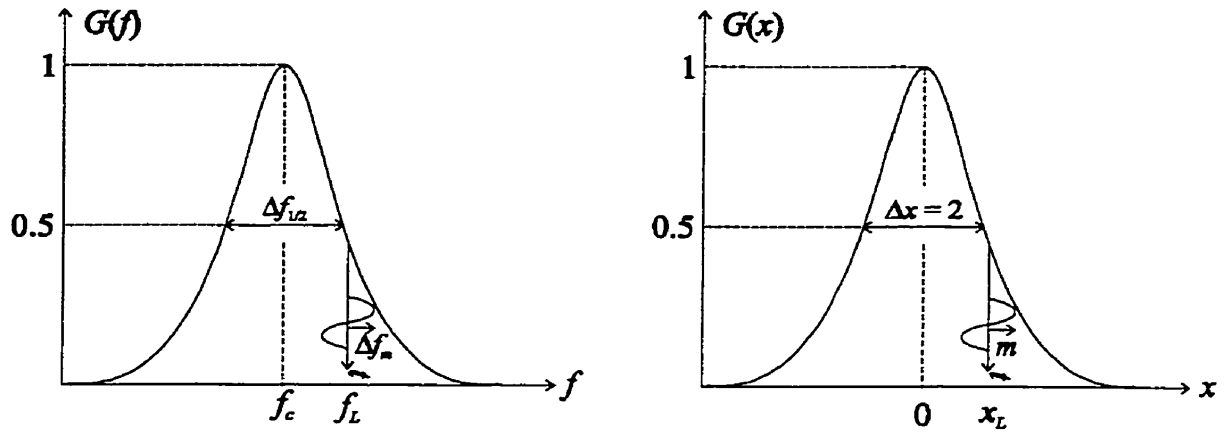


Figure 5.7: Illustration de la lorentzienne définie en fonction de  $f$  (à gauche) et de  $x$  (à droite).

fréquence. Nous négligeons également ici la modulation d'amplitude accompagnant la modulation de fréquence qui peut être présente lorsque le courant d'injection est modulé.

Le signal au détecteur  $S(x)$  peut être décomposé selon les différentes harmoniques de  $f_m$  [ARN65]:

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(x) \cos 2\pi n f_m t \quad (5.5)$$

avec

$$S_n(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{m^n} \varepsilon_n i^n \frac{\left\{ \sqrt{(1-ix)^2 + m^2} - (1-ix) \right\}^n}{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2}} + c.c. \quad (5.6)$$

où  $\varepsilon_0 = 1$  et  $\varepsilon_n = 2$  pour  $n \geq 1$ . Pour  $n = 0$ , nous obtenons la composante continue du signal obtenu au photodétecteur  $S_0(x)$ :

$$S_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\sqrt{M^2 + 4x^2} + M}}{\sqrt{M^2 + 4x^2}} \quad (5.7)$$

où  $M = 1 - x^2 + m^2$ . La figure 5.8 montre ce signal pour différentes excursions de la modulation de fréquence, repérées par la valeur de  $m$ . On note, pour des valeurs croissantes de  $m$ , une diminution de l'amplitude du signal détecté accompagnée d'un élargissement. De plus, dû à la présence de bandes latérales dans le spectre du laser d'interrogation pour  $m$  non-nul, la raie observée possède une structure dédoublée.

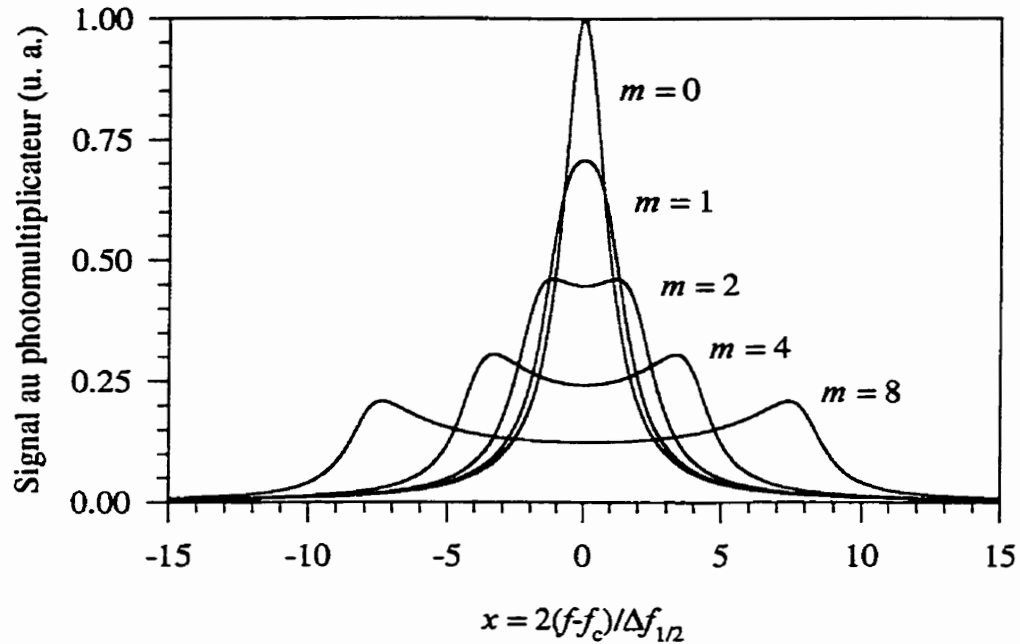


Figure 5.8: Profil de la fluorescence moyenne ( $S_0(x)$ ) pour différentes excursions de modulation  $m$ .

### 5.2.2 Forme de raie observée en fonction de l'excursion de la modulation de fréquence

Afin d'illustrer expérimentalement l'effet de l'excursion de la modulation de fréquence, nous avons enregistré la forme de la raie correspondant à la transition ( $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4$ ) pour trois excursions de modulation (fig. 5.9). Des excursions de 1, 8 et 16 mV p-p respectivement ont été appliquées sur l'entrée externe de la source courant du laser DFB dont le gain est de 50 mA/V. Les excursions de fréquence produites sont environ de 45, 350 et 700 kHz p-p ( $m = 0.22, 1.7$  et  $3.4$  en prenant pour  $\Delta f_{1/2}$  la largeur trouvée expérimentalement, soit 205 kHz, cf. section 5.2.3). Le niveau de 1 mV p-p est le plus faible qui permette l'asservissement de la cavité autour de la cellule de rubidium. Notons que le signal observé comprend, outre  $S_0(x)$ , un signal oscillant rapidement correspondant à la modulation et à ses harmoniques. En fait, le signal observé est  $S(x)$  filtré par la réponse du photomultiplicateur et moyenné par l'oscilloscope (fonction de la base de temps). Sur la figure 5.9, l'échelle de fréquence est calibrée en balayant les deux

composantes ( $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4, 3$ ). Celles-ci sont séparées de 14.4115 MHz à 778 nm [NEZ93].

### 5.2.3 Largeur de raie expérimentale et causes d'élargissement

Un lissage des données expérimentales de la figure 5.9 (en haut) à l'aide d'un profil lorentzien conduit à une pleine largeur à mi-hauteur de 410 kHz (à 778 nm). On obtient pratiquement la même valeur (425 kHz) en utilisant un profil de Voigt. Le laser à 1556 nm sera donc asservi sur une raie d'environ 200 kHz, soit la résonance la plus étroite observée jusqu'à présent autour de 1.55  $\mu\text{m}$ .

Rappelons que la principale contribution à la largeur observée est la largeur naturelle de la transition qui est d'environ 300 à 388 kHz à 778 nm selon le temps de vie du niveau  $5D$  utilisé (voir l'annexe A). De plus, différents phénomènes d'élargissement sont à considérer.

- En raison du diamètre fini du faisceau d'interrogation, la transition est élargie par le temps de transit de l'atome au travers du faisceau. Dans le cas d'une transition à deux photons, il a été montré que le profil de raie résultant est la convolution de la lorentzienne de largeur  $1/4\pi\tau_{5D}$  et d'une exponentielle double de largeur  $V_p \ln 2/2\pi w$  [BIR79],  $V_p$  étant la vitesse atomique la plus probable et  $w$  le rayon du faisceau gaussien dans la cellule. Ces deux largeurs sont les pleines largeurs à mi-hauteur à la fréquence laser (385 THz). Lorsque celles-ci sont du même ordre de grandeur, le profil résultant possède une largeur approximativement égale à leur somme [BIR79]. On obtient ainsi l'élargissement par temps de transit  $\Delta\nu_{tt}$ :

$$\Delta\nu_{tt} \simeq \frac{(\ln 2)V_p}{2\pi w}$$

Avec  $V_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{M_{Rb}}} = 263.4$  m/s pour une température de 90°C et  $w = 420$   $\mu\text{m}$ , on obtient une contribution  $\Delta\nu_{tt}$  de 70 kHz à 778 nm, ce qui en fait la cause d'élargissement prépondérante. Notons que le temps de traversée du faisceau par l'atome dans notre expérience est d'environ 3.2  $\mu\text{s}$ .

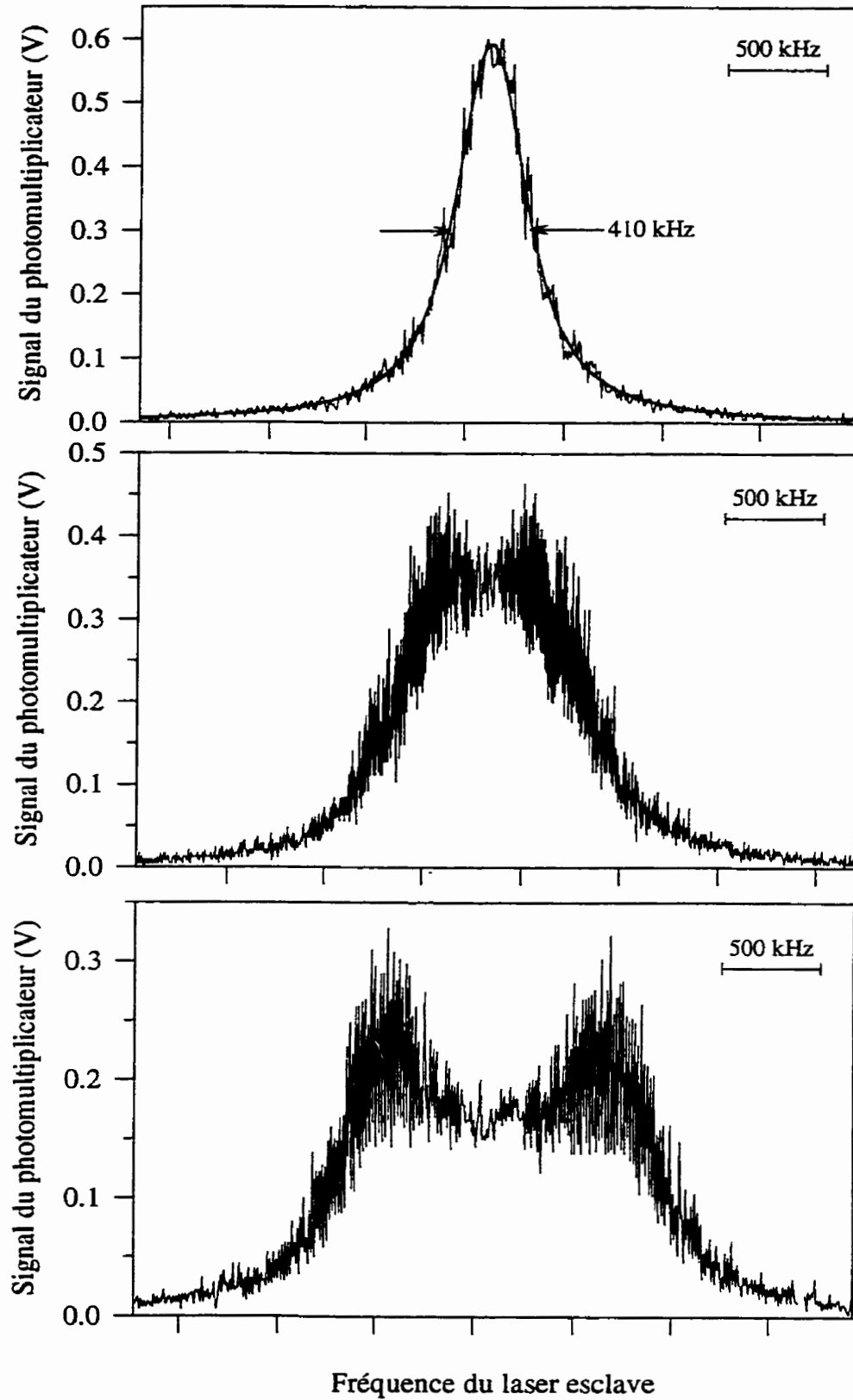


Figure 5.9: Transition ( $5S_{1/2}, F_g = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F_e = 4$ ) observée avec des amplitudes de modulation de 1 (haut), 8 (milieu) et 16 mV p-p (bas). Les valeurs de  $m$  correspondantes sont respectivement de 0.22, 1.7 et 3.4.

- Les collisions entre les atomes de rubidium peuvent également contribuer à élargir la raie observée. D'après les mesures de Stoicheff *et al.* sur l'élargissement collisionnel des transitions à 2 photons  $5S_{1/2} - nD$  ( $n = 10$  à  $70$ ) dans le rubidium [STO80], le facteur d'élargissement  $\Delta\nu_e$  (en MHz/mTorr) varie comme  $(n^*)^{2.4}$  où  $n^*$  est le nombre quantique effectif<sup>1</sup>, pour  $n$  compris entre 10 et 23. En extrapolant cette dépendance pour la transition  $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ , on trouve un facteur d'élargissement de 39.1 kHz/mTorr, ce qui donne un élargissement de 2.6 kHz pour une pression de  $6.54 \times 10^{-2}$  mTorr (rubidium à 83°C).
- Un champ magnétique résiduel ainsi que la largeur de raie du laser utilisé peuvent contribuer à élargir légèrement la transition.

Il est à noter également que la transition est observée avec un laser légèrement modulé en fréquence. L'amplitude de la modulation appliquée (1 mV p-p sur l'entrée externe) engendre une modulation de fréquence ayant une excursion d'environ 90 kHz. Dans ce cas, l'amplitude de la raie est légèrement inférieure et les ailes ne sont pratiquement pas affectées (voir fig. 5.8). Un lissage avec l'équation 5.7 donne une pleine largeur de 400 kHz (avec  $m \simeq 0.22$ ).

#### 5.2.4 Intensités relatives et niveau de fluorescence

La figure 5.10 montre les transitions à deux photons  $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4, 3, 2, 1$  du  $^{87}\text{Rb}$ . Les quatre composantes sont clairement discernables. Notons que certaines raies sont légèrement déformées en raison du "jitter" de fréquence du laser à 1556 nm.

Il est assez difficile d'obtenir un enregistrement fiable des raies sur une plage de quelques dizaines de MHz. Ceci est dû à l'étroitesse des transitions et au nombre de points de la trace de l'oscilloscope utilisé (Tektronix, modèle 2230), limité à 1024. Afin d'obtenir l'amplitude absolue des raies, on balaie chacune d'elles à la main. Le niveau de signal au sommet de la raie est donné au tableau 5.1 de même que les amplitudes relatives expérimentale et théorique (voir chapitre 2). La valeur relative est définie par rapport à l'amplitude de la transition ( $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4$ ). Rappelons que le

---

<sup>1</sup>  $n^* = n - \delta_{n,1}$  où  $\delta_{n,1}$  est le défaut quantique [STO79].



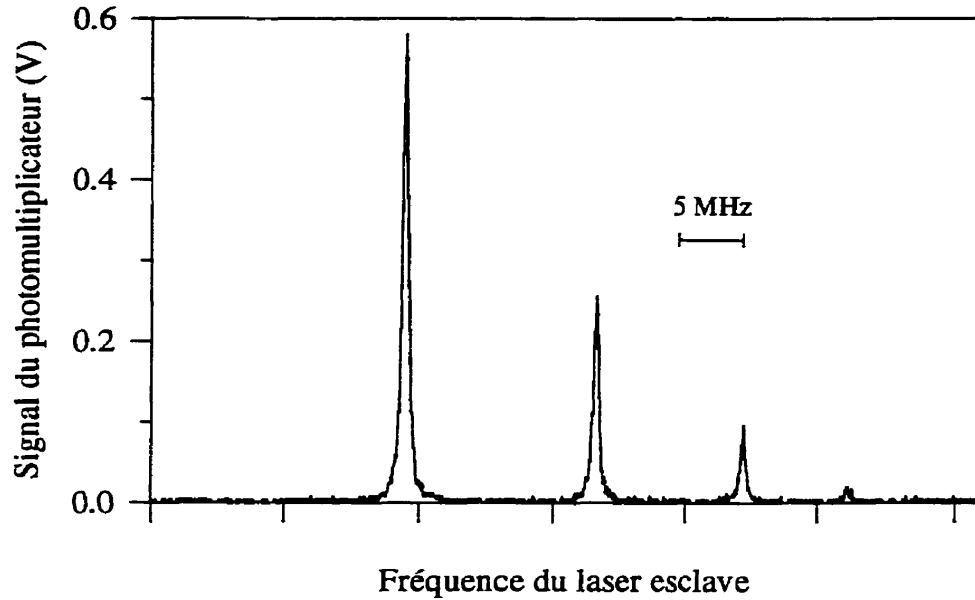


Figure 5.10: Signal de fluorescence correspondant aux transitions  $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4, 3, 2$  et 1 du  $^{87}\text{Rb}$ .

niveau de signal obtenu dans l'obscurité est de 0.14 mV (*cf.* § 5.1.3). L'accord avec la théorie est relativement bon.

Transition du $^{87}\text{Rb}$	Amplitude du signal de fluo.	Amplitude relative	
		Exp.	Théo.
$F_g=2, F_b=4$	0.63 V	100 %	100 %
$F_g=2, F_b=3$	0.3 V	47.6 %	46.7 %
$F_g=2, F_b=2$	0.12 V	19 %	16.7 %
$F_g=2, F_b=1$	0.034 V	5.4 %	3.3 %

Tableau 5.1: Amplitude relative des transitions à deux photons.

D'après le chapitre 2, le niveau de signal au photomultiplicateur  $V_{PM}$  s'écrit:

$$V_{PM} = P_{fluor} K T_{f1} T_{f2} R_{PM} G_I R_L$$

avec  $P_{fluor}$  la puissance de fluorescence totale émise par les atomes à résonance (en W),  $K = 4.9\%$  l'efficacité de collection de la fluorescence,  $T_{f1} = 0.5$  et  $T_{f2} = 0.75$  la transmission des filtres à 420 nm,  $R_{PM} = 70 \text{ mA/W}$  la réponse de la photocathode,  $G_I = 2.5 \times 10^6$

le gain ou facteur d'amplification du courant à 800 V et  $R_L = 20 \text{ k}\Omega$  la résistance de charge. D'après la puissance totale de fluorescence calculée au chapitre 2 (§ 2.10, figure 2.5) pour 1 mW et notre puissance intracavité de 7.6 mW, nous obtenons au sommet de la raie  $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4$  un signal théorique aux bornes de la résistance de charge du photomultiplicateur de 1.67 V. Celui-ci est comparable au niveau de 0.63 V obtenu expérimentalement.

### 5.2.5 Effet d'une puissance intra-cavité élevée

Lorsque la puissance intra-cavité est augmentée, il est possible d'observer des déformations importantes du profil des transitions à deux photons. Deux effets sont remarqués: la saturation du photomultiplicateur et l'influence de la déplétion du faisceau à 778 nm sur l'asservissement de la cavité.

Pour une puissance incidente sur la cavité de 2 mW et une tension d'alimentation du photomultiplicateur de 800 V, le profil correspondant à la transition ( $F_g = 2 - F_e = 4$ ), montré à la figure 5.11, est déformé alors que celui des autres transitions ne l'est pas.

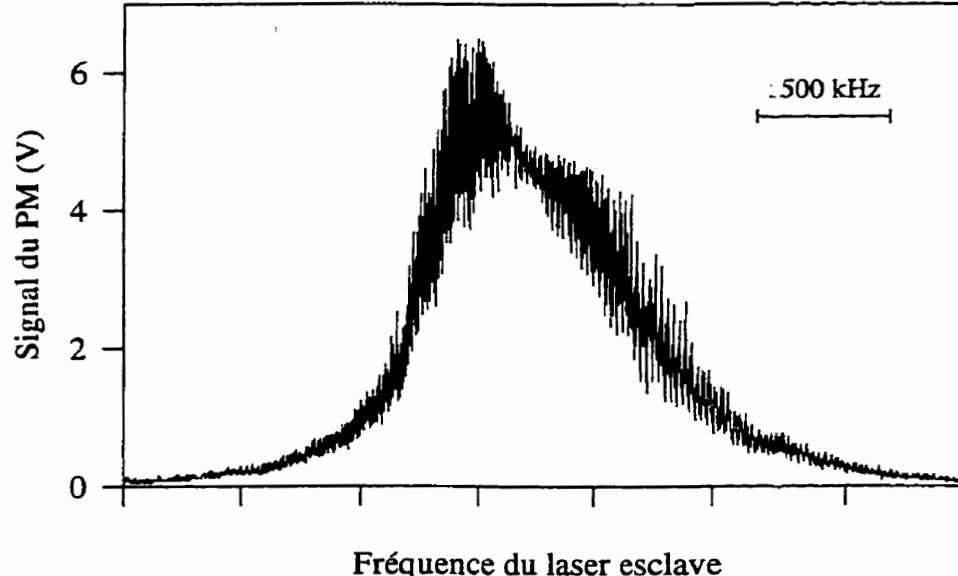


Figure 5.11: Profil correspondant à la transition ( $F_g = 2 - F_e = 4$ ) pour une puissance incidente sur la cavité de 2 mW.

Cette déformation persiste même si on diminue la résistance de charge de  $20\text{ k}\Omega$  à  $2\text{ k}\Omega$ . Toutefois, le profil redevient symétrique en abaissant la tension d'alimentation du photomultiplicateur à  $545\text{ V}$ . Nous en déduisons que la déformation observée est attribuable à un effet de saturation à l'intérieur même du photomultiplicateur, tel que celui engendré par une distribution locale de charge trop importante ("space-charge effect"). Notons que pour cette puissance, la déplétion de la puissance intracavité, discutée au prochain paragraphe, est détectable mais très faible.

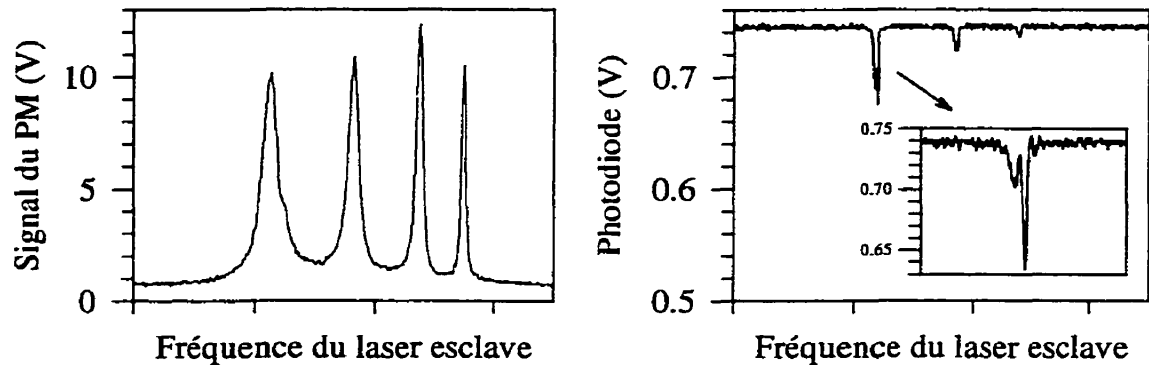


Figure 5.12: Profil des transitions  $F_g = 2$  vers  $F_e = 4, 3, 2, 1$  et transmission de la cavité pour une puissance incidente de  $15\text{ mW}$ .

Pour une puissance incidente sur la cavité de  $15\text{ mW}$ , les raies observées sont encore plus déformées et les amplitudes relatives sont également affectées (figure 5.12, à gauche). L'effet dominant demeure la saturation du photomultiplicateur puisqu'en diminuant la tension d'alimentation à  $325\text{ V}$ , nous retrouvons des raies symétriques. Dans ces conditions, l'asservissement sur la raie la plus intense est possible. Toutefois, lorsque nous balayons la fréquence laser, nous observons une diminution de la puissance transmise par la cavité aux passages par les résonances atomiques (figure 5.12, à droite). Celle-ci est due à la déplétion du faisceau intracavité provoquée par l'absorption à deux photons.

Des oscillations sont également observées (voir l'encadré de la figure 5.12 à droite) et sont dues à la réponse de l'asservissement de la cavité. La forme des oscillations dépend de la vitesse de balayage.

En régime asservi, il ne peut y avoir coïncidence entre la transition atomique et le centre d'un pic de transmission de la cavité, la phase au détecteur synchrone de la cavité

à 778 nm empêchant cette condition de se réaliser. Le laser esclave n'est plus asservi au sommet d'un pic de transmission de la cavité, ce qui se traduit par une diminution de la tension sur la photodiode derrière la cavité une fois le laser à 1556 nm asservi sur la raie atomique. En conséquence, l'effet d'entraînement de la cavité (voir chapitre 6) est possiblement plus important.

En conclusion, il est important de ne pas saturer le photomultiplicateur et de n'observer aucune diminution du signal transmis par la cavité au passage par une raie d'absorption.

### 5.3 Asservissement sur la transition à deux photons

#### 5.3.1 Optimisation de l'amplitude de modulation

La forme de la courbe de discrimination obtenue en démodulant le signal du photodétecteur (éq. 5.5) à l'aide d'un détecteur synchrone dépend de l'amplitude de l'excursion de fréquence utilisée. Pour une détection synchrone opérant à la fréquence de modulation, on obtient en sortie un signal proportionnel à  $S_1(x)$ :

$$S_1(x) = -\frac{1}{m} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{M^2 + 4x^2}} \left[ x \sqrt{\sqrt{M^2 + 4x^2} + M} - \text{sign}(x) \sqrt{\sqrt{M^2 + 4x^2} - M} \right]$$

Pour de faibles valeurs de  $m = \frac{2\Delta f_m}{\Delta f_{1/2}}$ , il est possible de montrer que  $S_1(x)$  est proportionnel à la dérivée première du profil de raie [ARN65].

Afin d'avoir la meilleure stabilité de fréquence, il est préférable de maximiser la pente du signal d'erreur au centre de la raie. Les expressions suivantes donnent les paramètres importants de la courbe de discrimination, à savoir: sa valeur maximale, la position de ce maximum par rapport au centre de la raie ainsi que sa pente au centre de la raie.

- La valeur maximale  $(S_1)_p$  de la courbe de discrimination  $S_1(x)$  est donnée par [WAH61]:

$$(S_1)_p = \pm \frac{3}{2} \sqrt{\frac{(u_p - 2)}{u_p(2u_p - 3)}}$$

où

$$u_p = 2 + \frac{4}{3m^2} + \frac{4}{3m} \sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{3}{4}}$$

- La position de ce maximum  $x_p$  est:

$$x_p = \frac{2(f_p - f_c)}{\Delta f_{1/2}} = \alpha_p m$$

où

$$\alpha_p = \pm \sqrt{1 + \frac{5}{3m^2} - \frac{4}{3m} \sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{3}{4}}}$$

- La pente au centre de la raie a comme expression:

$$\left. \frac{dS_1}{df} \right|_{f=f_c} = -\frac{4}{m^2} \frac{1}{\Delta f_{1/2}} \left(1 + \frac{1}{m^2}\right)^{-3/2} \quad (5.8)$$

Les variations de  $(S_1)_p$ , de  $x_p$  et de  $\left. \frac{dS_1}{df} \right|_{f=f_c}$  sont représentées en fonction de l'amplitude de modulation normalisée sur la figure 5.13. On note les points particuliers suivants:

- la valeur maximale de  $(S_1)_p$  est obtenue lorsque l'amplitude de modulation égale la pleine largeur de la raie, soit lorsque  $m = 2$  ou  $\Delta f_m = \Delta f_{1/2}$ . On retrouvera ce maximum en  $x_p = \pm\sqrt{3}$ .
- la pente maximale au centre de la raie est la plus grande lorsque  $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ou  $\Delta f_m = \frac{\Delta f_{1/2}}{2\sqrt{2}} \simeq 0.35\Delta f_{1/2}$ . On obtient alors une pente 2.15 fois plus grande que lorsque  $m = 2$ . L'amplitude est par contre réduite d'un facteur 1.37.

La figure 5.14 montre le signal  $S_1(x)$  pour différentes excursions de la modulation de fréquence.

En pratique, il est difficile d'optimiser la pente directement. Nous avons plutôt utilisé la procédure suivante. Premièrement, nous réglons l'amplitude de modulation  $\Delta f_m$  de façon à obtenir le signal d'erreur ayant la plus grande amplitude possible. On remarquera que l'amplitude maximale n'est pas très sensible par rapport à  $\Delta f_m$  (voir fig. 5.13 en haut). Cette dernière est ensuite réduite pour que le maximum de la courbe de discrimination soit réduit d'un facteur 1.37. La modulation optimale alors appliquée sur l'entrée externe est d'environ 4.5 mV p-p. On remarquera que l'amplitude du signal de discrimination varie quasi-linéairement près de l'amplitude de modulation optimale ( $m = 0.7$ ), un bon

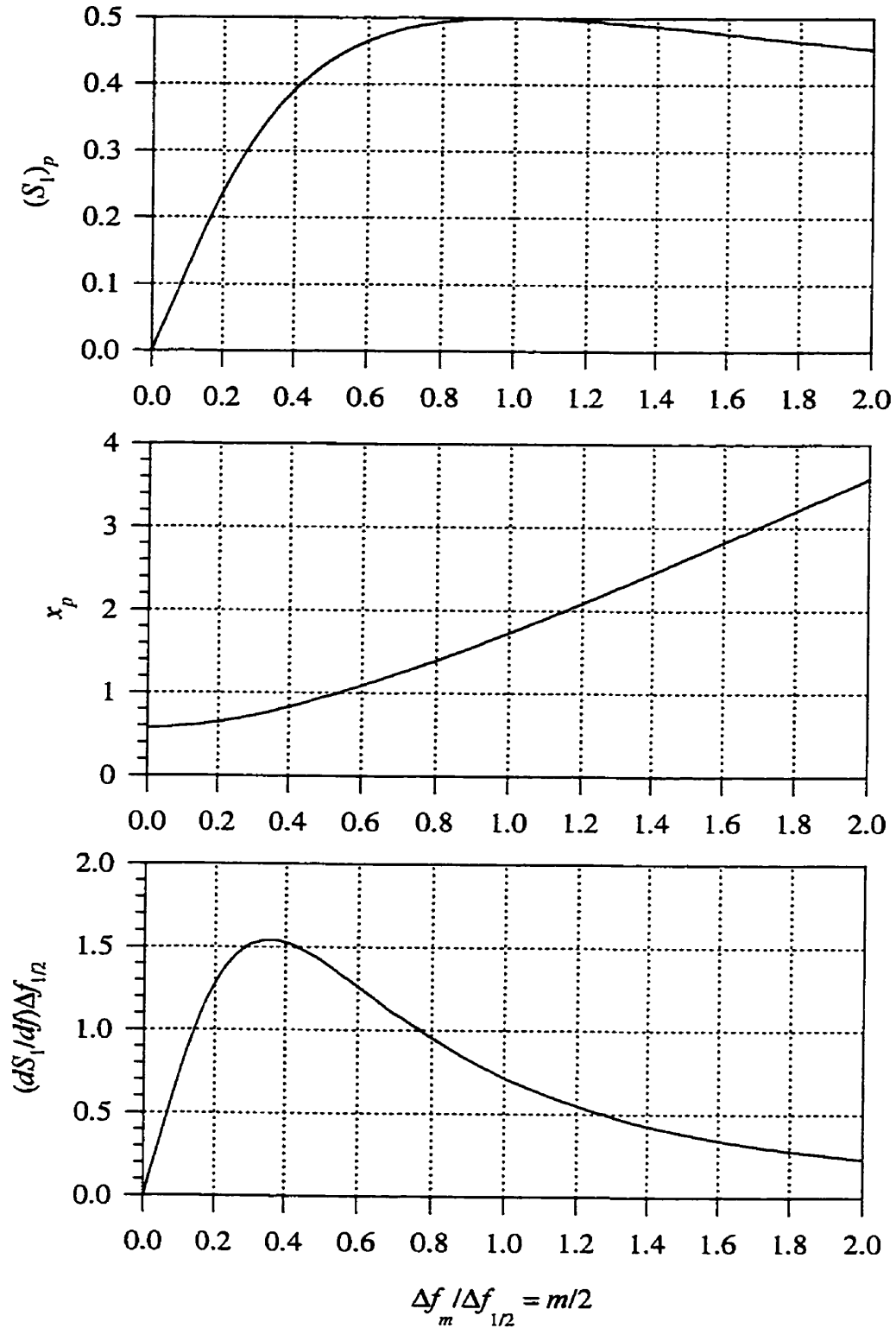


Figure 5.13: Valeur maximale de la courbe de discrimination (haut), position de son maximum (milieu) et pente à résonance (bas) en fonction de l'excursion de modulation.

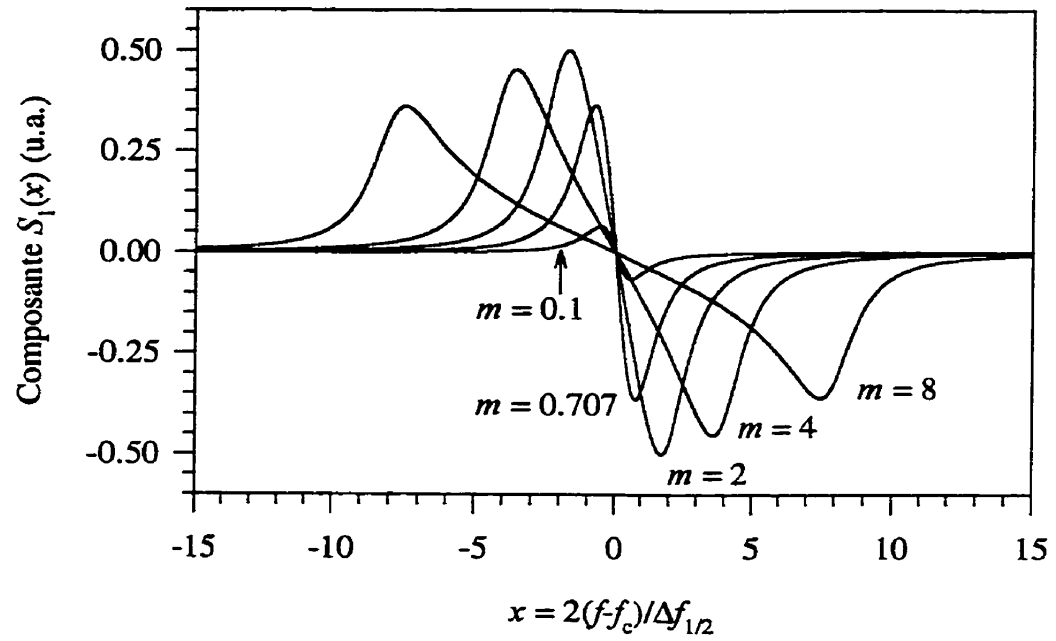


Figure 5.14: Composante du signal détecté, oscillant à la fréquence de modulation ( $S_1(x)$ ) pour différentes excursions de modulation  $m$ .

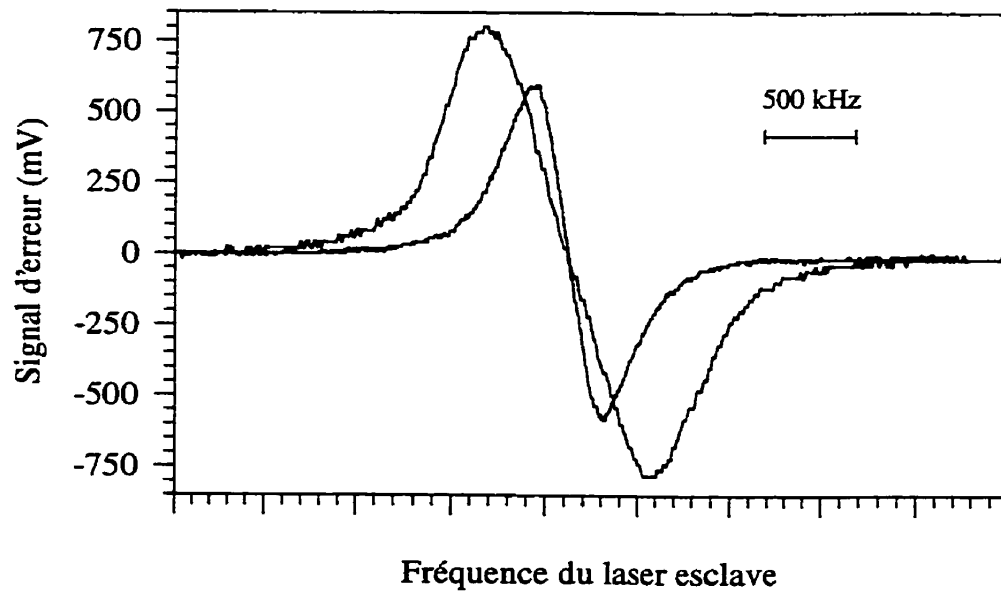


Figure 5.15: Courbes de discrimination expérimentales ayant une amplitude maximale ( $m = 2$ ) et une pente maximale ( $m = 0.7$ ).

réglage est donc possible. Les deux courbes de discrimination obtenues lors de cette procédure sont représentées à la figure 5.15. Le rapport des pentes est de 2.

Mentionnons enfin les paramètres des détecteurs synchrones SR830 utilisés pour chacun des deux systèmes. La voie A est utilisée avec couplage AC, filtrage du 60 et 120 Hz actif et mise au châssis. La sensibilité est de 500 mV, la constante de temps de 1 ms (filtre RC à pôle simple d'atténuation de 6 dB/oct), et nous utilisons une réserve dynamique normale. Ces détecteurs synchrones fournissent la modulation appliquée sur l'entrée externe du contrôle de courant des DFB à 1556 nm par l'intermédiaire d'un atténuateur variable. L'amplitude de l'oscillateur à la sortie du SR830 est de 1 V<sub>rms</sub> à 50 kHz.

Revenons sur l'approximation selon laquelle la fréquence de modulation  $f_m$  doit être suffisamment petite devant la largeur de la transition  $\Delta f_{1/2}$  pour que les effets de relaxation de l'atome puissent être négligés. Un traitement incorporant les effets de relaxation atomique dans le cas d'un signal micro-onde interrogeant une vapeur de rubidium pompée optiquement est donné dans [AND59, CYR83]. Pour une fréquence de modulation élevée, *i.e.*  $f_m \geq \Delta f_{1/2} = \frac{1}{2\pi\tau}$  où  $\tau$  est le temps de relaxation, le signal démodulé comprend alors un terme en quadrature de phase avec la modulation. Dans notre cas, le temps de relaxation est le temps de vie du niveau  $5D_{5/2}$  (241 ns), et  $\frac{f_m}{\Delta f_{1/2}} = \frac{50 \text{ kHz}}{660 \text{ kHz}} \sim 0.08$  et nous avons observé que le signal en quadrature à la sortie du détecteur synchrone était à toutes fins pratiques nul.

### 5.3.2 Filtre de boucle et optimisation des gains

Le signal de fluorescence, démodulé à l'aide du détecteur synchrone SR830, est envoyé à un filtre de boucle afin d'asservir la longueur de la cavité confocale et, par conséquent, la fréquence du laser DFB sur la transition à deux photons. Le filtre de boucle est constitué d'un étage proportionnel de gain variable (de 0 à 1) en parallèle avec un étage intégrateur avec ajustement du niveau du signal d'entrée (de 0 à 1). Ce dernier possède une fréquence à gain unitaire de 185 Hz ( $RC = 3.9 \text{ k}\Omega \times 220 \text{ nF} = 0.86 \text{ ms}$ ). Le schéma du filtre de boucle est donné à l'annexe B.



Il est à noter que, comme pour l'asservissement de la cavité entourant la cellule, il existe une plage de stabilité assez restreinte pour le réglage des gains. Ainsi, peu ou beaucoup de gain sur l'étage proportionnel conduit à l'oscillation du système.

La réponse du système à un échelon est donnée à la figure 5.16. Nous y voyons le signal de correction (sortie du filtre PI de la cavité confocale) suite à un échelon de 6.4 mV superposé à la tension appliquée à la céramique piézo-électrique contrôlant la longueur de la cavité confocale. L'amplitude de l'échelon est telle qu'elle entraîne le laser hors de la résonance atomique. Le temps de réponse de l'asservissement  $\tau$  est de l'ordre de la milliseconde, indiquant une fréquence de coupure  $f_c \simeq \frac{1}{2\tau}$  d'environ 500 Hz [BRE94]. Les gains des branches proportionnelle et intégrale ont été réglés pour obtenir le meilleur compromis amortissement-temps de réponse. Nous avons également vérifié que la fréquence du battement entre les deux systèmes asservis ne dépendait pas du gain des voies proportionnelle et intégrale du filtre de boucle.

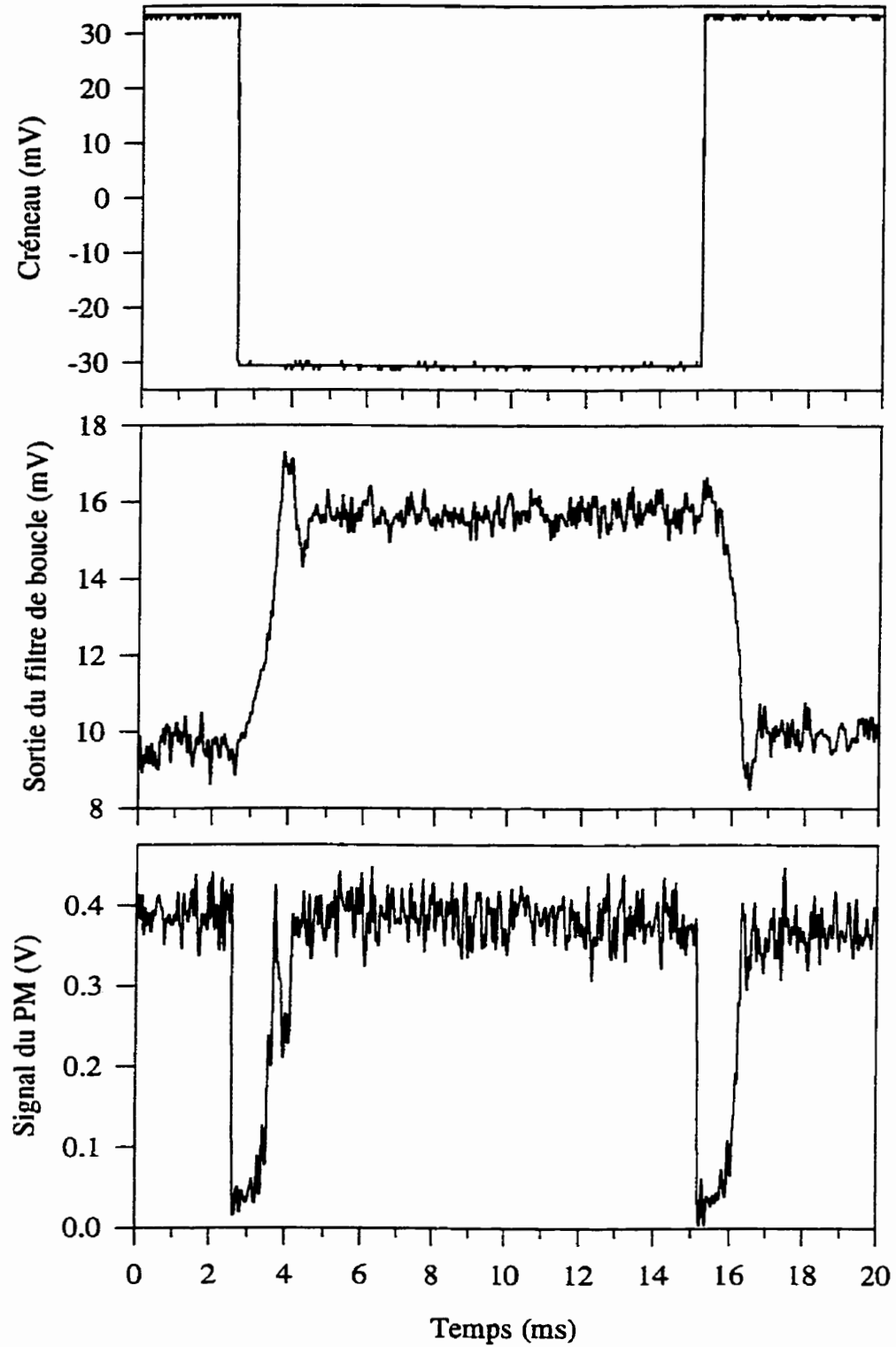


Figure 5.16: Réponse de l'asservissement de la cavité confocale à une entrée en créneau (haut) appliquée à l'entrée "MOD" du contrôleur du PZT (dont le gain est de 0.1). Au milieu: la sortie du filtre PI donnant le signal d'erreur pour la cavité confocale et en bas: le signal du photomultiplicateur.

## 5.4 Stabilité de la fréquence des lasers asservis

### 5.4.1 Rappel sur la variance d'Allan

Le champ électrique  $\vec{E}(t)$  d'un oscillateur en un point de l'espace peut être représenté par l'équation suivante:

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_o[1 + \varepsilon(t)] \operatorname{Re} [e^{i\phi(t)}] = \vec{E}_o[1 + \varepsilon(t)] \operatorname{Re} [e^{i(2\pi\nu_o t + \varphi(t))}]$$

où  $\varepsilon(t)$  représente les fluctuations d'amplitude qui seront ici négligées.  $\phi(t)$  est la phase totale du champ,  $\varphi(t)$  représente les fluctuations de phase et  $\nu_o$ , la fréquence moyenne. La fréquence instantanée est:

$$\nu(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \nu_o + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

Afin de comparer la stabilité d'oscillateurs de fréquences différentes, on mesurera plutôt les fluctuations relatives de la fréquence de l'oscillateur. On définit la fréquence relative  $y(t)$ :

$$y(t) = \frac{\nu(t) - \nu_o}{\nu_o} = \frac{1}{2\pi\nu_o} \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (5.9)$$

La méthode recommandée par l'IEEE pour caractériser la stabilité de fréquence d'un oscillateur dans le domaine du temps est la mesure de la variance d'Allan  $\sigma_y^2(2, \tau)$  [IEE88]. Celle-ci s'estime à partir de  $N$  échantillons de fréquence moyennée sur un intervalle de temps  $\tau$  en utilisant l'équation suivante:

$$\sigma_y^2(2, \tau) = \frac{1}{2} \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (y_k - y_{k+1})^2 \quad (5.10)$$

où  $y_k$  et  $y_{k+1}$  sont des échantillons successifs de la fréquence relative. On présente généralement l'écart type d'Allan  $\sigma_y(2, \tau)$  afin de caractériser la stabilité de fréquence d'un oscillateur puisque nous obtenons alors une valeur de la forme d'une erreur relative de fréquence.

La fréquence d'un laser à semi-conducteurs étant beaucoup trop élevée pour être mesurée directement, nous devons procéder par hétérodyne optique pour caractériser son comportement. Pour ce faire, on réalise deux montages identiques et indépendants. On peut alors supposer que leurs fluctuations de fréquence seront statistiquement semblables

et étudier l'évolution de la fréquence du battement entre ces deux lasers pour en déduire l'écart type d'Allan de chacun. Celui-ci est calculé de la façon suivante:

$$\sigma_y(2, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\nu_b}{\nu_o} \sigma_{y,b}(2, \tau)$$

où  $\sigma_{y,b}(2, \tau)$  représente l'écart type du battement. Le facteur  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  apparaît pour tenir compte du fait que la variance du battement est proportionnelle, par hypothèse, au double de la variance d'un des lasers lorsqu'ils sont supposés identiques et indépendants.

#### 5.4.2 Montage pour la mesure de la stabilité de fréquence

Le montage utilisé pour mesurer la stabilité de fréquence de nos systèmes est illustré à la figure 5.17.

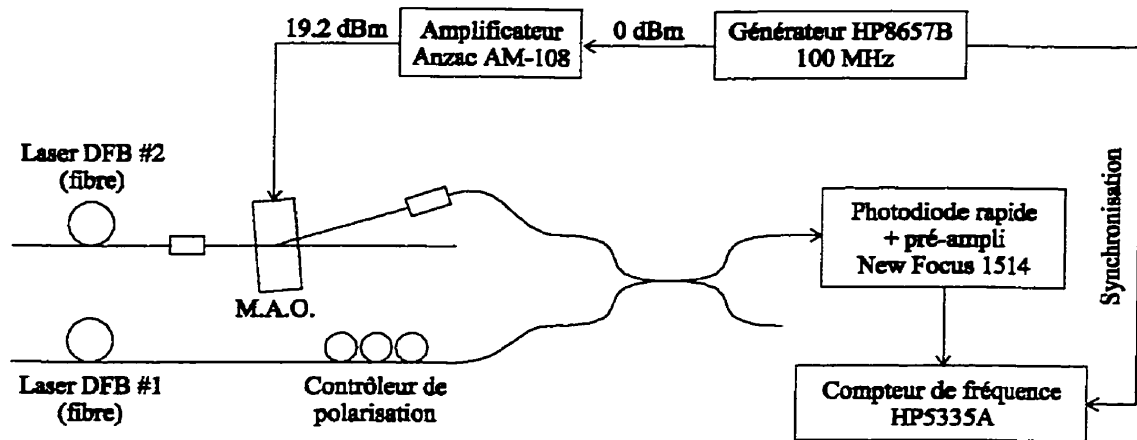


Figure 5.17: Montage utilisé pour mesurer la stabilité de fréquence entre les deux lasers DFB asservis sur la transition à deux photons. M.A.O.: modulateur acousto-optique.

Les systèmes 1 et 2 sont tous deux asservis sur la même transition ( $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4$ ) afin d'obtenir le même rapport signal sur bruit. Les faisceaux à 1556.2 nm provenant de chacun des systèmes sont amenés par fibre optique. La fréquence du faisceau issu du système 2 est décalé de 100 MHz à l'aide d'un modulateur acousto-optique. Celui-ci est alimenté par un générateur HP8657B dont la puissance de sortie de 0 dBm est augmentée à 19.2 dBm à l'aide d'un amplificateur Anzac AM-108. Les 2 faisceaux sont combinés dans un coupleur 50/50 fibré. La sortie de ce dernier est envoyée sur une photodiode (New Focus, modèle 1514) dotée d'un pré-amplificateur dont la bande

passante (à  $-3$  dB) s'étend de 2 MHz à 6 GHz. Enfin, le battement de fréquence entre les systèmes 1 et 2 est envoyé vers un compteur de fréquence HP5335A sur la voie A (200 MHz maximum). Celui-ci possède une résolution de 0.1 Hz pour un temps de moyennage de 1 sec. et plus. Les échantillons de fréquence moyennée sont enregistrés afin de calculer par la suite la valeur de l'écart type d'Allan. Le temps mort entre deux mesures a été évalué à 55 ms pour  $\tau \leq 5$  s selon B. Villeneuve [VIL90].

Pour ne pas être affecté par la dérive de fréquence du générateur à 100 MHz, ce dernier est utilisé comme base de temps pour le compteur. La figure 5.18 montre un enregistrement de la fréquence du générateur à 100 MHz lorsque le compteur n'est pas synchronisé par le générateur. Dans le cas où le compteur est synchronisé, la fréquence mesurée est toujours de 100 MHz (à 0.1 Hz près). Nous avons alors:

$$\nu_{\text{battement}} = |\nu_1 - (\nu_2 - 100 \text{ MHz})|$$

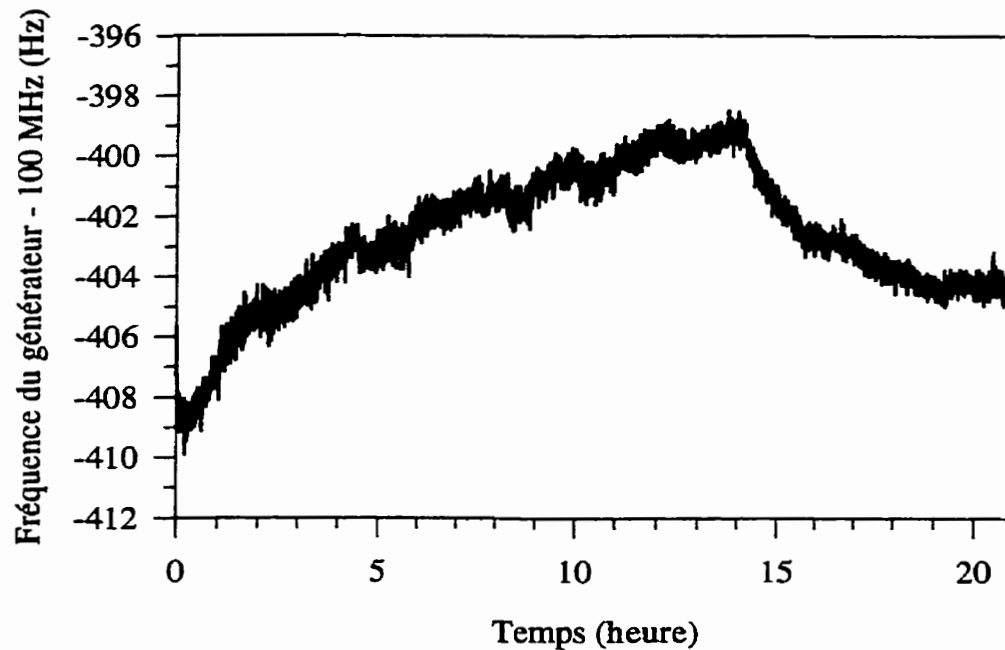


Figure 5.18: Évolution de la fréquence du générateur HP8657B sur une période de 21 heures.

### 5.4.3 Résultats

En régime asservi, nous avons recueilli 1000 échantillons de fréquence moyennée sur des temps  $\tau$  de 10 ms, 100 ms et 1 s, ainsi que 7500 échantillons de fréquence moyennée sur 10 secondes<sup>1</sup> (fig. 5.19). L'écart type pour des temps de 30 ms, 300 ms et 3 s ainsi que pour  $\tau > 10$  secondes, est calculé par regroupement de ces échantillons. Nous obtenons ainsi 7 points pour le calcul de l'écart type d'Allan pour  $\tau = 10\,000$  secondes. L'équation suivante est employée pour le calcul de la stabilité:

$$\sigma_{y,2\text{ lasers}}(2, \tau) = \frac{\nu_b}{\nu_o} \sigma_{y,b}(2, \tau) \quad (5.11)$$

où  $\sigma_{y,b}(2, \tau)$  est l'écart type d'Allan du battement,  $\nu_b$  est la fréquence moyenne du battement ( $\sim 100$  MHz) et  $\nu_o$  la fréquence optique ( $\sim 192.642$  THz). L'écart type d'Allan ainsi calculé est tracé à la figure 5.20. Il représente donc la stabilité du battement ramené à la fréquence optique du laser.

L'erreur absolue  $\Delta\sigma_y(2, \tau)$  sur l'écart type d'Allan peut être calculée en utilisant l'équation suivante:

$$\Delta\sigma_y(2, \tau) = \frac{K}{\sqrt{N}} \sigma_y(2, \tau) \quad (5.12)$$

où  $K$  est une constante qui dépend du type de bruit présent dans l'oscillateur. Nous avons représenté sur la figure 5.20 les barres d'erreur pour  $\tau > 300$  secondes en utilisant  $K = 0.75$  [LES79] puisque nous avons une remontée en  $\tau^{\frac{1}{2}}$ . Pour des temps de moyennage plus petits, celles-ci sont négligeables en raison du nombre élevé d'échantillons.

### 5.4.4 Discussion

La stabilité de fréquence du battement est de  $2.5 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$  jusqu'à des temps de moyennage d'environ 30 secondes. Cette variation traduit la présence de bruit blanc de fréquence pour lequel l'écart type d'Allan  $\sigma_y(2, \tau)$  varie proportionnellement à  $\frac{\tau^{-1/2}}{Q(S/N)}$  où  $Q$  est le facteur de qualité de la résonance atomique et  $S/N$  le rapport signal sur bruit [VAN81]. La stabilité présente ensuite un plateau autour de  $6 \times 10^{-14}$  pour des temps  $\tau$  allant de 30 à 300 secondes. Une remontée en  $\tau^{1/2}$  est observée pour des temps

---

<sup>1</sup> Chaque échantillon est obtenu en moyennant 10 échantillons de 1 s.

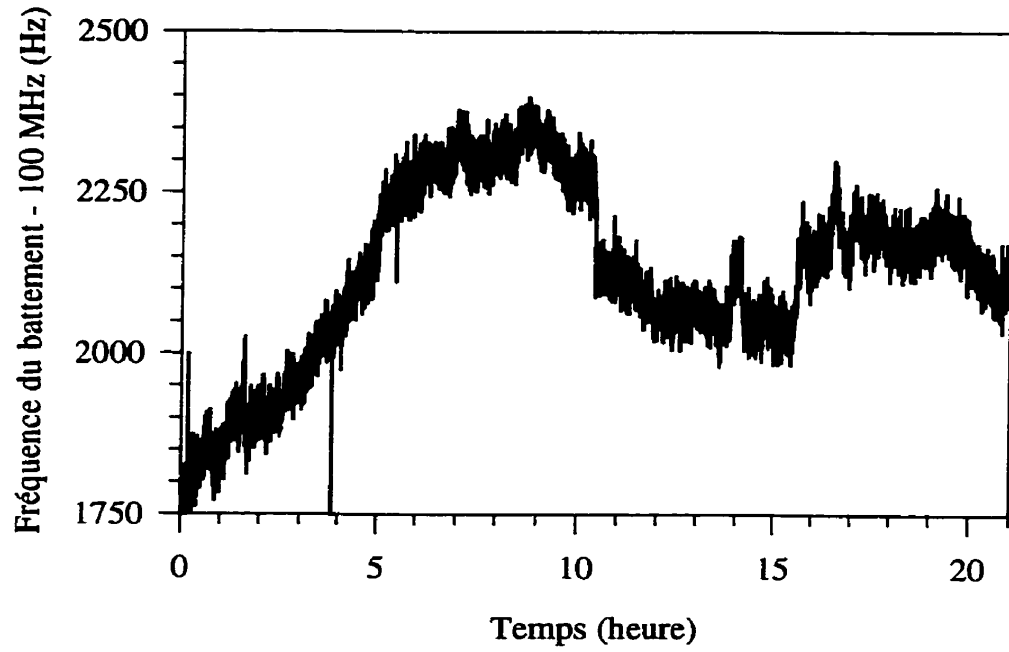


Figure 5.19: Évolution de la fréquence du battement entre les deux systèmes asservis.

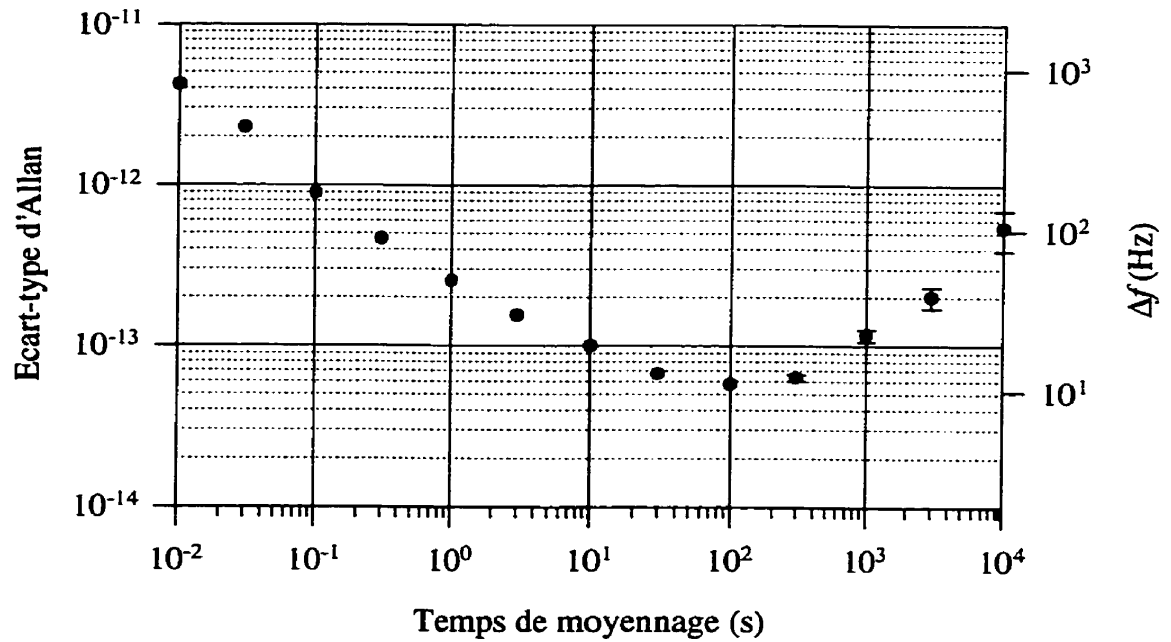


Figure 5.20: Écart type d'Allan du battement entre deux lasers asservis sur la transition  $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

de moyennage plus longs. Celle-ci est attribuée en grande partie à des variations du déplacement lumineux associées aux variations de la puissance intracavité causées par le désalignement mécanique des miroirs servant à l'injection du faisceau à 778 nm dans la cavité entourant la cellule de rubidium. Les tensions observées aux bornes de la résistance de charge du photomultiplicateur et sur la photodiode à la sortie de la cavité témoignent de ces variations de la puissance intracavité. Un asservissement de la puissance intracavité tel que celui réalisé au LPTF permettrait d'améliorer la stabilité à long terme [TOU97].

Les lasers asservis sur la transition ( $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F = 4$ ) du rubidium 87 sont donc les plus stables réalisés jusqu'à présent dans la bande des télécommunications optiques autour de  $1.55 \mu\text{m}$ . Mentionnons que la stabilité obtenue représente une amélioration d'environ 7 ordres de grandeur par rapport à la stabilité des lasers libres [POU96].

#### 5.4.5 Répétabilité et reproductibilité de la fréquence

La répétabilité de la fréquence, obtenue en ouvrant et en refermant les trois boucles d'asservissement d'un système, est d'environ  $\pm 200$  Hz. Cette répétabilité est observée sur le battement entre les deux systèmes.

La reproductibilité de nos systèmes a été évaluée à partir des mesures de déplacement lumineux qui seront présentées au chapitre traitant des effets systématiques (§ 6.1). En effet, nous pouvons évaluer la différence de fréquence entre nos deux systèmes à puissance nulle, en extrapolant à zéro les courbes de déplacement lumineux (*cf.* figure 6.2). Ces mesures ont été répétées plusieurs fois et ont conduit à une différence de fréquence entre les deux systèmes évaluée à  $80 \pm 400$  Hz. Après discussion avec nos collègues du CNRC, nous avons estimé que la reproductibilité de nos systèmes était de  $\pm 400$  Hz.



# CHAPITRE 6

## EFFETS SYSTÉMATIQUES

Dans ce chapitre, nous examinons théoriquement les divers effets influençant la fréquence de nos systèmes et présentons les caractérisations expérimentales effectuées à cet effet.

### 6.1 Déplacement lumineux

Le déplacement lumineux est la cause principale de déplacement de fréquence de la transition à deux photons dans nos conditions expérimentales habituelles. Il est causé par le champ électrique de l'onde optique qui déplace la fréquence des niveaux fondamental et excité par effet Stark dynamique.

#### 6.1.1 Calcul théorique pour la transition $5S_{1/2}-5D_{5/2}$

##### Déplacement lumineux du niveau fondamental

Le déplacement lumineux du niveau fondamental  $5S_{1/2}$ , développé dans [BEA96], [BIR77] et [CAG73], est donné à résonance par:

$$\delta f_g = (2J_g + 1) \frac{3r_e P}{\pi \hbar S} \sum_e \frac{f_{ge} \lambda_{ge}}{\Delta \omega_\lambda} \begin{pmatrix} J_g & 1 & J_e \\ -m_g & q & m_e \end{pmatrix}^2$$

où  $r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} = 2.8 \times 10^{-15}$  m est le rayon classique de l'électron,  $f_{ge}$  est la force d'oscillateur entre les niveaux  $g$  et  $e$  et  $\Delta \omega_\lambda = \omega - \omega_{eg} = \frac{\omega_{be} - \omega_{ea}}{2}$ ,  $P$  est la puissance laser dans un sens et  $S = \pi \omega_0^2$ , l'aire du faisceau. En principe, la sommation s'effectue sur tous les niveaux de l'atome. En pratique, il nous suffit de sommer sur les niveaux relais en quasi-résonance avec le laser, soit les niveaux  $5P_{1/2}$  et  $5P_{3/2}$ .

Les différentes valeurs numériques sont données au tableau 6.1 [LIN77] [ROT59] et conduisent au déplacement du niveau du bas:

$$\delta f_g = +0.7346 \frac{P}{S}$$

La contribution du niveau  $5P_{1/2}$  est de  $+0.0453 \frac{P}{S}$  tandis que celle du niveau  $5P_{3/2}$  est de  $+0.6893 \frac{P}{S}$ .

	$5P_{1/2}$	$5P_{3/2}$
$\lambda_{ge}$ [nm]	794.979	780.241
$\Delta\omega_\lambda$ [ $\times 10^{12}$ s $^{-1}$ ]	$2\pi \times 8.178$	$2\pi \times 1.055$
$f_{ge}$	$\frac{1}{3} \times 1.033$	$\frac{2}{3} \times 1.033$
$\left( \begin{array}{ccc} 1/2 & 1 & J_e \\ -1/2 & 0 & 1/2 \end{array} \right)^2$	1/6	1/6

Tableau 6.1: Valeurs numériques pour le calcul du déplacement lumineux.

### Déplacement lumineux du niveau excité

Le déplacement lumineux du niveau excité  $5D_{5/2}$  est donné à résonance ([BEA96], [BIR77] et [CAG73]):

$$\delta f_b = \frac{3r_e P}{\pi \hbar S} \sum_e (2J_e + 1) \frac{f_{eb} \lambda_{eb}}{\Delta\omega_\lambda} \left( \begin{array}{ccc} J_e & 1 & J_b \\ -m_e & q & m_b \end{array} \right)^2$$

Pour le niveau  $5D_{5/2}$ , le seul niveau relais est le niveau  $5P_{3/2}$ . Les différentes valeurs numériques sont:  $\lambda_{eb} = 775.979$  nm,  $\Delta\omega_\lambda = 2\pi \times 1.055 \times 10^{12}$  s $^{-1}$ ,  $f_{eb} = \frac{9}{10} \times 3.44 \times 10^{-2}$  [LIN77] et  $\left( \begin{array}{ccc} 3/2 & 1 & 5/2 \\ -1/2 & 0 & 1/2 \end{array} \right)^2 = \frac{1}{10}$  [ROT59]. Elles conduisent au déplacement du niveau du haut:

$$\delta f_b = +0.0370 \frac{P}{S}$$

### Déplacement lumineux total

Le déplacement lumineux total de la transition à deux photons engendré au centre du faisceau est  $\frac{\delta f_e - \delta f_g}{2}$  à la fréquence laser à 778 nm. Dans notre cas, le déplacement lumi-

neux doit être multiplié par  $2/3$  afin de tenir compte de la forme gaussienne du faisceau [BEA96, GIR83]. On obtient alors:

$$\delta f_{tot} = \frac{2}{3} \frac{\delta f_e - \delta f_g}{2} = -0.2326 \frac{P}{S}$$

Il est intéressant de remarquer que toutes les transitions d'un même  $J_b$  possèdent le même déplacement lumineux, indépendamment du moment cinétique total de l'atome  $F$ . De plus, comme  $\delta f_{tot}$  est dominé par le déplacement du niveau fondamental, il s'en suit que le déplacement lumineux pour les transitions  $5S_{1/2} - 5D_{3/2}$  est sensiblement le même que celui calculé pour les transitions  $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ . Ainsi, avec un faisceau de  $420 \mu\text{m}$  de rayon tel que celui défini par la cavité entourant la cellule de rubidium (cf. chapitre 5), on obtient une pente de  $-420 \text{ Hz/mW}$ .

### 6.1.2 Expérience

Expérimentalement, le déplacement lumineux est caractérisé en mesurant la fréquence du battement entre les deux lasers asservis sur la transition  $5S_{1/2}(F_g = 2) - 5D_{5/2}(F_b = 4)$  (montage de la fig. 5.17), pour plusieurs valeurs de la puissance intra-cavité du système #1 tout en gardant la puissance du système #2 constante. La procédure est répétée pour différentes valeurs de puissance du système #2. Ceci donne une série de droites tel qu'illustré à la figure 6.1. La puissance intra-cavité n'étant pas une mesure directement accessible, nous caractérisons le déplacement lumineux au moyen de la tension sur la photodiode placée derrière la cavité. On extrapole ensuite chacune de ces droites pour trouver l'ordonnée à l'origine, *i.e.* la fréquence du battement pour une puissance nulle d'un des deux systèmes. Ces ordonnées à l'origine sont illustrées à la figure 6.2 (courbe  $P_1 = 0$ ). Ces mesures sont ensuite reprises en inversant les rôles des deux systèmes et permettent d'obtenir la courbe  $P_2 = 0$ . La pente de cette courbe, dont la valeur est de  $-11.7 \text{ Hz/mV}$  (à  $1556 \text{ nm}$ ), représente le déplacement lumineux du système #1. Elle est sensiblement égale à la moyenne des pentes des droites de la figure 6.1 ( $-11.83 \text{ Hz/mV}$ ).

Afin d'obtenir la pente en  $\text{Hz/mW}$ , il est nécessaire d'estimer la puissance intra-cavité. Le facteur d'accroissement de la cavité est donné par (cf. éq. (5.2)):

$$\frac{P_c}{P_i} = \frac{CT_1 T_f}{(1 - \sqrt{R_1 R_m})^2} = CT_1 T_f \frac{F^2}{\pi^2} \frac{1}{\sqrt{R_1 R_m}} = 15.1$$

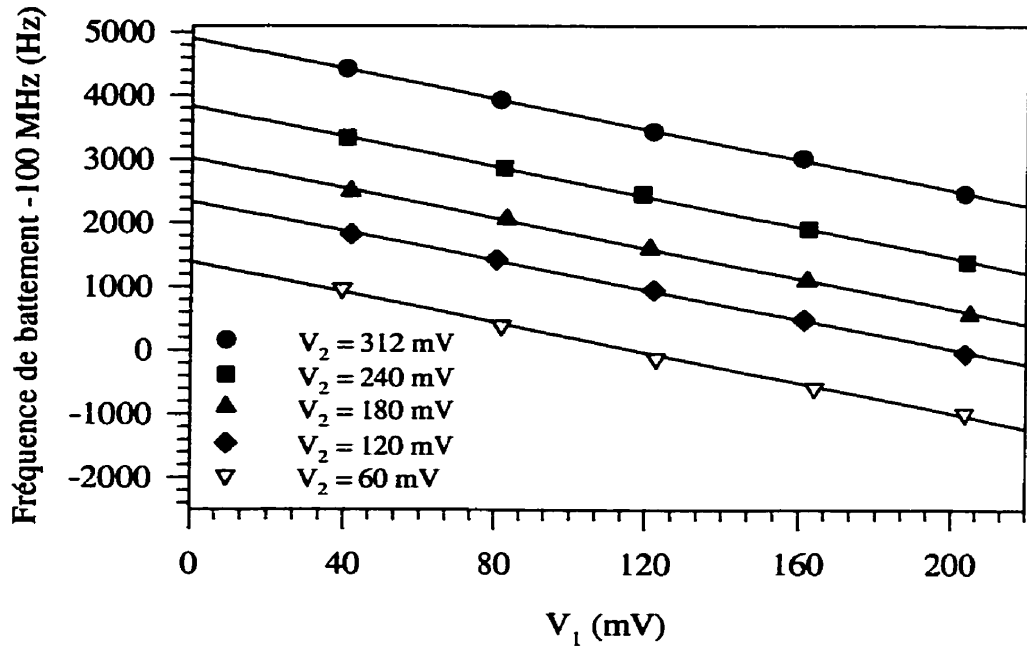


Figure 6.1: Déplacement lumineux obtenu en variant la puissance intra-cavité du système #1 pour différentes puissances intra-cavité du système #2.

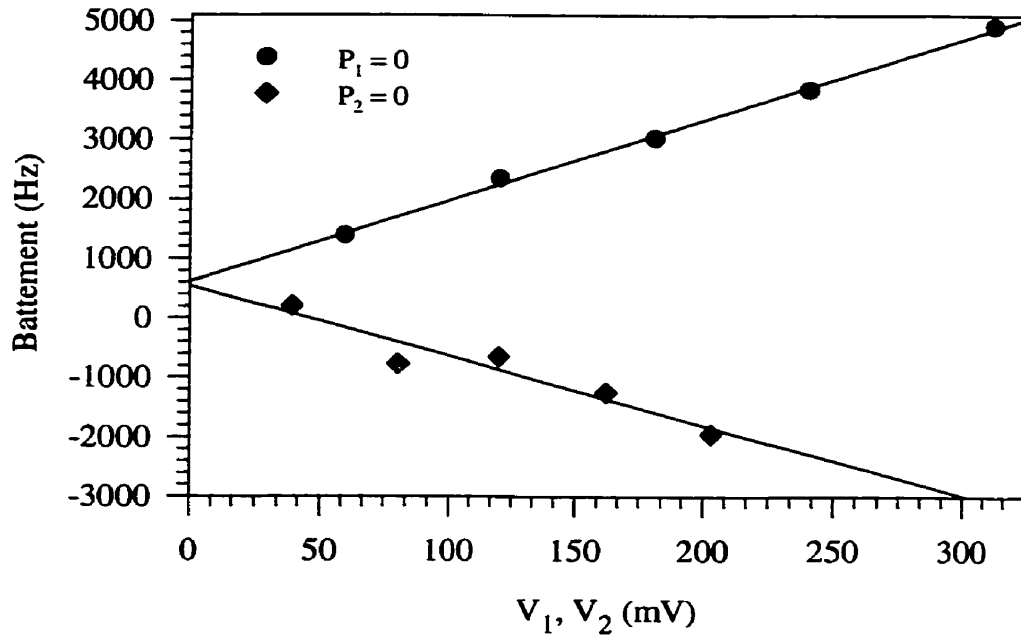


Figure 6.2: Déplacement lumineux du système #1 pour une puissance extrapolée à zéro pour le système #2 et vice-versa.

De plus, la tension à la photodiode derrière la cavité a été calibrée en fonction de la puissance incidente sur la cavité et la pente obtenue est de 276 mV/mW incident. On en déduit que la pente du déplacement lumineux est de  $-214$  Hz/mW pour le laser à 1556 nm ou de  $-428$  Hz/mW à 778 nm. Cette valeur se compare bien avec la valeur calculée théoriquement de  $-420$  Hz/mW.

Notons que si la répétabilité de fréquence était parfaite, les courbes de la figure 6.2 devraient avoir la même ordonnée à l'origine. De plus, celle-ci serait nulle dans le cas où la reproductibilité serait parfaite.

## 6.2 Effet relativiste

L'absorption par l'atome de deux photons de sens opposé conduit à l'annulation de l'effet Doppler, *i.e.* termes  $\pm kV \propto V/c$ . Cependant, un traitement relativiste met en évidence une correction sur la condition de résonance, proportionnelle à  $V^2/c^2$ . De ce fait, cet effet est souvent appelé effet Doppler du second ordre. Par l'entremise du profil de vitesse, il influence aussi le profil de la raie.

La démonstration du déplacement relativiste, faite par Cagnac *et al.* [CAG73], est ici explicitée. Par la transformation de Lorentz du quadrivecteur impulsion-énergie des deux photons, nous passons du repère du laboratoire où  $p = 0$  et  $E = 2h\nu$  au repère lié à l'atome dans lequel:

$$p' = -\frac{V}{c^2} \frac{2h\nu}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (6.1)$$

$$E' = \frac{2h\nu}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (6.2)$$

La quantité de mouvement étant conservée, l'atome initialement immobile dans son référentiel acquiert après la transition une vitesse  $\delta V = p'/M$ . Étant donné que  $p'$  est orienté dans la direction opposée à  $V$ , l'atome subit donc un ralentissement dans le repère du laboratoire. La conservation de l'énergie dans la transition nous donne:

$$E' = h\nu_{ge} + \frac{1}{2}M(\delta V)^2 = h\nu_{ge} + \frac{p'^2}{2M}$$

*i.e.* l'énergie des photons, dans le repère de l'atome, est transformée en énergie potentielle par le passage du niveau  $g$  au niveau  $e$  et en énergie cinétique. En remplaçant  $p'$  et  $E'$  par les expressions (6.1) et (6.2), nous obtenons:

$$h\nu_{ge} = \frac{2h\nu}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \left( 1 - \frac{V^2}{c^2} \frac{h\nu}{Mc^2} \right)$$

Le terme  $\frac{V^2}{c^2} \frac{h\nu}{Mc^2}$  représente l'effet de recul qui n'est pas complètement compensé dans la transition. Cependant,  $\frac{h\nu}{Mc^2}$  étant de l'ordre de  $10^{-11}$ , nous le négligerons dans la suite. Finalement, on trouve pour la fréquence laser à laquelle se produit la résonance:

$$\nu \simeq \frac{\nu_{ge}}{2} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \simeq \frac{\nu_{ge}}{2} \left( 1 - \frac{V^2}{2c^2} \right) = \nu_0 \left( 1 - \frac{V^2}{2c^2} \right)$$

L'effet relativiste décale donc la résonance vers le rouge et rend le profil de raie asymétrique, en raison du terme en  $V^2$ . Pour calculer à quelle fréquence se trouve le sommet de la raie, nous devons tenir compte de la distribution de vitesse des atomes. Pour un gaz d'atomes de  $^{87}\text{Rb}$  à l'équilibre thermodynamique, la distribution normalisée des atomes suivant leur vitesse  $V$  est donnée par [REI72]:

$$\frac{\Delta N_V(V)}{\Delta V} = \frac{4}{\sqrt{\pi}u^3} V^2 e^{-\frac{V^2}{u^2}}$$

et est illustrée à la figure 6.3. La vitesse la plus probable à  $90^\circ\text{C}$  est  $u = \sqrt{\frac{2k_B T}{M_{\text{Rb}}}} = 263.4 \text{ m/s}$  où  $k_B = 1.3806568 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ,  $M_{\text{Rb}} = 1.445 \times 10^{-25} \text{ kg}$  et  $T$  est la température du gaz en Kelvin. Le déplacement relativiste pour cette classe de vitesse est de  $-149 \text{ Hz}$ .

Nous appellerons  $f = -\nu_0 \frac{V^2}{2c^2}$ , le déplacement relativiste pour la classe de vitesse comprise entre  $V$  et  $V + dV$ . La distribution atomique selon le déplacement relativiste est alors donnée par:

$$\frac{\Delta N_f(f)}{\Delta f} = \frac{\Delta N_V(V)}{\Delta V} \left| \frac{dV}{df} \right| = \frac{\Delta N_V(V)}{\Delta V} \frac{c^2}{\nu_0 V} = \frac{4c^3}{u^3} \sqrt{\frac{-2f}{\pi\nu_0^3}} \exp\left(\frac{-2fc^2}{\nu_0 u^2}\right)$$

Cette distribution, illustrée à la figure 6.4, indique un déplacement relativiste le plus probable de  $-74 \text{ Hz}$ .

Le profil de raie observé  $I(\nu)$  résulte de la convolution du profil de raie lorentzien  $h(\nu)$  et de la distribution de déplacement relativiste  $\frac{\Delta N_f(f)}{\Delta f}$ :

$$I(\nu) = \int h(\nu - f) \frac{\Delta N_f(f)}{\Delta f} df$$

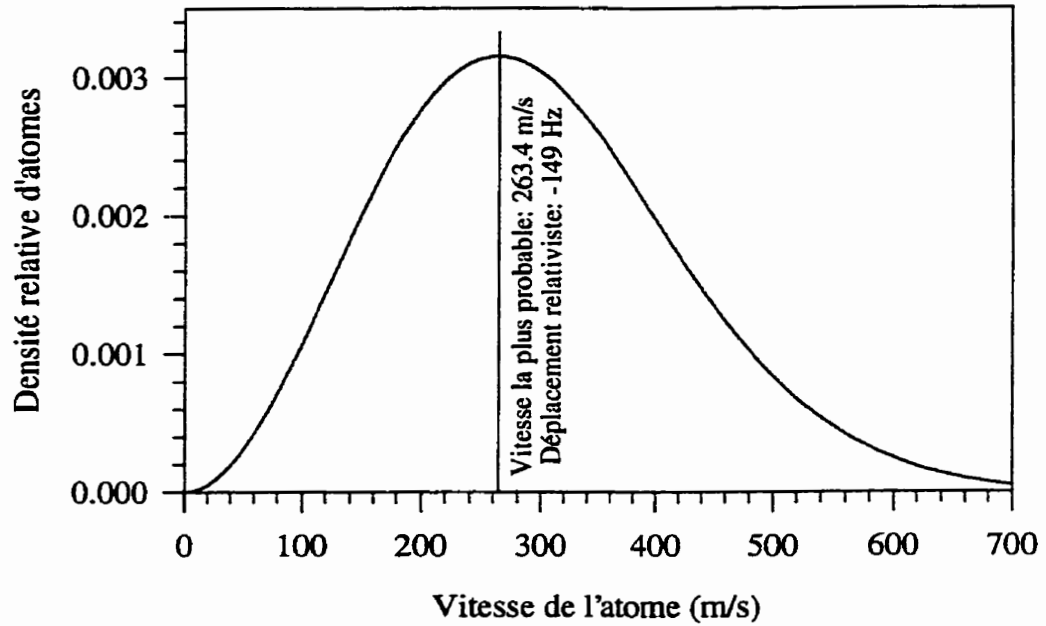


Figure 6.3: Distribution de vitesse d'un gaz d'atomes de rubidium à l'équilibre thermique de 90°C.

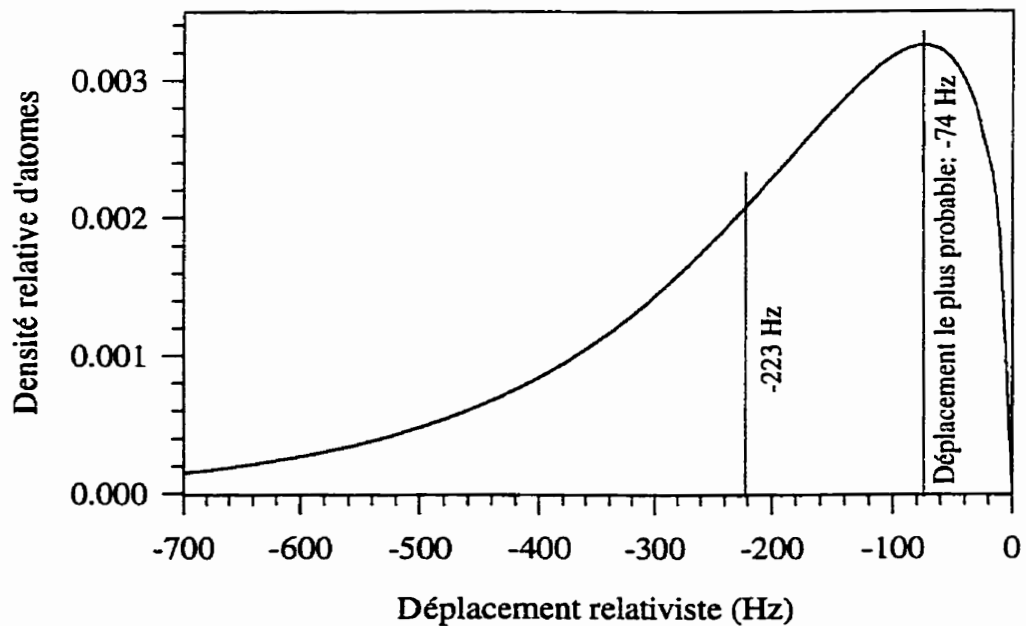


Figure 6.4: Distribution des atomes en fonction du déplacement relativiste.

Dans notre cas, le profil lorentzien  $h(\nu)$  est beaucoup plus large que celui de la distribution de déplacement relativiste (410 kHz comparativement à quelques centaines de hertz). En conséquence, nous pouvons assumer que  $h(\nu - f)$  varie linéairement autour des valeurs de  $f$  pour lesquelles  $\frac{\Delta N_f(f)}{\Delta f}$  est non-négligeable et nous utilisons le développement limité suivant:

$$h(\nu - f) = h(\nu) - fh'(\nu) \quad (6.3)$$

Le profil de raie observé devient alors:

$$\begin{aligned} I(\nu) &= \int h(\nu) \frac{\Delta N_f(f)}{\Delta f} df - h'(\nu) \int f \frac{\Delta N_f(f)}{\Delta f} df \\ &= h(\nu) - bh'(\nu) \end{aligned}$$

où nous avons défini  $b = \int f \frac{\Delta N_f}{\Delta f} df$ , soit l'équivalent du centre de masse (ou moyenne) de la distribution de déplacement relativiste. En utilisant l'équation (6.3), on obtient alors pour le profil de raie:

$$I(\nu) = h(\nu) - bh'(\nu) = h(\nu - b)$$

*i.e.* le profil de raie observé est un profil lorentzien décalé en fréquence du centre de masse  $b$  de la distribution de déplacement relativiste. La valeur de  $b$  est de  $-223.1$  Hz pour le rubidium 87 à  $90^\circ\text{C}$  avec une pente de  $0.6$  Hz/ $^\circ\text{C}$ . L'incertitude sur le déplacement relativiste est calculée d'après l'incertitude sur la température ( $\pm 0.2^\circ\text{C}$ ). Le déplacement relativiste de la raie à  $778$  nm, que nous noterons  $\Delta\nu_{rel}$ , est donc:

$$\Delta\nu_{rel} = -223.1 \pm 0.2 \text{ Hz}$$

### 6.3 Effet des collisions entre les atomes de rubidium

Nous avons évalué théoriquement le déplacement causé par les collisions entre atomes de rubidium à partir des travaux de B. P. Stoicheff *et al.* [STO80] qui a étudié, entre autres, le déplacement des transitions à deux photons du rubidium entre les niveaux  $5S_{1/2}$  et  $nD$  pour  $n = 10$  à  $70$ . Pour des valeurs de  $n$  entre  $10$  et  $30$ , le taux de déplacement de fréquence avec la pression, que nous appellerons  $R_n^{coll}$ , varie comme  $(n^*)^{2.4}$  où  $n^*$  est le nombre quantique principal effectif du niveau excité considéré, et atteint une valeur



de  $-2$  MHz/mTorr pour  $n \sim 30$ . Au delà, le déplacement reste constant à environ  $-2.1$  MHz/mTorr.

Pour évaluer le taux de déplacement de fréquence des transitions  $5S-5D$  avec la pression, qui n'a pas été étudié par Stoicheff *et al.*, nous extrapolons la dépendance en  $(n^*)^{2.4}$  pour  $n = 5$ . Nous pouvons écrire:

$$\frac{R_{n=5}^{coll}}{R_{n=30}^{coll}} = \left( \frac{n_5^*}{n_{30}^*} \right)^{2.4}$$

Nous utilisons la valeur de  $R_{n=30}^{coll}$  obtenue pour  $n = 30$  ( $n_{30}^* = n - 1.346 = 28.654$ ) qui vaut  $-2$  MHz/mTorr [STO80]. De plus, pour  $n = 5$ , la valeur de  $n_5^*$  est de 3.707 [FAR81].

On en déduit alors:

$$R_{n=5}^{coll} = \left( \frac{n_5^*}{n_{30}^*} \right)^{2.4} R_{n=30}^{coll} = -14.8 \text{ kHz/mTorr}$$

Dans notre expérience, la température du queusot est maintenue à  $83^\circ\text{C}$  ce qui correspond à une pression de rubidium de  $8.72 \times 10^{-3}$  Pa ou  $6.54 \times 10^{-2}$  mTorr (voir annexe A). Nous obtenons alors un déplacement de  $\Delta\nu_{n=5}^{coll}(83^\circ\text{C}) = -0.97$  kHz.

Pour évaluer l'incertitude sur cette valeur, nous tiendrons compte de l'incertitude sur  $R_{n=30}^{coll}$  mesurée par Stoicheff *et al.* et de celle sur la température de la cellule.

$$\frac{\Delta(\Delta\nu_{n=5}^{coll}(83^\circ\text{C}))}{\Delta\nu_{n=5}^{coll}(83^\circ\text{C})} = \frac{\Delta(R_{n=5}^{coll})}{R_{n=5}^{coll}} + \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta(R_{n=30}^{coll})}{R_{n=30}^{coll}} + \frac{\Delta P}{P}$$

D'après [STO80], nous pouvons évaluer  $\Delta(R_{n=30}^{coll}) = \pm 150$  kHz/mTorr et pour une incertitude de  $\pm 0.2^\circ\text{C}$  sur la température, nous avons  $\frac{\Delta P}{P} \simeq \pm 0.015$  ce qui conduit à une incertitude relative de  $\frac{\Delta(\Delta\nu_{n=5}^{coll}(83^\circ\text{C}))}{\Delta\nu_{n=5}^{coll}(83^\circ\text{C})} = 0.09$ , soit une incertitude sur le déplacement d'environ  $\pm 90$  Hz.

En conclusion, le déplacement causé par les collisions Rb-Rb pour une pression de  $6.54 \times 10^{-2}$  mTorr ( $83^\circ\text{C}$ ) est donné par:

$$\Delta\nu_{n=5}^{coll}(83^\circ\text{C}) = -970 \pm 90 \text{ Hz}$$

## 6.4 Collisions rubidium-argon

Un déplacement peut également être produit par des collisions entre les atomes de rubidium et les atomes d'un autre gaz présent dans la cellule. Weber et Niemax ont étudié

l'élargissement et le déplacement de transitions à deux photons du rubidium, en présence de gaz rares tels que l'argon, l'hélium et le xénon [WEB82]. Cette étude a porté sur les transitions  $5S-nS$  et  $5S-nD$  pour  $n$  allant de 7 à 65.

Des expériences passées ont démontré que si un gaz résiduel subsiste après le remplissage des cellules, il s'agit bien souvent de l'argon. Celui-ci serait relâché par les parois en titane de la pompe à diffusion ionique qui l'emprisonne mal. D'après [WEB82], le taux de déplacement de fréquence avec la densité d'atomes d'argon pour la transition  $5S-7D$  vaut  $\delta/N(5S-7D) = -0.84 \times 10^{-9} \text{ Hz}\cdot\text{cm}^3$ , à une température de  $190^\circ\text{C}$ , où  $N$  est la densité d'atomes d'argon. Pour de faibles valeurs de  $n^*$ , on a  $\delta/N = -0.97\bar{v}^{-3/5}C_6^{2/5}$  où  $\bar{v}$  est la vitesse relative et  $C_6$  est la constante de van der Waals. Celle-ci s'exprime par  $C_6 = \frac{e^2 a^2}{2\hbar} \alpha (n^*)^2 [5(n^*)^2 + 1 - 3l(l+1)]$  où  $e$  est la charge de l'électron,  $a$  est le rayon de Bohr,  $\alpha$  est la polarisabilité de l'atome perturbateur,  $n^*$  est le nombre quantique effectif et  $l$  est le nombre quantique azimutal ( $l = 2$  pour le niveau  $5D$ ). On peut ainsi déduire le déplacement de la transition  $5S-5D$  par la relation:

$$\delta/N(5S-5D) = \delta/N(5S-7D) \left( \frac{C_6(n=5)}{C_6(n=7)} \right)^{2/5}$$

On obtient alors  $\delta/N(5S-5D) = -0.397 \times 10^{-9} \text{ Hz}\cdot\text{cm}^3$  en utilisant les valeurs des nombres quantiques effectifs  $(n=5)^* = 3.707$  et  $(n=7)^* = 5.672$  pour les niveaux  $nD_{5/2}$  en jeu.

Si l'on considère un cas extrême où la pression d'argon serait égale à la pression de rubidium dans la cellule ( $P = 8.72 \times 10^{-3} \text{ Pa}$  à  $83^\circ\text{C}$ ), la densité d'atomes d'argon, donnée par  $N = \frac{P}{k_B T}$  avec  $k_B$  la constante de Boltzmann, sera de  $1.77 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ . Le déplacement associé est alors de  $-703 \text{ Hz}$ . Cette estimation peut paraître exagérée étant donné le niveau du vide enregistré lors du remplissage des cellules ( $< 2 \times 10^{-9} \text{ Torr}$ ). Toutefois, si des impuretés autres que l'argon sont présentes, elles peuvent avoir un effet beaucoup plus néfaste qu'un gaz rare tel que l'argon. Par exemple, des déplacements de  $\pm 15 \text{ kHz}$  peuvent être obtenus pour des lasers He-Ne stabilisés sur l'iode avec des cellules pourtant préparées soigneusement [MAD99]. Des pressions beaucoup plus faibles d'autres atomes perturbateurs pourraient possiblement engendrer des déplacements collisionnels

de l'ordre de celui évalué dans cette section. C'est pour cette raison que l'estimation de cet effet est plutôt conservatrice.

### 6.5 Rayonnement du corps noir

Les atomes de rubidium confinés dans une enceinte maintenue à 90°C sont perturbés par le champ électromagnétique émis par celle-ci qui peut être assimilée à un corps noir. Deux effets sont à considérer: tout d'abord, les composantes hors-résonance du spectre du corps noir induisent un déplacement des niveaux d'énergie par effet Stark dynamique; d'autre part, les composantes en résonance avec les transitions dipolaires électriques dépeuplent les niveaux d'énergie, ce qui a pour effet de réduire leur temps de vie et d'élargir les transitions associées. Le deuxième effet est complètement négligeable dans notre expérience car les composantes spectrales du rayonnement en résonance avec la transition optique sont très faibles étant donné que pour une température de 90°C le spectre du corps noir présente un maximum pour une longueur d'onde voisine de 8  $\mu\text{m}$ .

L'effet du rayonnement d'un corps noir à 300 K sur le déplacement des niveaux a été calculé pour l'hydrogène, l'hélium et divers alcalins dont le rubidium [FAR81]. On peut extrapoler ces calculs pour une température de 90°C en considérant une dépendance en  $T^4$  du déplacement des niveaux d'énergie [ITA82]:

$$\frac{\Delta\nu_{RCN}(T_1)}{\Delta\nu_{RCN}(T_2)} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4$$

Le tableau 6.2 résume les déplacements des niveaux  $5S_{1/2}$  et  $5D_{5/2}$  pour des températures de 300 et 363.15 K ainsi que le déplacement total de la transition à 778 nm associée.

Température	Niveau $5S_{1/2}$	Niveau $5D_{5/2}$	Transition à 778 nm
300 K [FAR81]	-2.789 Hz	-181.4 Hz	-89.3 Hz
363.15 K	-5.99 Hz	-389.5 Hz	-191.8 Hz

Tableau 6.2: Déplacement des niveaux d'énergie et de la transition associée dû au rayonnement du corps noir.

En considérant que les valeurs de Farley *et al.* ont une incertitude de 1% et que la température est connue à  $\pm 0.2^\circ\text{C}$ , on peut évaluer l'incertitude sur le déplacement d'un niveau induit par le corps noir à:

$$\frac{\Delta(\Delta\nu_{RCN}(T))}{\Delta\nu_{RCN}(T)} = \frac{\Delta(\Delta\nu_{RCN}(300\text{ K}))}{\Delta\nu_{RCN}(300\text{ K})} + 4\frac{\Delta T}{T} = 0.0122$$

ce qui conduit à  $\pm 0.07\text{ Hz}$  pour le niveau  $5S_{1/2}$  et  $\pm 4.75\text{ Hz}$  pour le niveau  $5D_{5/2}$ . Le déplacement de la transition à 778 nm dû au rayonnement du corps noir est donc donné par:

$$\Delta\nu_{RCN}(363\text{ K}) = -191.8 \pm 2.4\text{ Hz}$$

Pour notre standard de fréquence à 192.6 THz, le déplacement de fréquence associé au rayonnement du corps noir à  $90^\circ\text{C}$  est donc de  $-95.9 \pm 1.2\text{ Hz}$ .

## 6.6 Proximité des transitions voisines

Les résonances ( $5S_{1/2}, F_g = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F_b = 3, 2, 1$ ) du  $^{87}\text{Rb}$  entraînent un léger déplacement du maximum du profil de fluorescence de la résonance ( $5S_{1/2}, F_g = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F_b = 4$ ) sur laquelle est asservi notre laser. Comme il a été montré au chapitre 2, le profil de chaque raie est la superposition d'une lorentzienne étroite provenant du processus d'absorption de deux photons en contre-propagation et d'un piédestal gaussien provenant du processus d'absorption de deux photons en co-propagation. Un calcul simple permet d'évaluer ce déplacement. Les composantes lorentzienne et gaussienne des raies ayant une pleine largeur à mi-hauteur respective  $\Delta\nu_L$  et  $\Delta\nu_D$ , le courant  $i_1(\nu)$  du photomultiplicateur en fonction de la fréquence  $\nu$  du laser interrogeant une transition centrée en  $\nu_1$  peut s'écrire:

$$i_1(\nu) \propto A \left( \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\nu_L}{(\nu - \nu_1)^2 + (\Delta\nu_L/2)^2} \right) + A' \left( \frac{2}{\Delta\nu_D} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp \left( -\frac{4 \ln 2 (\nu - \nu_1)^2}{\Delta\nu_D^2} \right) \right)$$

En raison des probabilités relatives d'absorption de deux photons en contre-propagation et en co-propagation [DEM96], les amplitudes respectives doivent satisfaire  $A = 2A'$ , *i.e.* l'aire de la lorentzienne est deux fois celle de la gaussienne.

Pour la clarté du calcul, nous allons considérer séparément le déplacement causé par la composante lorentzienne des raies voisines de celui causé par leur composante gaussienne.

### 6.6.1 Déplacement dû à la composante lorentzienne des raies voisines

Considérons deux raies de profil lorentzien centrées en  $\nu_1$  et  $\nu_2$  et d'intensité  $A$  et  $B$  respectivement. Le courant du photomultiplicateur s'écrit:

$$i_L(\nu) \propto A \left( \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\nu_L}{(\nu - \nu_1)^2 + (\Delta\nu_L/2)^2} \right) + B \left( \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\nu_L}{(\nu - \nu_2)^2 + (\Delta\nu_L/2)^2} \right)$$

La dérivée de  $i_L(\nu)$  par rapport à  $\nu$  s'écrit:

$$\frac{\partial i_L(\nu)}{\partial \nu} \propto -\frac{1}{2\pi} \frac{2A\Delta\nu_L(\nu - \nu_1)}{((\nu - \nu_1)^2 + (\Delta\nu_L/2)^2)^2} - \frac{1}{2\pi} \frac{2B\Delta\nu_L(\nu - \nu_2)}{((\nu - \nu_2)^2 + (\Delta\nu_L/2)^2)^2}$$

La fréquence asservie est la racine de l'équation  $\frac{\partial i_L(\nu)}{\partial \nu} = 0$  et s'obtient aisément en considérant l'approximation  $\nu \simeq \nu_1$ . Le déplacement de fréquence en régime asservi s'écrit alors:

$$\delta\nu_L = \nu_{asservie} - \nu_1 = \frac{\frac{B}{A}\Delta\nu_{12}(\frac{\Delta\nu_L}{2})^4}{((\frac{\Delta\nu_L}{2})^2 + \Delta\nu_{12}^2)^2} \simeq \frac{\frac{B}{A}(\frac{\Delta\nu_L}{2})^4}{\Delta\nu_{12}^3}$$

où  $\Delta\nu_{12} = \nu_2 - \nu_1$ . Dans notre cas, l'écart entre les raies ( $F_g = 2 \rightarrow F_b = 4$ ) et ( $F_g = 2 \rightarrow F_b = 3$ ) est de  $\Delta\nu_{12} = 14.4115$  MHz à 778 nm [NEZ93], les amplitudes relatives sont  $A = 1$  et  $B = 0.467$  et la largeur des raies observées est  $\Delta\nu_L = 410$  kHz. On obtient un déplacement de fréquence vers le bleu de +275 mHz (+138 mHz à 1556 nm). Nous négligerons l'effet des autres transitions voisines, le déplacement qu'elles engendrent, proportionnel à  $(\nu_i - \nu_1)^{-3}$ , étant encore plus faible.

### 6.6.2 Déplacement dû aux piédestaux gaussiens des raies voisines

Nous considérons le décalage causé par les piédestaux gaussiens des transitions ( $F_g = 2 - F_b = 4, 3, 2, 1$ ) sur la transition lorentzienne principale ( $F_g = 2 - F_b = 4$ ). A priori, le piédestal gaussien de la transition ( $F_g = 2 - F_b = 4$ ) ne cause pas de déplacement puisqu'il est centré sur la fréquence centrale de la lorentzienne. Le signal au photomultiplicateur

est du type:

$$i(\nu) \propto 2A_1 \left( \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\nu_L}{(\nu - \nu_1)^2 + (\Delta\nu_L/2)^2} \right) + \sum_{i=1}^4 A_i \left( \frac{2}{\Delta\nu_D} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp \left( -\frac{4 \ln 2 (\nu - \nu_i)^2}{\Delta\nu_D^2} \right) \right)$$

La dérivée s'écrit:

$$\frac{\partial i(\nu)}{\partial \nu} \propto 2A_1 \left( \frac{1}{\pi} \frac{-\Delta\nu_L(\nu - \nu_1)}{((\nu - \nu_1)^2 + (\Delta\nu_L/2)^2)^2} \right) - \sum_{i=1}^4 A_i \left( \frac{16}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D} \right)^3 (\nu - \nu_i) \exp \left( -\frac{4 \ln 2 (\nu - \nu_i)^2}{\Delta\nu_D^2} \right) \right)$$

La largeur Doppler est donnée par  $\Delta\nu_D = \frac{1}{2\pi} (2\sqrt{\ln 2} k V_p)$  avec  $k = \omega/c$  et  $V_p$  la vitesse la plus probable ( $V_p = 263.4$  m/s à 90°C), ce qui conduit à  $\Delta\nu_D = 560$  MHz. Les valeurs des  $\Delta\nu_{1i}$  sont données dans le tableau 6.3. Avec  $\Delta\nu_L = 410$  kHz et considérant que la fréquence asservie est légèrement décalée par les piédestaux gaussiens, on peut faire les approximations suivantes:  $(\nu_{asservie} - \nu_i) \ll \Delta\nu_D$  et  $(\nu_{asservie} - \nu_1) \ll (\Delta\nu_L/2)$ . On trouve alors l'expression suivante pour la fréquence en régime asservi:

$$\nu_{asservie} - \nu_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( \sqrt{\ln 2} \frac{\Delta\nu_L}{\Delta\nu_D} \right)^3 \sum_{i=2}^4 \frac{A_i}{A_1} \Delta\nu_{1i}$$

où  $\Delta\nu_{1i} = \nu_i - \nu_1$ .

Le déplacement de fréquence dû aux piédestaux gaussiens se chiffre à +2.4 mHz (à 385 THz).

$i$	Raie	Ecart $\Delta\nu_{1i}$	Poids relatif $A_i/A_1$
2	$F_g = 2 - F_b = 3$	14 411.5 kHz	0.467
3	$F_g = 2 - F_b = 2$	25 888.9 kHz	0.167
4	$F_g = 2 - F_b = 1$	33 858.9 kHz	0.033

Tableau 6.3: Ecart des transitions par rapport à la transition  $F_g = 2 - F_b = 4$  et intensité relative.

### 6.7 Effet d'un offset de tension à la sortie du détecteur synchrone servant à l'asservissement de la cavité confocale

Un offset électronique à la sortie d'une détection synchrone (en boucle ouverte) est interprété comme une erreur par la boucle d'asservissement et sera compensé (en boucle fermée) par l'intégrateur. Ceci aura pour conséquence de décaler la fréquence asservie par rapport au centre de la raie. Comme illustré sur la figure 6.5, le décalage  $\Delta\nu = \nu_{asservie} - \nu_{at}$  s'obtient à partir de l'offset appliqué,  $V_{offset}$ , et de la pente de la courbe de discrimination près du centre de la raie  $p = \left. \frac{dS}{d\nu} \right|_{\nu=\nu_o}$  :

$$\Delta\nu = -\frac{V_{offset}}{p} \quad (6.4)$$

Ainsi, afin de minimiser l'effet d'un offset résiduel à la sortie d'un détecteur synchrone, il est souhaitable de régler le gain (sensibilité) de façon à obtenir une pente du signal d'erreur la plus grande possible.

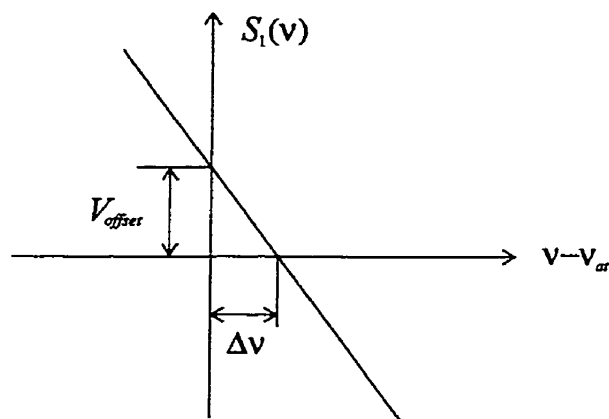


Figure 6.5: Déplacement de fréquence dû à un offset à la sortie de la détection synchrone.

Expérimentalement, nous avons caractérisé la variation de la fréquence du système #1 en fonction de l'offset introduit sur le signal d'erreur utilisé pour asservir la longueur de la cavité confocale. L'offset réglé sur le détecteur synchrone SR830 représente un certain pourcentage de la pleine échelle correspondant à la sensibilité. Il est mesuré à la sortie du détecteur synchrone en court-circuitant son entrée ou encore en se plaçant très loin des résonances atomiques. La figure 6.6 donne les variations de fréquence observées lorsque l'offset est ajusté entre  $-20$  et  $+20$  mV. Pour chacun des offsets, nous reportons sur le

graphique la fréquence moyenne du battement acquisitionné pendant environ une minute. Nous obtenons une dépendance ayant une pente de  $-87.9 \text{ Hz/mV}$  à  $1556 \text{ nm}$ . Le plus petit offset que nous pouvons ajuster sur la détection synchrone est de  $\pm 0.1 \text{ mV}$ , ce qui engendre un décalage de fréquence de  $\pm 8.8 \text{ Hz}$ .

Afin de comparer la pente obtenue avec la valeur déduite de l'équation (6.4), il est nécessaire de connaître la pente de la courbe de discrimination au voisinage du centre de la raie. Plutôt que d'obtenir celle-ci d'une acquisition (la gigue de fréquence du laser, l'étroitesse des raies et le nombre de points limité d'une courbe d'acquisition rendent la procédure délicate), nous utiliserons l'équation (5.8) du chapitre 5 pour calculer la pente du signal d'erreur. Les paramètres nécessaires sont l'amplitude du signal d'erreur (mesurée facilement en balayant une petite plage spectrale):  $0.66 \text{ V}$ , la largeur de la transition observée expérimentalement:  $205 \text{ kHz}$  (à  $1556 \text{ nm}$ ) et l'excursion de la modulation de fréquence. En utilisant pour cette dernière l'excursion optimale procurant la pente la plus grande de la courbe de discrimination, soit  $2 \times 0.35 \times$  (largeur de la raie atomique à  $1556 \text{ nm}$ ) =  $144 \text{ kHz p-p}$  à  $1556 \text{ nm}$ , on calcule une pente de  $73.1 \text{ Hz/mV}$  d'offset. En utilisant comme excursion de fréquence la valeur estimée d'après la figure 3.5 du chapitre 3, soit  $200 \text{ kHz p-p}$  à  $1556 \text{ nm}$ , on trouve  $93.6 \text{ Hz/mV}$  d'offset. On obtient donc un accord convenable avec la pente expérimentale de  $87.9 \text{ Hz/mV}$ . Notons qu'il est probable que l'excursion de modulation réelle soit comprise entre les deux valeurs tout juste énoncées.

## 6.8 Effet d'entraînement de la cavité

Si la cavité entourant la cellule est asservie de telle sorte que la fréquence laser ne coïncide pas exactement avec le sommet d'un pic de transmission, la modulation de fréquence du laser d'interrogation est convertie en une modulation de la puissance optique à l'intérieur de la cavité. Une modulation de la puissance de fluorescence s'en suit. Celle-ci est, par la suite, démodulée par le détecteur synchrone servant pour le signal du photomultiplicateur et provoque un décalage de la fréquence du laser en régime asservi.



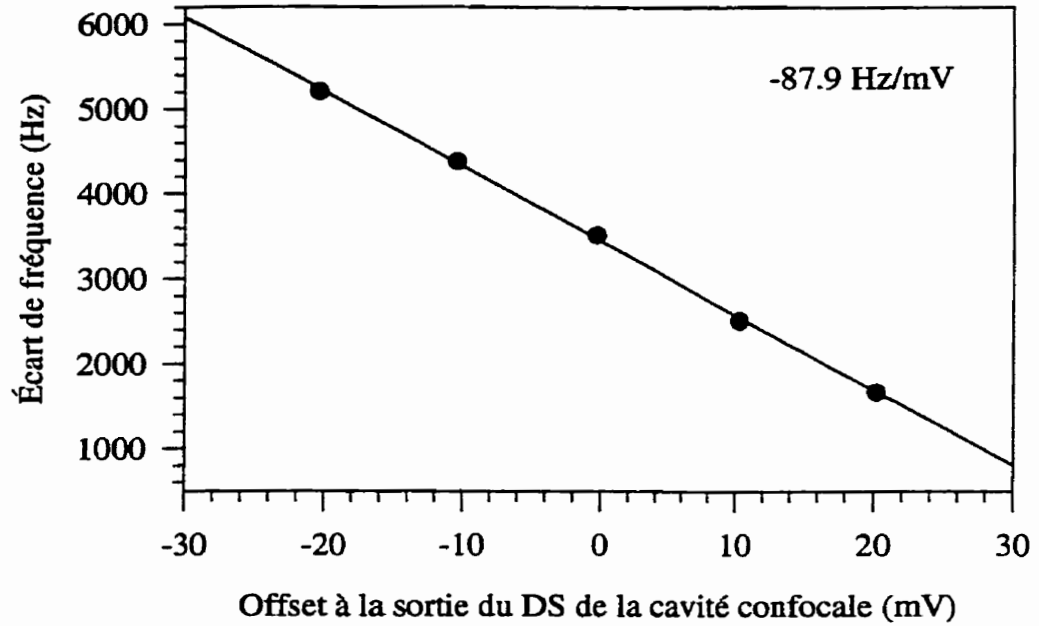


Figure 6.6: Variation de la fréquence du système #1 en fonction de l'offset à la sortie du détecteur synchrone utilisé pour asservir la cavité confocale.

Afin de dériver une expression analytique pour l'effet d'entraînement de la cavité, nous considérerons le cas où l'excursion de la modulation de fréquence est petite devant la largeur de la raie atomique ( $m = \frac{2\Delta f_m}{\Delta f_{1/2}} \ll 1$ ). Le signal de fluorescence étant proportionnel au carré de la puissance intracavité, la forme de raie observée sera du type:

$$G'(\nu) = T_{cav}^2(\nu)G_{at}(\nu)$$

où  $G_{at}(\nu) = \frac{1}{1 + \left(\frac{2(\nu - \nu_{at})}{\Delta f_{at}}\right)^2}$  est le profil de la raie atomique de pleine largeur à mi-hauteur  $\Delta f_{at}$  et  $T_{cav}(\nu)$ , le profil de transmission de la cavité. Nous supposons une cavité de finesse suffisamment élevée pour qu'un pic de transmission épouse la forme d'une lorentzienne de pleine largeur à mi-hauteur  $\Delta\nu_{cav}$ , *i.e.*  $T_{cav}(f) = \frac{1}{1 + \left(\frac{2(\nu - \nu_{cav})}{\Delta\nu_{cav}}\right)^2}$ . Dans la mesure où  $m$  est petit, la courbe de discrimination tend vers la dérivée du profil de la raie:

$$\frac{dG'(\nu)}{d\nu} = \frac{dT_{cav}^2(\nu)}{d\nu}G_{at}(\nu) + T_{cav}^2(\nu)\frac{dG_{at}(\nu)}{d\nu} \quad (6.5)$$

Considérons que la cavité est asservie avec un offset de fréquence de telle sorte que  $\nu_{cav} = \nu + \varepsilon_{cav}$ . Ceci fixe la transmission de la cavité. Considérons que l'effet d'entraînement de la cavité est faible, ce qui sera le cas si  $\varepsilon_{cav} \ll \Delta\nu_{cav}$ . Dans ce cas, le décalage

du point d'asservissement de la fréquence laser sera petit par rapport à la largeur de la transition atomique, *i.e.*  $\nu - \nu_{at} \ll \Delta\nu_{at}$ . Nous aurons alors  $G_{at} \simeq T_{cav} \simeq 1$ . Le point d'asservissement se trouve en égalant à zéro l'expression du signal d'erreur (équ. (6.5)):

$$\left. \frac{dT_{cav}^2(\nu)}{d\nu} \right|_{\nu_{cav}=\nu+\varepsilon_{cav}} = -\frac{dG_{at}(\nu)}{d\nu}$$

Cette équation nous indique que le laser s'asservira en un point de la raie atomique où la conversion de la modulation de fréquence en modulation d'amplitude par la raie atomique compensera celle engendrée par le désaccord de la cavité. En substituant les expressions pour les dérivées, on obtient:

$$\varepsilon_{at} = (\nu - \nu_{at}) = -2\varepsilon_{cav} \left( \frac{\Delta\nu_{at}}{\Delta\nu_{cav}} \right)^2 = -2\varepsilon_{cav} \left( \frac{Q_{cav}}{Q_{at}} \right)^2 \quad (6.6)$$

où  $Q_{cav}$  et  $Q_{at}$  sont respectivement les facteurs de surtension de la cavité entourant la cellule et de la transition atomique respectivement. Notons que dans le cas d'une raie d'absorption linéaire, le facteur 2 disparaît des membres de droite.

Ce déplacement  $\varepsilon_{at}$  peut être exprimé également en fonction de l'offset à la sortie du détecteur synchrone  $Offset_{cav}$  et de la pente du signal d'erreur (servant à l'asservissement de la cavité entourant la cellule)  $p_{cav}$  (en V/Hz):

$$\varepsilon_{at} = -2 \frac{Offset_{cav}}{p_{cav}} \left( \frac{Q_{cav}}{Q_{at}} \right)^2$$

Dans notre cas, la cavité possède un  $FSR$  de 500 MHz et une finesse mesurée de 80 ce qui conduit à une largeur de pic de transmission de 6.25 MHz et un facteur de surtension  $Q_{cav} = \frac{385.3 \text{ THz}}{6.25 \text{ MHz}} = 6.2 \times 10^7$ . Quant à la transition atomique, sa largeur mesurée expérimentalement est de 410 kHz à 778 nm, ce qui conduit à  $Q_{at} = \frac{385.3 \text{ THz}}{410 \text{ kHz}} = 9.4 \times 10^8$ , d'où  $\left( \frac{Q_{cav}}{Q_{at}} \right)^2 = 4.3 \times 10^{-3}$ . L'inverse de la pente du signal d'erreur a été évaluée à 443 Hz/mV à 1556 nm ce qui donne un déplacement de  $2 \times 4.3 \times 10^{-3} \times 443 \text{ Hz/mV} = 3.8 \text{ Hz/mV}$  d'offset à la sortie du détecteur synchrone.

Expérimentalement, nous avons caractérisé la variation de la fréquence du système #1 en fonction de l'offset introduit sur le signal d'erreur utilisé pour asservir la position du miroir d'entrée de la cavité à 778 nm dans laquelle se trouve la cellule de rubidium. Le système #2 a été utilisé comme référence de fréquence. La figure 6.7 donne les variations de fréquence observées lorsque l'offset est ajusté entre  $-30$  et  $+30$  mV.

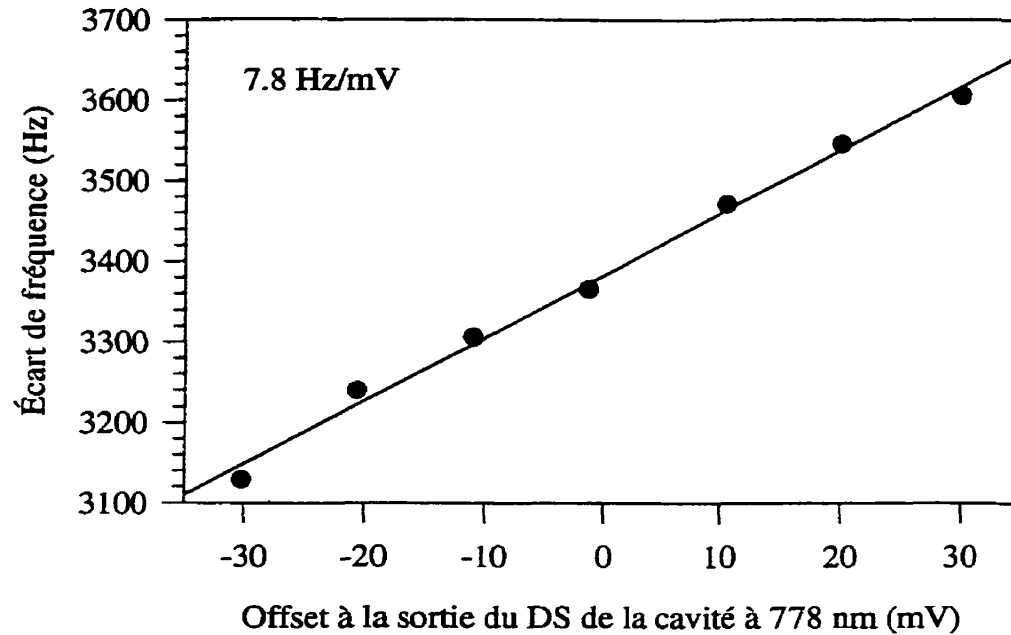


Figure 6.7: Variation de la fréquence du système #1 en fonction de l'offset à la sortie du détecteur synchrone utilisé pour asservir la cavité à 778 nm.

Nous obtenons une dépendance ayant une pente de  $+7.8 \text{ Hz/mV}$ , soit une variation deux fois plus importante que ce que prévoit l'analyse théorique précédente. Mentionnons toutefois que nous utilisons une excursion de modulation égale à  $0.7 \times \Delta\nu_{at}$  et que, dans ce cas, le profil du signal d'erreur ne correspond pas à la dérivée du profil de raie. Dans le cas de l'étalon #1, l'offset à la sortie du détecteur synchrone EG&G 128A servant à l'asservissement de la cavité entourant la cellule peut être ajusté à mieux que 1.5 mV. Étant donnée la pente du signal d'erreur, un tel offset engendrerait un décalage de fréquence de 12 Hz.

### 6.9 Effet de l'excursion de fréquence due à la modulation

Dans la mesure où la transition observée est parfaitement symétrique ou que la distortion de la modulation est négligeable, la valeur de l'excursion de modulation ne devrait pas influencer la fréquence asservie. Pour vérifier expérimentalement cette proposition, nous avons fait varier l'excursion de modulation du laser DFB du système #1, le système

#2 servant de référence. Nous avons ajusté l'excursion<sup>1</sup> de modulation à 85, 130, 170, 205, 260, 300 et 345 kHz (soit respectivement, une tension de 2, 3, 4, 4.8, 6, 7 et 8 mV crête à crête sur l'entrée externe de la commande du laser #1) et n'avons pas constaté de changement (supérieur à la répétabilité des étalons) pour la fréquence du battement entre les deux étalons.

Rappelons que la calibration de l'excursion de fréquence avait été réalisée au préalable en estimant la largeur du battement entre les deux systèmes à l'analyseur de spectre et avait conduit à une correspondance de 43.5 kHz/mV pour le laser DFB du système #1 (voir fig. 3.5).

## 6.10 Modulation d'amplitude

La modulation directe du courant d'injection de la diode laser à 1556 nm introduit une modulation d'amplitude résiduelle sur le faisceau du laser maître. Celle-ci peut être transférée au laser esclave. Toutefois, en raison de la présence de la cavité autour de la cellule de rubidium et de son asservissement sur le laser esclave, le faisceau à l'intérieur de cette dernière n'est plus modulé en amplitude [HIL98]. En effet, la cavité s'asservit à un point de fonctionnement où toute fluctuation d'intensité du faisceau de sortie est annulée. Si tel n'était pas le cas (*i. e.* si la cavité était asservie parfaitement au sommet d'un pic de transmission), la modulation d'amplitude résiduelle créerait un offset à la sortie de la détection synchrone. Cependant, comme il ne peut y avoir d'offset en sortie des détections synchrones en régime asservi, le point d'asservissement de la cavité doit être légèrement différent.

Le lecteur intéressé par ce sujet trouvera à l'annexe C l'expression du signal d'erreur obtenu dans le cas où une raie atomique est interrogée par un faisceau lumineux présentant une modulation d'amplitude résiduelle, ainsi qu'une expression donnant le déplacement de fréquence engendré par cet effet. Une telle situation se présenterait si le faisceau du laser esclave était envoyé directement dans la cellule de rubidium sans la placer en cavité.

---

<sup>1</sup> L'excursion représente la variation crête à crête de la fréquence.

### 6.11 Dérive de l'intégrateur

La sortie de l'intégrateur du filtre de boucle utilisé pour l'asservissement de la cavité confocale peut dériver dans le temps. Une telle dérive de l'intégrateur, équivalente à un offset  $e$  à son entrée, sera interprétée par la boucle d'asservissement de la même façon qu'un offset à la sortie du détecteur synchrone et conduira à un déplacement de la fréquence asservie. En boucle ouverte et en court-circuitant l'entrée de l'intégrateur (la voie proportionnelle débranchée pour la mesure), nous avons mesuré un temps de 64 secondes pour que la sortie  $s$  de l'intégrateur atteigne 5 volts. En utilisant l'équation de l'intégrateur:

$$s = \frac{1}{RC} \int edt = \frac{e\Delta t}{RC}$$

avec  $R = 3.9 \text{ k}\Omega$  et  $C = 220 \text{ nF}$ , l'offset équivalent à l'entrée de l'intégrateur est de  $67 \mu\text{V}$ . On obtient alors le décalage de fréquence provoqué par cette dérive:

$$\Delta f = \frac{e}{p} = 6 \text{ Hz}$$

où  $p = \frac{1}{87.9 \text{ Hz/mV}}$  est la pente de la courbe de discrimination.

### 6.12 Erreur de traînage

Pour un asservissement ne comprenant qu'un seul intégrateur (comme c'est le cas pour l'asservissement de la cavité confocale), une erreur de traînage peut subsister si la fréquence du laser à asservir dérive linéairement dans le temps.

Notre filtre de boucle est constitué d'un filtre passe-bas de premier ordre (sortie du détecteur synchrone) et d'un intégrateur sommé à une voie proportionnelle (équivalent à un intégrateur compensé). L'erreur statique de traînage en présence d'une dérive de fréquence  $at$  est alors  $\Delta f_{\text{traînage}} = \frac{at\tau_1}{K}$ , où  $K$  est le gain en boucle ouverte et  $\tau_1$  est la constante de temps de la voie intégrateur [TRE93]. Ce système du 2e ordre possède une fréquence propre non-amortie donnée par  $f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{\tau_1\tau_3}} = \frac{f_P}{\sqrt{1-\xi^2}}$  où  $\tau_3$  est la constante de temps du filtre passe-bas (1 ms),  $f_P$  est la fréquence propre du système asservi, *i.e.* la fréquence des oscillations de la réponse transitoire à un échelon et  $\xi$  est l'amortissement

[GIL89]. On obtient ainsi l'erreur de traînage:

$$\Delta f_{\text{traînage}} = \frac{a}{\tau_3(2\pi f_n)^2}$$

D'après la figure 5.16, l'amortissement est d'environ 0.5 à 0.7 et  $f_P$  est d'environ 1.2 kHz, ce qui conduit à  $f_n \simeq 1.4$  kHz. Pour avoir une erreur de traînage de 1 Hz, une dérive d'environ 77 kHz/s devrait être présente. Expérimentalement, nous n'avons pas observé un tel niveau de dérive de la fréquence des lasers affinés en régime libre.

### 6.13 Tableau récapitulatif des divers déplacements de la transition utilisée

Le tableau 6.4 récapitule les divers effets déplaçant la transition ( $5S_{1/2}, F_g = 2 \rightarrow 5D_{5/2}, F_b = 4$ ) du  $^{87}\text{Rb}$  ou le point d'asservissement sur celle-ci.

Effet	Déplacement	Incertitude	Déplacement
	à 778 nm		à 1556 nm
Déplacement lumineux	-428 Hz/mW	-	-214 Hz/mW
Effet relativiste	-223.1 Hz	$\pm 0.2$ Hz	-111.6 Hz
Collisions Rb-Rb	-970 Hz	$\pm 90$ Hz	-485 Hz
Collisions Rb-Ar	-703 Hz	-	-352 Hz
Rayonnement du corps noir	-191.8 Hz	$\pm 2.4$ Hz	-95.9 Hz
Raies lorentziennes voisines	+275 mHz	-	+138 mHz
Raies gaussiennes voisines	+2.4 mHz	-	+1.2 mHz
Offset du détecteur synchrone de la cavité confocale	$\pm 18$ Hz	-	$\pm 9$ Hz
Offset du détecteur synchrone de la cavité-Rb	$\pm 24$ Hz	-	$\pm 12$ Hz
Dérive de l'intégrateur	$\pm 6$ Hz	-	$\pm 3$ Hz
Erreur de traînage	< 1 Hz	-	< 1 Hz

Tableau 6.4: Résumé des différents effets systématiques.

# CHAPITRE 7

## MESURE DE LA FRÉQUENCE ABSOLUE

Ce chapitre présente la mesure de la fréquence absolue du laser asservi réalisé dans le cadre de cette thèse. Les travaux nécessités par cette mesure ont été faits par le Dr Christine Latrasse, le Dr Driss Touahri et Martin Allard. Les deux systèmes construits à l'Université Laval ont été transportés à l'Institut des Étalons Nationaux de Mesure du Conseil National de Recherches du Canada à Ottawa le 8 mars 1999. Plusieurs caractérisations ont été effectuées à Ottawa dont la mesure du déplacement lumineux, l'effet de l'excursion de la modulation de fréquence et l'effet d'un offset à la sortie des détecteurs synchrones servant à l'asservissement de la cavité confocale et de la cavité contenant la cellule de rubidium (voir chapitre 6). Les deux systèmes furent ramenés à l'Université Laval le 15 octobre 1999.

### 7.1 Description de la chaîne de fréquence utilisée

La figure 7.1 présente la chaîne de fréquence construite par A. A. Madej, J. E. Bernard, K. J. Siemsen et L. Marmet, à l'Institut des Étalons Nationaux de Mesure du Conseil National de Recherches du Canada à Ottawa, afin de mesurer la fréquence absolue de notre laser-étalon.

Cette chaîne est basée sur l'utilisation d'un laser CO à  $6.756 \mu\text{m}$  (44.372 THz) et d'un laser Tm:YAG à  $2.022 \mu\text{m}$  (148.260 THz) dont la somme des fréquences est très proche (environ 10.4 GHz) de celle de notre étalon à  $1556.213 \text{ nm}$  (192.642 THz). Cette somme est réalisée dans un cristal non-linéaire de  $\text{AgGaSe}_2$ . La fréquence du laser CO est asservie sur une raie d'absorption saturée de HDO d'une largeur de 400 kHz (FWHM) après avoir été décalée de 52 MHz à l'aide d'un acousto-optique [GUE83, SIE99].

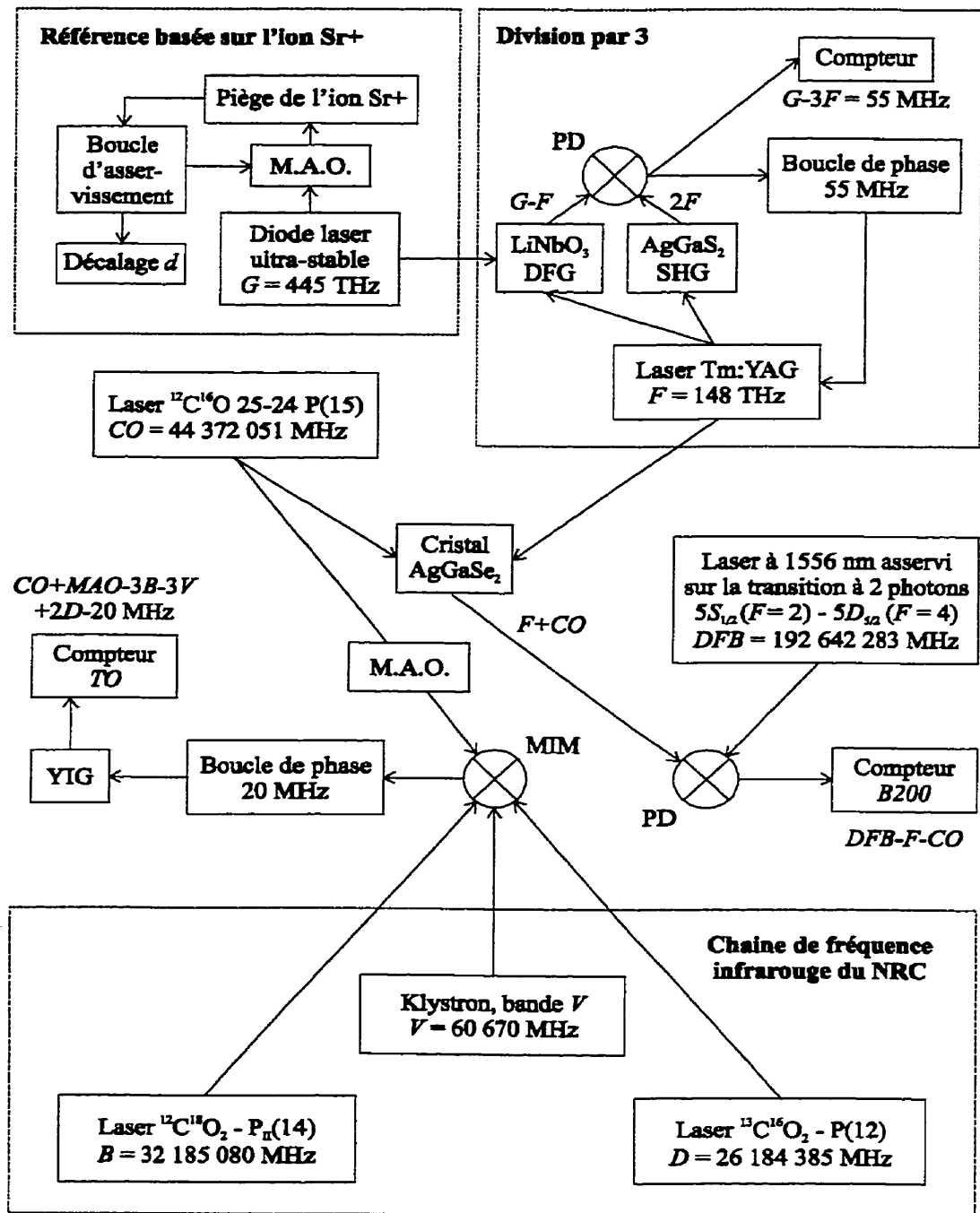


Figure 7.1: Chaîne de fréquence utilisée pour la mesure de la fréquence absolue du laser à 1556.2 nm asservi sur la transition à deux photons par doublage de fréquence.



La fréquence absolue du laser CO est déterminée grâce à l'utilisation d'une chaîne de fréquence infrarouge. Plus précisément, elle est obtenue par comparaison avec deux lasers à CO<sub>2</sub> et un klystron, tous trois référencés par rapport à une horloge à césium. La fréquence du laser Tm:YAG est référencée, via une division par 3 [BER99a], à celle d'un étalon de fréquence à 674 nm [MAR97]. Ce dernier est une diode laser asservie sur une cavité ultra-stable asservie sur une transition d'un ion de strontium Sr<sup>+</sup> confiné dans un piège d'ion électrodynamique [BER99b].

La chaîne de fréquence infrarouge du NRC implique l'utilisation de plusieurs lasers à CO<sub>2</sub> (lasers A à D), d'un klystron à 60 GHz (V), d'un oscillateur YIG à 10 GHz (X) et d'un VCO à 5 MHz (W). Quand la chaîne est asservie, les lasers et les klystrons sont à une fréquence qui est un multiple entier de 5 MHz (référence de l'horloge au césium, R) [WHI93]. La figure 7.2 montre la configuration de cette chaîne ainsi que les différents asservissements en phase qui permettent de référencer les fréquences des différents lasers et oscillateurs à l'horloge à césium.

Le détail des calculs permettant de déterminer la fréquence de notre étalon est donné ci-dessous. Nous avons 4 équations telles que:

$$G = Sr + d \quad (7.1)$$

$$G - 3F = 55 \text{ MHz} \quad (7.2)$$

$$B200 = DFB - (CO + F) \quad (7.3)$$

$$TO = CO + (40 \text{ MHz} + \Delta) - 3B - 3V + 2D - 20 \text{ MHz} \quad (7.4)$$

où

$G$  est la fréquence du laser ultra-stable référencé à l'ion strontium,

$Sr$  est la fréquence de la transition de l'ion strontium ( $444\,779\,044\,095.4 \pm 0.2$  kHz) [BER99b],

$d$  est le décalage de fréquence du laser ultra-stable par rapport au centre du spectre S-D de l'ion. Ce décalage est généré par un modulateur acousto-optique utilisé en double passage. Après chaque période de 20 secondes, la fréquence du générateur contrôlant ce modulateur est réajustée en se basant sur le taux de sauts quantiques induits par le laser ultra-stable décalé [BER98].

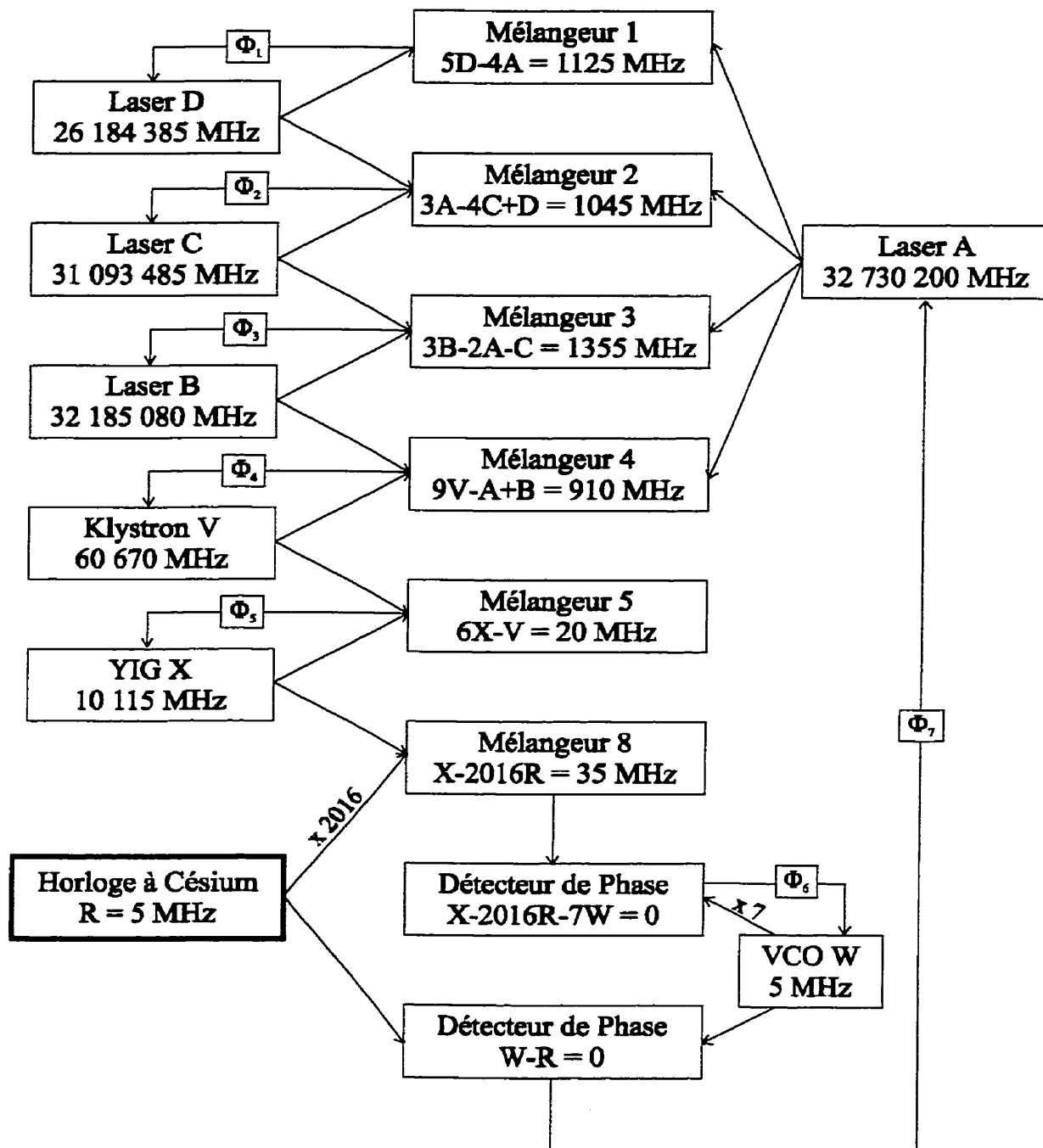


Figure 7.2: Chaîne infrarouge du CNRC (courtoisie du CNRC).

$F$  est la fréquence du laser Tm:YAG,

$B200$  est la fréquence du battement produit entre notre étalon et la somme des lasers CO et Tm:YAG,

$DFB$  est la fréquence de notre laser à 1556.2 nm asservi sur la transition à deux photons du  $^{87}\text{Rb}$  par doublage de fréquence,

$CO$  est la fréquence du laser CO asservi sur une raie d'absorption saturée de HDO,

$TO$  est la fréquence de l'oscillateur micro-onde accordable YIG asservi en phase, avec un décalage de 20 MHz, sur le battement entre le laser CO et la chaîne infrarouge,

$Delta$  est l'écart à 40 MHz, de la fréquence du modulateur acousto-optique qui sert d'isolateur optique pour le laser CO,

$B$  est la fréquence du laser  $B$  de la chaîne infrarouge ( $B = 32\,185\,080$  MHz),

$D$  est la fréquence du laser  $D$  de la chaîne infrarouge ( $D = 26\,184\,385$  MHz),

$V$  est la fréquence du klystron ( $V = 60\,670$  MHz).

Durant une séance de mesures de la fréquence de notre étalon, nous enregistrons les fréquences suivantes:

- la fréquence du battement  $B200$  moyennée sur 1 seconde,
- la fréquence  $TO$  de l'oscillateur YIG moyennée sur 1 seconde,
- la fréquence  $d$  toutes les 20 secondes,
- la fréquence du battement  $G - 3F$ , moyennée sur 1 seconde.

Dans l'analyse, toute mesure obtenue du compteur mesurant le battement  $G - 3F$  s'écartant de plus de  $\pm 1$  Hz de la valeur de 55 MHz est rejetée, de même que les deux échantillons voisins. Ces valeurs indiquent la présence de sauts de cycle dans la boucle de phase.

A partir de l'équation 7.4, on peut connaître la fréquence du laser  $CO$  mesurée par rapport à la chaîne infrarouge en utilisant la valeur de  $TO$ :

$$\begin{aligned} CO &= TO - (40 \text{ MHz} + Delta) + 3B + 3V - 2D + 20 \text{ MHz} \\ &= TO - Delta + 44\,368\,460 \text{ MHz} \end{aligned}$$

Les équations (7.1) et (7.2) permettent d'exprimer la fréquence  $F$  du laser Tm:YAG par l'équation:

$$\begin{aligned} F &= (G - 55 \text{ MHz})/3 \\ &= (Sr + d - 55 \text{ MHz})/3 \\ &= 148\,259\,663\,031.8 \text{ kHz} + d/3 \end{aligned}$$

Finalement, la fréquence  $DFB$  de l'étalon à 1556.2 nm se déduit par:

$$\begin{aligned} DFB &= CO + F + B200 \\ &= (TO - (40 \text{ MHz} + \textit{Delta}) + 3B + 3V - 2D + 20 \text{ MHz}) + \\ &\quad (Sr + d - 55 \text{ MHz})/3 + B200 \\ &= TO - \textit{Delta} + d/3 + B200 + 192\,628\,123\,031.8 \text{ kHz} \end{aligned} \quad (7.5)$$

La fréquence de l'oscillateur à quartz ( $40 \text{ MHz} + \textit{Delta}$ ) qui alimente le modulateur acousto-optique du laser CO a été mesurée avec un fréquence-mètre à chaque jour de mesure. Ceci est suffisant étant donnée la stabilité de cet oscillateur une fois réchauffé.

## 7.2 Fréquence absolue du laser à 1556.2 nm asservi sur la transition à deux photons

Nous avons réussi à faire fonctionner la chaîne présentée ci-dessus à deux reprises, soit le 11 mai et le 14 mai 1999, ce qui nous a permis de mesurer la fréquence du système #1. Nous avons enregistré simultanément trois séries de données correspondant aux battements  $B200$ ,  $TO$  et au décalage  $d$ . Tous les ordinateurs d'acquisition étaient synchronisés à 1 seconde près.

Le battement de fréquence entre notre laser et la somme des lasers CO et Tm:YAG est réalisé dans une photodiode InGaAs fibrée (New Focus 1414) dont la bande passante est de 22 GHz. Deux configurations ont été expérimentées. La première, utilisée le 11 mai, consiste à combiner à l'aide d'une lame 90/10 les 600 nW obtenus à la sortie du cristal sommateur au faisceau recollimé en provenance de la fibre optique du système #1. Les deux faisceaux combinés sont alors focalisés dans une fibre optique monomode, laquelle est connectée à la photodiode. Les niveaux de puissance dans la fibre sont de 250 nW en

provenance de la somme et  $800 \mu\text{W}$  du DFB. Le signal de la photodiode est amplifié par 70 dB et filtré par un filtre passe-bande YIG accordable ayant une largeur de 30 MHz, ce qui procure un battement à 10.4 GHz avec un rapport signal sur bruit de 30 dB dans une bande de 100 kHz. Le battement est envoyé à un compteur HP53150A. Il possède une largeur d'environ 600 kHz (FWHM) causée principalement par la modulation du laser CO et, dans une moindre mesure, par celle de notre étalon.

Dans la deuxième configuration, utilisée le 14 mai, le faisceau de la somme est focalisé dans une fibre optique monomode et passé à travers un amplificateur à fibre dopée à l'erbium de gain à faible signal d'environ 26 dB. Ce signal est ensuite combiné à celui de notre laser à l'aide d'un coupleur à fibre 50/50. Durant ces mesures, le rapport signal sur bruit était typiquement d'environ 40 dB dans une bande de 100 kHz.

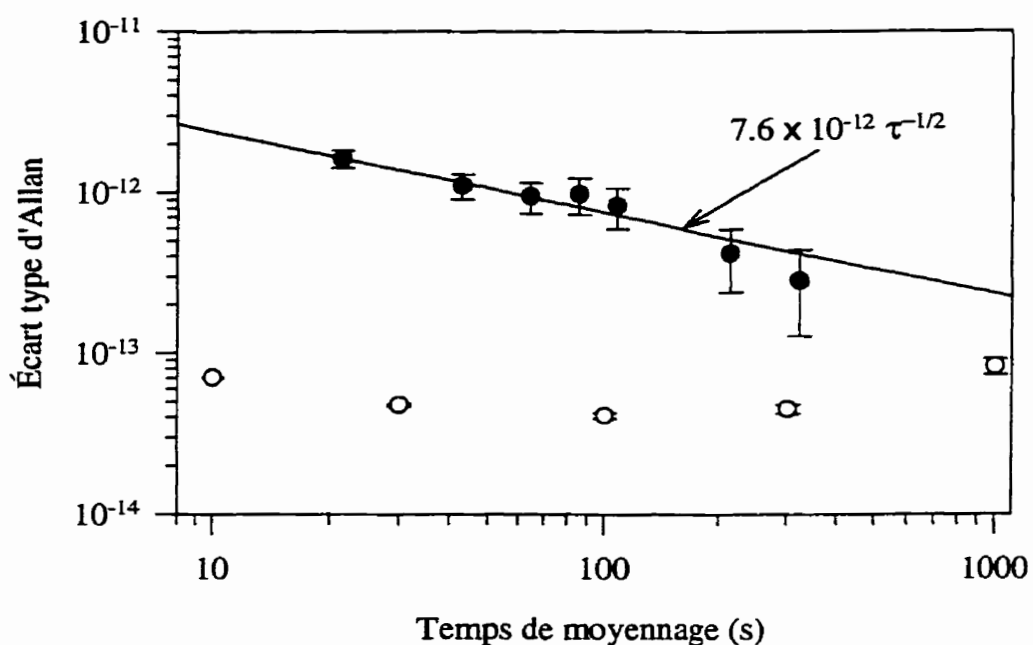


Figure 7.3: Écart type d'Allan du système #1 par rapport à la chaîne de fréquence du CNRC (cercles noirs). Pour comparaison, les cercles blancs donnent la stabilité de fréquence du système #1 obtenue par battement avec le système #2.

L'ensemble des mesures enregistrées lors des 11 et 14 mai totalisent des périodes de 2380 s et 3900 s respectivement. La série de mesures la plus longue est de 1150 s. La figure 7.3 montre la stabilité de la fréquence du système #1 mesurée par rapport à la

chaîne lors de la plus longue série du 14 mai (battement *B200*). Celle-ci est limitée par la stabilité des lasers utilisés dans la chaîne, principalement celle du laser CO. Aussi les compteurs utilisés pour ce battement à 10.4 GHz et le battement *TO* (permettant la détermination de la fréquence du laser CO) montrent-ils un écart type d'Allan semblable à 1 s d'environ 1 à 2 kHz ( $5 \times 10^{-12}$  à  $10^{-11}$ ). On y note également des dérives de quelques kHz. Ces instabilités traduisent un déplacement du point d'asservissement du laser CO par rapport à la transition du HDO. Pour comparaison, la stabilité de fréquence du système #1 obtenue par battement avec le système #2 a été reportée sur le même graphique.

Afin d'évaluer la fréquence moyenne de l'étalon, la démarche suivante est adoptée:

- Les données des compteurs *B200* et *TO* sont d'abord regroupées sur 20 secondes afin d'être combinées avec celles du décalage  $d$  pour obtenir la valeur de la fréquence de l'étalon (éq. 7.5). Une incertitude, égale à l'écart type de la distribution des 20 échantillons de fréquence, est attribuée à chacun de ces regroupements.
- Pour chacune des séries de mesures, une fréquence moyenne pondérée et une incertitude associée sont calculées<sup>1</sup>. La figure 7.4 montre la fréquence de l'étalon ainsi obtenue pour chaque série de mesures du 11 et du 14 mai.
- La fréquence moyenne pour une soirée est ensuite obtenue en prenant la moyenne des fréquences de chacune des séries pondérée par leur incertitude respective. L'incertitude est obtenue en calculant l'écart type de la distribution des différentes fréquences moyennes, ce qui donne 190 Hz pour chacune des soirées. Notons que cette estimation de l'incertitude sur la fréquence moyenne d'une soirée est plus sécuritaire que l'incertitude sur la moyenne pondérée (définie à la note de bas de page) qui donne 50 Hz.

Sur la figure 7.4, on voit que les fréquences moyennes obtenues lors des séries de mesure d'une même soirée se tiennent à l'intérieur d'un intervalle correspondant à la

---

<sup>1</sup> La fréquence moyenne pondérée  $\bar{f}$  s'écrit  $\bar{f} = \frac{\sum(f_i/\sigma_i^2)}{\sum(1/\sigma_i^2)}$  où  $f_i$  est un échantillon de fréquence moyennée sur 20 s et  $\sigma_i$  l'incertitude associée à cet échantillon. L'incertitude est donnée par  $\sigma_{\bar{f}} = \sqrt{\frac{1}{\sum(1/\sigma_i^2)}}$  [BEV92].

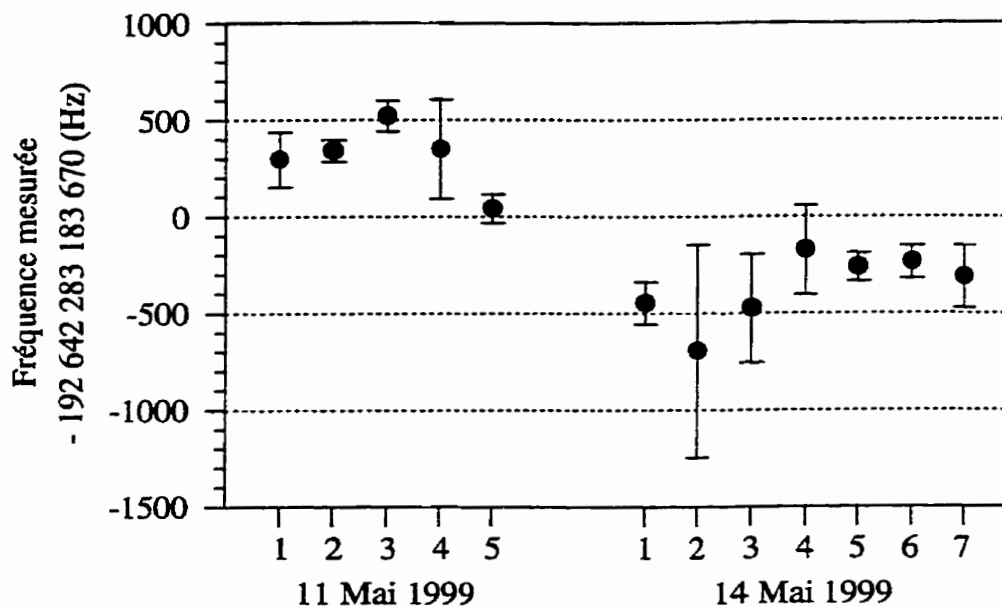


Figure 7.4: Mesures de la fréquence du système #1 réalisées les 11 et 14 mai 1999.

répétabilité. Par contre, la reproductibilité de la mesure de la fréquence moyenne d'une soirée à l'autre constitue une cause d'incertitude importante (380 Hz). L'origine de cette variation, inexplicable par le déplacement lumineux légèrement différent lors des deux soirées (74 Hz), reste encore à déterminer.

- Finalement, la fréquence de l'étalon est obtenue en prenant la moyenne pondérée des deux fréquences pour chacune des soirées. L'incertitude est obtenue en faisant la somme quadratique de l'incertitude statistique sur la fréquence des deux soirées (190 Hz), de l'écart type des fréquences des deux soirées (380 Hz) et de l'incertitude systématique sur la fréquence de l'ion (70 Hz), ce qui donne 500 Hz.

La fréquence absolue brute pour le système #1 (*DFB*) est donc:

$$DFB = 192\,642\,283\,183.7 \pm 0.5 \text{ kHz}$$

Ce résultat correspond à la fréquence émise par le laser dans les conditions habituelles d'opération, ce qui sous-entend qu'aucune correction n'a été appliquée pour tenir compte des effets systématiques évalués au chapitre 6.

Pour conclure cette section, la figure 7.5 présente la répartition des fréquences absolues mesurées le 11 mai après regroupement dans des intervalles de 200 Hz. Les données suivent une distribution normale avec un  $\chi^2$  réduit,  $\chi^2_\nu$ , de 1.01 (11 degrés de liberté) et un écart type de 377 Hz. Pour les données du 14 mai, une valeur de  $\chi^2_\nu = 1.17$  est obtenue (avec 11 degrés de liberté) après rejet des données dont la probabilité est de moins d'un demi-événement [BEV92]. L'écart type obtenu pour la distribution est de 380 Hz.

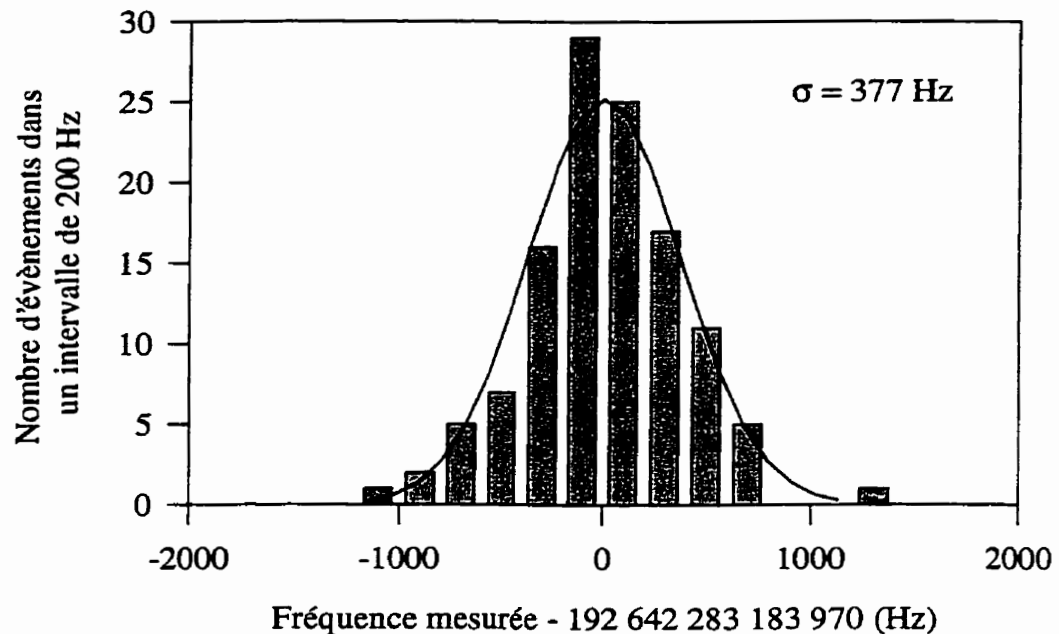


Figure 7.5: Histogramme des mesures (moyennées sur 20 s) de la soirée du 11 mai 1999. Un lissage gaussien donne un écart type de 377 Hz.

### 7.3 Fréquence de la transition à deux photons $5S_{1/2}(F_g = 2) - 5D_{5/2}(F_e = 4)$ du $^{87}\text{Rb}$

Pour déterminer la fréquence de la transition  $5S_{1/2}(F_g = 2) - 5D_{5/2}(F_e = 4)$  du  $^{87}\text{Rb}$  sur laquelle est asservi notre laser, nous devons corriger pour les décalages de fréquence causés par les différents effets systématiques énumérés au chapitre 6. D'après les recommandations du Comité international des poids et mesures (CIPM) en 1997 [CIP97], la valeur mesurée doit être corrigée uniquement pour le déplacement lumineux et l'effet re-



Effet	Correction à la mesure (à 778 nm)	Incertitude
Déplacement lumineux	-2812 Hz (11 Mai)	±20 Hz (11 mai)
	-2960 Hz (14 Mai)	±30 Hz (14 mai)
Effet relativiste	-223.1 Hz	±0.2 Hz

Effet	Valeur estimée lors de la mesure	Contribution à l'incertitude
Rayonnement du corps noir	-191.8 Hz	±191.8 Hz
Collisions Rb-Rb	-970 Hz	±970 Hz
Collisions Rb-autres gaz	-700 Hz	±700 Hz
Raies lorentziennes voisines	+275 mHz	±275 mHz
Piédestaux gaussiens voisins	+2.4 mHz	±2.4 mHz
Electronique (offset sur les dét. synch. et dérive des intégrateurs)		±50 Hz
<b>Total (somme quadratique)</b>		<b>±1.2 kHz</b>

Tableau 7.1: Détail des corrections et incertitudes dues aux effets systématiques.

lativiste (aussi appelé effet Doppler du deuxième ordre); les autres effets sont considérés dans l'évaluation de l'incertitude. Nous devons ainsi corriger les mesures des soirées du 11 et du 14 mai de -2812 Hz et -2960 Hz respectivement (à 385 THz). Le tableau 7.1 détaille les différentes contributions à l'incertitude qui s'élève à ±1.2 kHz.

De plus, nous devons tenir compte de l'incertitude sur les mesures moyennées pour chaque soirée (± 380 Hz à 385 THz), de la reproductibilité obtenue entre les 2 soirées (±760 Hz à 385 THz) et de l'incertitude sur la fréquence de l'étalon basé sur l'ion  $\text{Sr}^+$  ( $2 \times \pm 200 \text{ Hz} / 3 \simeq \pm 140 \text{ Hz}$  à 385 THz), ce qui fait grimper l'incertitude totale à ±1.5 kHz. La valeur finalement obtenue pour la fréquence absolue de la transition ( $5S_{1/2}$ ,  $F_g = 2$ ,  $5D_{5/2}$ ,  $F_e = 4$ ) du  $^{87}\text{Rb}$  est alors:

$$f(^{87}\text{Rb}, 5S_{1/2}(F_g = 2) - 5D_{5/2}(F_e = 4)) = 385\,284\,566\,370.4 \pm 1.5 \text{ kHz}$$

## 7.4 Discussion

La valeur de la fréquence absolue que nous avons déterminée pour la transition ( $5S_{1/2}$ ,  $F_g = 2$ ,  $5D_{5/2}$ ,  $F_e = 4$ ) du  $^{87}\text{Rb}$  [BER00] est en bon accord avec les différentes valeurs déjà publiées dans la littérature. Celles-ci sont énumérées au tableau 7.2 et représentées sous forme graphique à la figure 7.6.

Source	Fréquence de la transition ( $5S_{1/2}$ , $F_g = 2 - 5D_{5/2}$ , $F_e = 4$ ) du $^{87}\text{Rb}$
[NEZ93]	$385\,284\,566\,366.3 \pm 8.0$ kHz
[FEL95]	$385\,284\,566\,371.7 \pm 6.0$ kHz
[CIP97], [SCH99]	$385\,284\,566\,375.3 \pm 5.0$ kHz
CNRC/Université Laval [BER00]	$385\,284\,566\,370.4 \pm 1.5$ kHz

Tableau 7.2: Résumé des différentes mesures de la fréquence absolue de la transition ( $5S_{1/2}$ ,  $F_g = 2$ ,  $5D_{5/2}$ ,  $F_e = 4$ ) du  $^{87}\text{Rb}$ .

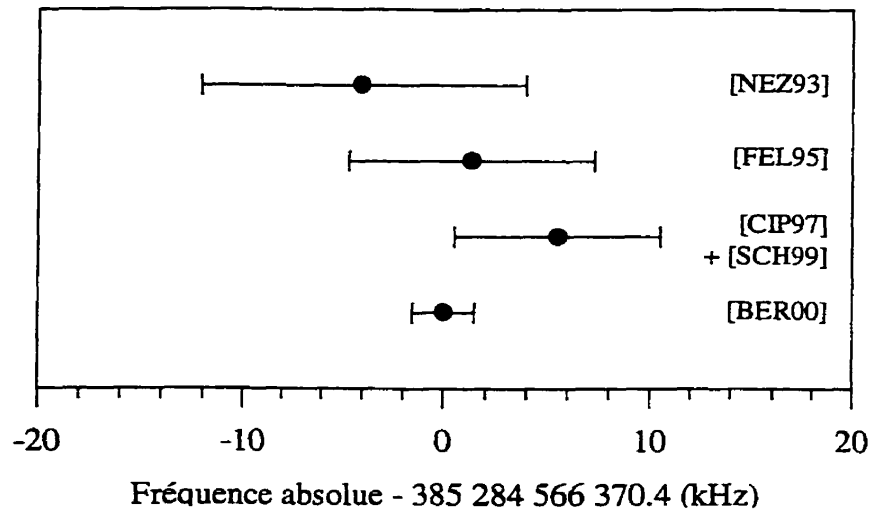


Figure 7.6: Évolution des mesures de la fréquence absolue de la transition ( $5S_{1/2}$ ,  $F_g = 2 - 5D_{5/2}$ ,  $F_e = 4$ ) du  $^{87}\text{Rb}$ .

Notons que nous reportons ici la valeur recommandée par le CIPM [CIP97], corrigée de  $-1131$  Hz pour tenir compte d'une mesure récente du laser à  $\text{CO}_2$  asservi sur  $\text{OsO}_4$  du LPTF [SCH99]. Ce laser était utilisé comme référence dans la chaîne de mesure de

la fréquence de la transition ( $5S_{1/2}, F_g = 3, 5D_{5/2}, F_e = 5$ ) du  $^{85}\text{Rb}$ , mesurée avec une incertitude de  $\pm 2$  kHz [TOU97].

# CONCLUSION

Nous avons présenté dans cette thèse la réalisation d'un étalon de fréquence optique absolue à 192.6 THz (1556.2 nm) basé sur une transition à deux photons du rubidium à 385.3 THz (778.1 nm). La génération de deuxième harmonique est utilisée pour le passage de 1556.2 nm à 778.1 nm.

Après avoir discuté au premier chapitre des causes des fluctuations de la fréquence des lasers à semiconducteurs et des diverses transitions atomiques et moléculaires disponibles pour leur asservissement autour de  $1.55 \mu\text{m}$ , nous avons présenté au deuxième chapitre un modèle théorique pour le calcul des profils de raies d'absorption à deux photons. Ce modèle utilise l'approche de la matrice densité d'une vapeur atomique. A partir de l'équation d'évolution de cette matrice, un traitement perturbatif permet d'obtenir la population de l'état excité à partir duquel est émise la fluorescence détectée expérimentalement. Quelques profils de raie observés avec des faisceaux polarisés linéairement  $y$  ont été présentés.

Comme ces transitions atomiques possèdent une largeur théorique de 300 kHz (à 778.1 nm), une source optique à spectre étroit a été réalisée. Elle est basée sur un laser DFB à 192.6 THz dont le spectre est affiné par feedback optique d'une cavité confocale utilisée hors-axe. Nous nous sommes intéressés à caractériser le spectre d'émission de cette source au moyen d'une technique hétérodyne. Ainsi, en présence de feedback optique, le spectre a la forme d'une lorentzienne à la puissance  $3/2$  et est dominé par le bruit en  $1/f$ . Une largeur de raie d'environ 3 kHz est obtenue pour le laser. Cette source est doublée en fréquence dans un cristal de niobate de lithium à domaines périodiquement inversés. Le signal de deuxième harmonique permet le contrôle par injection optique de la fréquence d'un laser plus puissant à 778 nm de type Fabry-Perot, nécessaire à la spectroscopie à deux photons. Nous avons également étudié le spectre de ce dernier, ce qui nous permet de déduire le spectre de la deuxième harmonique. Nous avons

trouvé pour ce dernier la même forme lorentzienne à la puissance  $3/2$  et une largeur de raie double de celle du laser fondamental. Toutes les considérations au sujet des sources ont été regroupées au chapitre 3.

Au chapitre 4, deux doubleurs de fréquence ont été étudiés. Le premier consiste en un cristal de niobate de potassium placé à l'intérieur d'une cavité en anneau afin d'accroître la puissance fondamentale dans le cristal et ainsi la production de deuxième harmonique. Avec cette méthode,  $15 \mu\text{W}$  de deuxième harmonique ont été générés. Cependant, la cavité requiert un asservissement ce qui rend l'ensemble assez complexe. Une approche plus simple a ensuite été envisagée et a conduit au développement d'un cristal de niobate de lithium à domaines périodiquement inversés, dont la réalisation a été possible grâce à une collaboration avec INO et le CRDV. Des échantillons de grande qualité possédant une période de  $19.2 \mu\text{m}$  ont été fabriqués et ont permis la génération d'une puissance de deuxième harmonique de  $7.6 \mu\text{W}$  avec une puissance fondamentale de  $53.1 \text{ mW}$ . De plus, nous avons observé la présence d'un signal vert correspondant à la somme de la fondamentale et de l'harmonique, qui permet d'envisager d'avoir une sortie optique à  $577.8 \text{ THz}$  ( $518.7 \text{ nm}$ ) pour notre étalon.

Au chapitre 5, les transitions à deux photons sans effet Doppler sont observées à l'aide du laser Fabry-Pérot injecté. Ce dernier est couplé dans une cavité résonante contenant la cellule de rubidium chauffée à  $90^\circ\text{C}$ , ce qui permet l'observation de raies d'une largeur d'environ  $400 \text{ kHz}$  (à  $778.1 \text{ nm}$ ). Les différents asservissements de fréquence nécessaires sont détaillés. Afin de mesurer la stabilité de fréquence, deux systèmes identiques ont été construits. La stabilité de fréquence du battement entre ces deux étalons est de  $2.5 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$  jusqu'à des temps de moyennage d'environ 30 secondes. Elle présente un plateau autour de  $6 \times 10^{-14}$  pour des temps  $\tau$  de 30 à 300 secondes et remonte en  $\tau^{1/2}$  à plus long terme.

Ces deux systèmes ont également permis de caractériser les effets systématiques modifiant la fréquence de la transition atomique ou le point d'asservissement. Au chapitre 6, nous avons étudié expérimentalement le déplacement lumineux et l'effet des offsets électroniques, les autres effets systématiques étant évalués théoriquement. La répétabi-

lité de la fréquence d'un système est d'environ 200 Hz ( $1 \times 10^{-12}$ ) et la reproductibilité de 400 Hz ( $2.1 \times 10^{-12}$ ).

Enfin, le chapitre 7 présente la mesure de la fréquence absolue de l'étalon, réalisée à l'aide d'une chaîne de fréquence construite spécifiquement pour cette application au CNRC, à Ottawa. Cette chaîne utilise plusieurs oscillateurs optiques et micro-ondes reliés en phase à l'étalon primaire au césium ou à un standard basé sur une transition d'un ion strontium piégé à 674 nm. La fréquence absolue de notre étalon est ainsi mesurée avec une incertitude de  $\pm 0.5$  kHz ( $2.6 \times 10^{-12}$ ). Après correction du déplacement lumineux et de l'effet relativiste, tel que recommandé par le CIPM, la fréquence absolue de la transition  $5S_{1/2}(F = 2) - 5D_{5/2}(F = 4)$  du  $^{87}\text{Rb}$  obtenue est de  $385\,284\,566\,370.4 \pm 1.5$  kHz ( $3.9 \times 10^{-12}$ ). Cette mesure représente la deuxième réalisée à l'aide d'une chaîne de fréquence liée à l'horloge au césium. La première avait été faite au Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences en 1997 à l'aide d'une chaîne complètement différente et avait permis de mesurer la fréquence de la transition  $5S_{1/2}(F = 3) - 5D_{5/2}(F = 5)$  du  $^{85}\text{Rb}$  avec une incertitude de  $\pm 2$  kHz [TOU97]. La valeur trouvée dans cette thèse s'accorde bien avec celle déduite de la mesure de Touahri *et al.* corrigée pour la fréquence du laser  $\text{CO}_2$  asservi sur  $\text{OsO}_4$  remesurée récemment [SCH99] et des mesures des écarts entre les différentes transitions par Felder *et al.* [FEL95].

La précision sur la fréquence absolue ainsi que la stabilité de fréquence et la largeur de raie atteinte dans cette thèse excèdent les besoins actuels pour les appareils de tests et mesures utilisés pour les systèmes de communications optiques. Les lasers stabilisés sur des raies d'absorption linéaire de l'acétylène et de HCN, plus simples à réaliser, sont souvent préférés, à l'heure actuelle, pour vérifier la calibration absolue des lambdamètres et des analyseurs de spectre optique. Toutefois, avec des instruments dont la résolution est de 20 MHz ( $1 \times 10^{-7}$ ) tel que le lambdamètre Burleigh, modèle WA-1500, l'asservissement sur la raie d'absorption linéaire de ces molécules doit être fait avec le plus grand soin, les effets systématiques influençant la fréquence étant presque du même ordre de grandeur que la précision demandée. De plus, la modulation de fréquence, d'une amplitude de quelques dizaines de MHz, imposée par l'asservissement au fond de ces raies moléculaires, peut être gênante. Notre système, quoiqu'encore au stade d'appareil de la-

boratoire, permet d'éliminer le doute sur la fréquence absolue dans ce type d'applications à la calibration tout en présentant une modulation de fréquence de faible amplitude (de quelques centaines de kHz). De plus, c'est un standard de fréquence reconnu par le Comité International des Poids et Mesures. Cette source est la plus stable réalisée jusqu'à présent autour de  $1.55 \mu\text{m}$  et elle présente la fréquence absolue la mieux connue dans cette bande de fréquence optique.

L'étalon réalisé a déjà été utilisé pour calibrer un  $\lambda$ damètre Burleigh, modèle WA-1500. Ce  $\lambda$ damètre fut ensuite utilisé pour mesurer la fréquence d'un laser DFB asservi sur une raie d'absorption linéaire de l'acétylène, ce qui a permis de confirmer la valeur de sa fréquence asservie.

### Perspectives

L'étalon de fréquence absolue présenté dans cette thèse pourrait être simplifié et rendu plus compact en utilisant un doubleur de fréquence encore plus efficace. Un tel doubleur peut être obtenu en inscrivant un guide d'onde sur un cristal PPLN. Le guide d'onde peut être réalisé par échange protonique suivi d'un recuit de plusieurs heures [BOR91, BOR94]. Avec une efficacité de 120 %/W pour un PPLN de 3 cm de longueur en régime guidé, telle qu'obtenue par Mahal *et al.* [MAH96], une puissance de deuxième harmonique d'environ 3.4 mW peut être générée avec 54 mW de puissance fondamentale. Une telle puissance peut être utilisée directement pour l'observation des transitions à deux photons, évitant ainsi l'étape d'injection optique. De tels travaux de réalisation de guides d'onde sur PPLN ont été entamés lors de cette thèse. Des résultats préliminaires ont conduit à l'observation de signaux de deuxième harmonique dans la bande de  $1.55 \mu\text{m}$ . Cependant, l'harmonique générée était produite dans des modes d'ordre supérieur à plusieurs lobes. Une optimisation du procédé de recuit est nécessaire pour réussir à générer l'onde harmonique dans le mode fondamental du guide d'onde et obtenir ainsi une efficacité de l'ordre de 120-250 %/W [MAH96, ARB97]. Pour rendre l'étalon encore plus simple, il serait possible d'enlever la cavité entourant la cellule de rubidium au détriment d'une perte de précision au niveau de la fréquence absolue [MIL94]. Cependant,

la réduction des fluctuations d'intensité, reliées au désalignement de la cavité, aurait probablement pour conséquence d'améliorer la stabilité de fréquence à long terme.

Concernant la stabilité de fréquence des étalons réalisés, une amélioration est sans doute possible en augmentant la puissance d'interrogation, *i.e.* le rapport signal sur bruit de la détection du signal de fluorescence. En effet, l'écart-type d'Allan limité par le bruit blanc de fréquence varie proportionnellement à  $\frac{\tau^{-1/2}}{Q(S/N)}$  où  $Q$  est le facteur de qualité de la résonance atomique et  $S/N$  le rapport signal sur bruit. Il serait aussi très intéressant d'effectuer une analyse de la stabilité de fréquence, telle que celle présentée par L. Hilico *et al.*, en mesurant la densité spectrale du bruit de courant du photomultiplicateur en régime asservi à l'aide d'un analyseur de spectre basses fréquences [HIL98]. De plus, un asservissement de la puissance intracavité tel que celui réalisé dans [TOU97] permettrait une amélioration de la stabilité à long terme de l'étalon de fréquence.

Finalement, certains effets systématiques supplémentaires demandent encore à être caractérisés, notamment l'effet de la température de la cellule de rubidium. Les plages de réglage des gains de l'étage proportionnel et intégrateur des asservissements étant assez restreintes, la modélisation de ces derniers permettrait de les optimiser.

Comme mentionné au chapitre 4, la génération du signal de troisième harmonique à 518.7 nm permet à l'étalon réalisé d'offrir trois fréquences absolues, une à 192.2 THz (proche infra-rouge), une à 385.1 THz (rouge) et une troisième à 576.6 THz (vert). La somme de la fondamentale et de l'harmonique observée dans le cristal PPLN utilisé dans cette thèse conduit à un signal vert d'une puissance très faible d'environ 0.5 pW. Toutefois, en sommant les sorties utiles de notre étalon de fréquence dans un cristal PPLN de période 6.9  $\mu\text{m}$ , il sera possible d'obtenir une puissance de lumière verte de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{W}$  (voire quelques mW en géométrie guidée sur PPLN).



# ANNEXE A

## PROPRIÉTÉS DU RUBIDIUM

Cette annexe présente certaines caractéristiques de l'atome de rubidium ainsi que les expressions nécessaires au calcul présenté au chapitre 2.

### A.1 Structure énergétique de l'atome de rubidium

Le diagramme des niveaux d'énergie du rubidium est donné sur la figure A.1. On y retrouve les longueurs d'onde dans le vide des transitions dipolaires électriques permises. Le détail de la structure hyperfine du rubidium impliquée dans les transitions à deux photons ( $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$ ) est donné sur la figure A.2.

#### A.1.1 Écarts de fréquences hyperfins

Les écarts hyperfins se calculent en utilisant l'expression [ARI77]:

$$\nu_{hf} = \frac{1}{2}AK + B\frac{\frac{3}{2}K(K+1) - 2I(I+1)J(J+1)}{2I(2I-1)2J(2J-1)}$$

où  $K = F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)$ .  $A$  et  $B$  sont les constantes de couplage dipolaire magnétique et quadripolaire électrique respectivement. Elles sont données au tableau A.1 pour les niveaux d'intérêt.

Rappelons que la valeur du moment cinétique de spin du noyau  $I$  du  $^{85}\text{Rb}$  est de  $5/2$  et de  $3/2$  pour le  $^{87}\text{Rb}$ . Enfin, le déplacement isotopique des transitions  $5S_{1/2}-5D_{3/2}$  et  $5S_{1/2}-5D_{5/2}$  est de  $-165.230$  MHz et  $-163.033$  MHz respectivement [NEZ93], l'isotope 87 étant pris comme référence (voir fig. A.2 et tableau A.1).

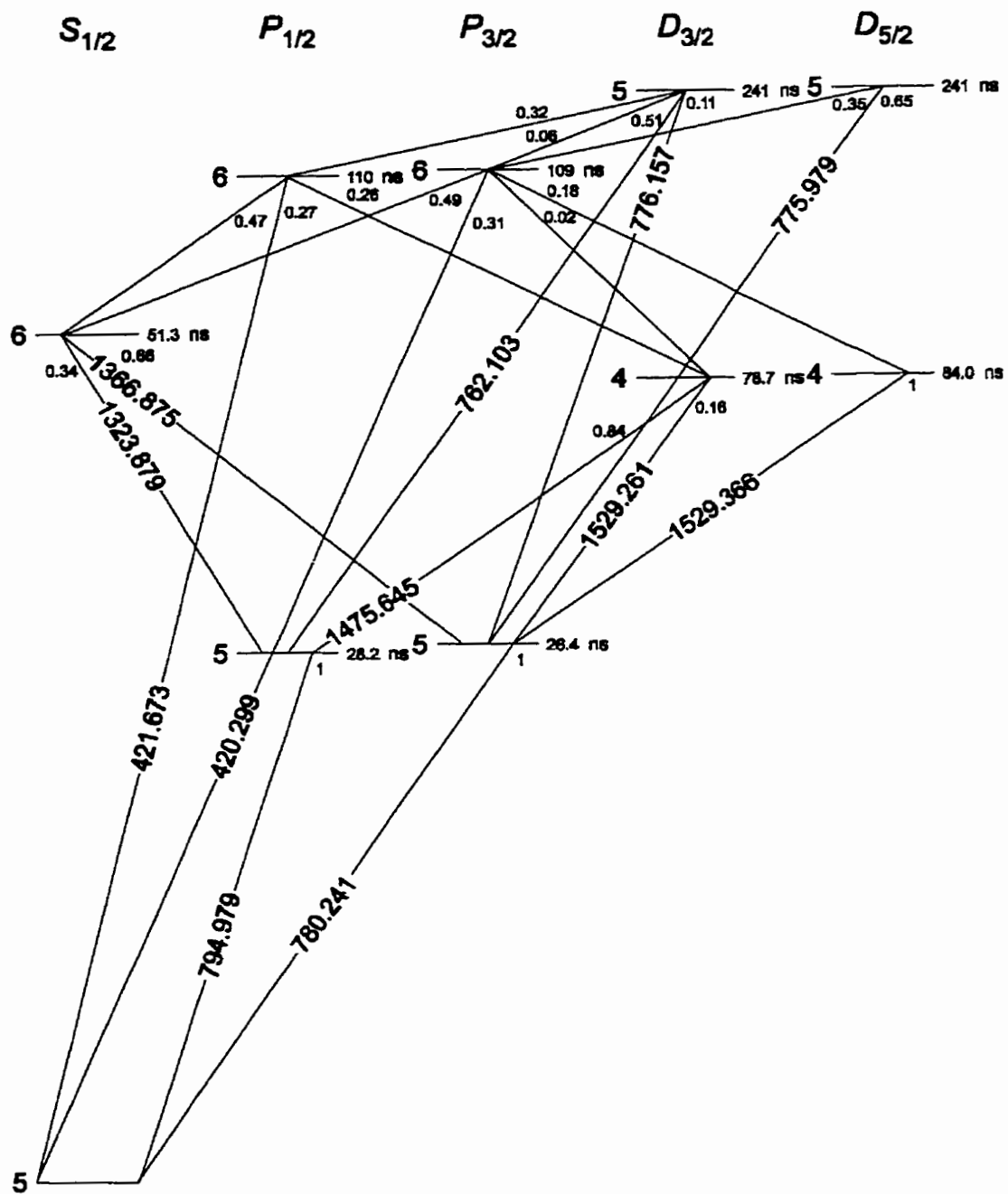


Figure A.1: Structure énergétique de l'atome de rubidium.

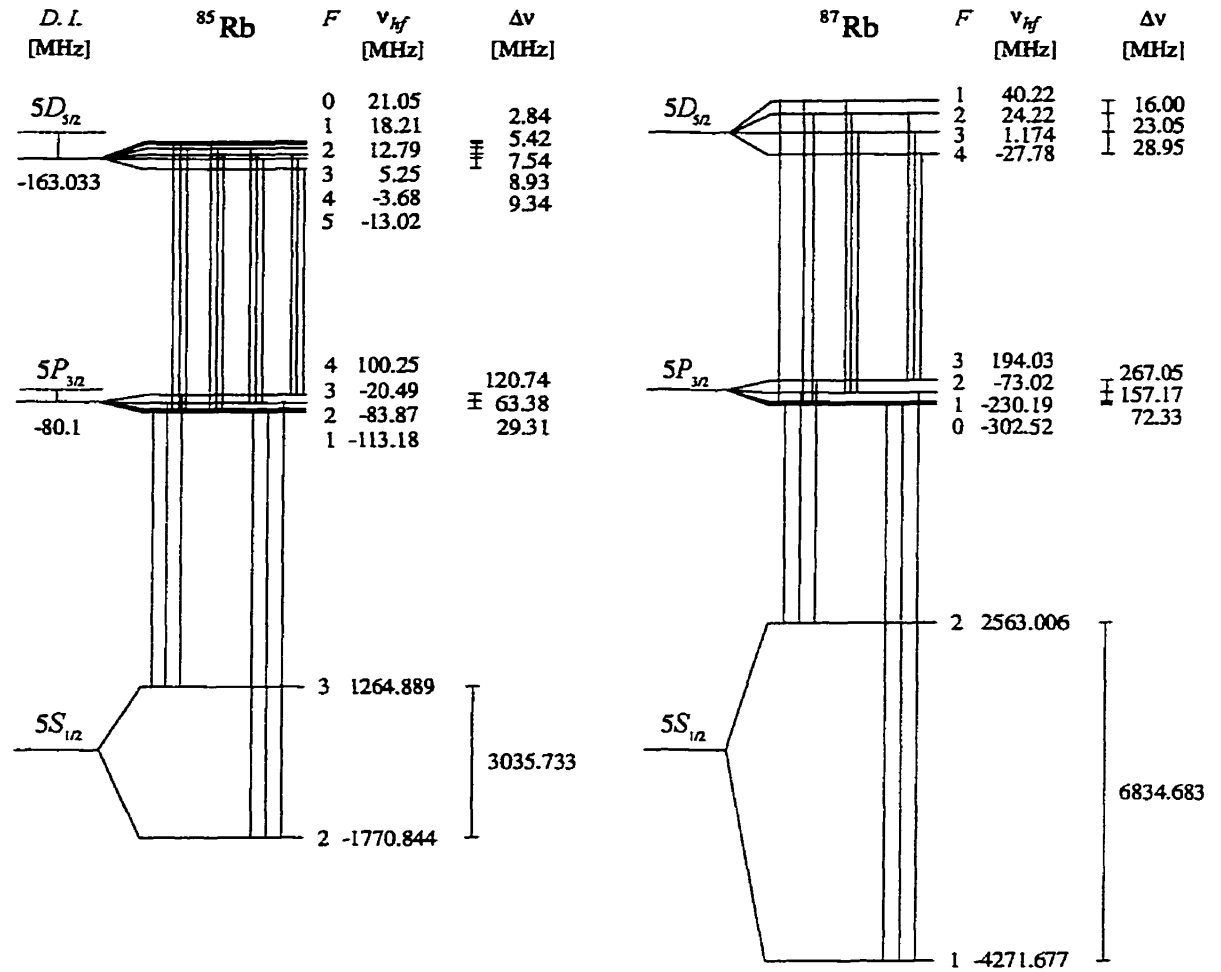


Figure A.2: Structure hyperfine de l'atome de rubidium pour les niveaux impliqués dans la transition à deux photons  $5S_{1/2} - 5D_{5/2}$  (*D. I.*: déplacement isotopique).

Niveau	$^{85}\text{Rb}$				$^{87}\text{Rb}$		
	<i>A</i> [MHz]	<i>B</i> [MHz]	<i>D. I.</i> [MHz]	Réf.	<i>A</i> [MHz]	<i>B</i> [MHz]	Réf.
$5S_{1/2}$	1011.910813	0	—	[BRE91]	3417.34130642	0	[BRE91]
$5P_{1/2}$	120.72	0	-77.3	[BRE91]	406.2	0	[BRE91]
$5P_{3/2}$	25.009	25.88	-80.1	[BRE91]	84.7185	12.4965	[YE96]
$5D_{3/2}$	4.2699	1.9106	-165.230	[NEZ94]	14.4303	0.9320	[NEZ94]
$5D_{5/2}$	-2.2119	2.6920	-163.033	[MIL98b]	-7.4608	1.2750	[MIL98b]

Tableau A.1: Constantes dipolaire magnétique *A* et quadrupolaire électrique *B* du rubidium et déplacements isotopiques (*D. I.*).

### A.1.2 Temps de vie du niveau 5D

Plusieurs valeurs du temps de vie  $\tau_b$  du niveau excité 5D sont données dans la littérature. Le tableau A.2 indique ces différentes valeurs ainsi que la pleine largeur correspondante pour la transition à deux photons à 778 nm.

$\tau_b$	$\Delta\nu_L$	Référence
241 ns	330 kHz	[HEA61]
266 ns	300 kHz	[LIN77]
$230 \pm 23$ ns	$346^{+38}_{-31}$ kHz	[MAR80]
$205 \pm 40$ ns	$388^{+94}_{-63}$ kHz	[TAI75]

Tableau A.2: Valeurs publiées pour le temps de vie du niveau excité et largeur de la transition à deux photons à 778 nm.

### A.2 Densité

La densité d'atomes de la vapeur de rubidium est:

$$N = \frac{P}{kT}$$

où  $k = 1.380658 \times 10^{-23}$  J/K est la constante de Boltzmann. L'expression suivante avec les coefficients du tableau A.3 permet le calcul de la pression:

$$\log P [\text{Pa}] = A - \frac{B}{T} + CT + D \log T + \log(133.322)$$

La figure A.3 illustre la variation de la pression selon la température. Rappelons que  $P [\text{Pa}] = P [\text{Torr}] \times 133.322$ .

$T$ [°C]	A	B	C	D	Réf.
< 38.89	-94.04826	1961.258	-0.03771687	42.57526	[DIC41]
≥ 38.89	11.722	4302	0	-1.5	[NES63]

Tableau A.3: Valeurs des coefficients A, B, C et D pour le calcul de la pression du rubidium [NES63].

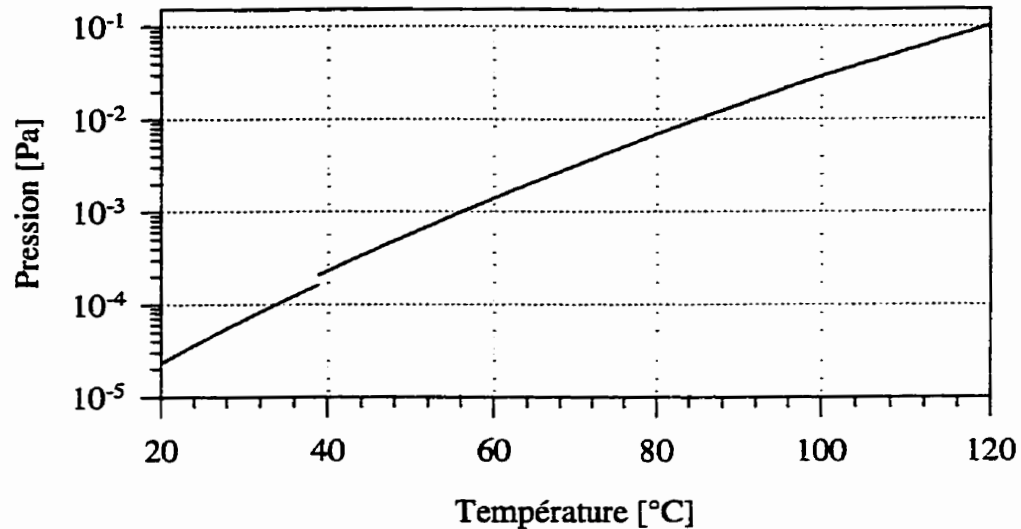


Figure A.3: Variation de la pression d'une vapeur de rubidium en fonction de la température. Le point de fusion du rubidium est de 38.89°C.

### A.3 Coefficients de transfert

Les figures suivantes donnent les coefficients de transfert qui interviennent pour le calcul des probabilités de transition à deux photons entre les niveaux  $5S_{1/2}$  et  $5D_{3/2}$  ou  $5D_{5/2}$  pour le rubidium 87. Ces coefficients sont calculés à partir de l'équation (A.1) [CLE84].

$$a(F_j m_j : F_i m_i : q) = (-1)^{1+I+J_j+F_j+F_i-m_j} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\sqrt{(2F_j+1)(2F_i+1)(2J_j+1)}}{\times \begin{pmatrix} F_j & 1 & F_i \\ -m_j & q & m_i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} F_j & 1 & F_i \\ J_i & I & J_j \end{Bmatrix}}$$

où  $a(F_j m_j : F_i m_i : q)$  est le coefficient de transfert du niveau  $F_i m_i$  vers le niveau  $F_j m_j$  exprimé en fonction des coefficients  $(3j)$  et  $\{6j\}$ . Notons que ces coefficients possèdent la propriété suivante:

$$a(F_i m_i : F_j m_j : q) = a(F_i m_i : F_j m_j) \delta(m_i, m_j + q)$$

Les figures A.4 à A.17 montrent les coefficients de transfert pour les transitions  $5S_{1/2} - 5P_{1/2}$ ,  $5S_{1/2} - 5P_{3/2}$ ,  $5P_{1/2} - 5D_{3/2}$ ,  $5P_{3/2} - 5D_{3/2}$  et  $5P_{3/2} - 5D_{5/2}$ .

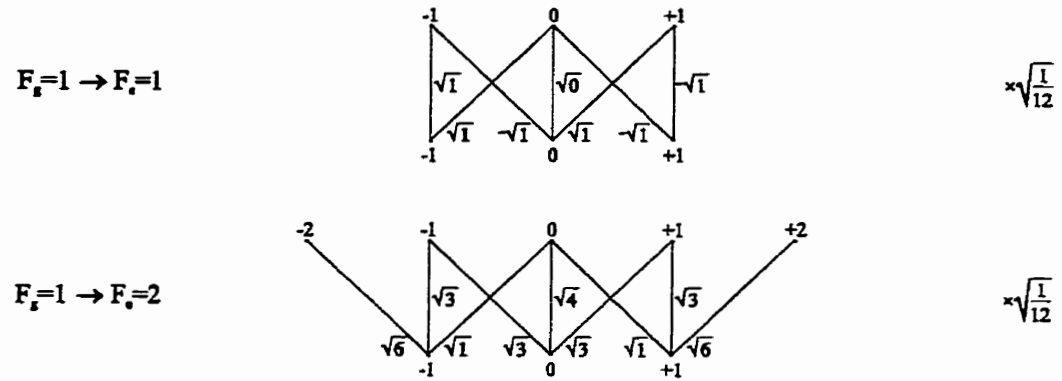


Figure A.4: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_e m_e : F_g m_g)$  pour les transitions  $5S_{1/2}, F_g = 1 \leftrightarrow 5P_{1/2}, F_e = 1, 2$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

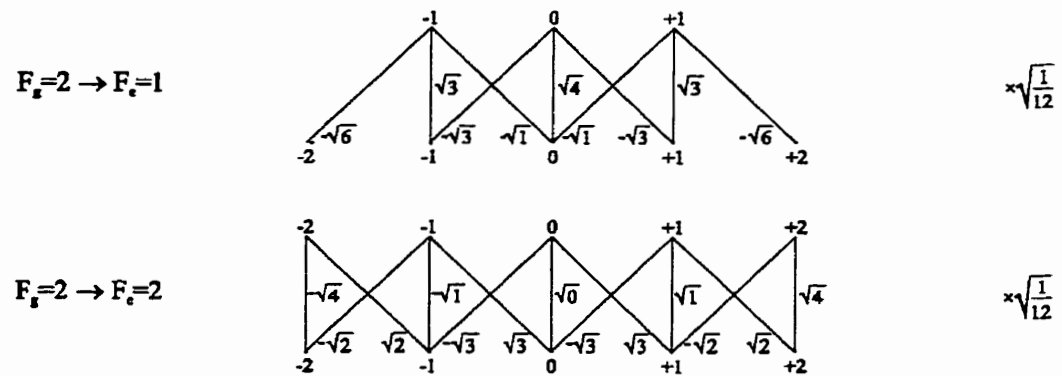


Figure A.5: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_e m_e : F_g m_g)$  pour les transitions  $5S_{1/2}, F_g = 2 \leftrightarrow 5P_{1/2}, F_e = 1, 2$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

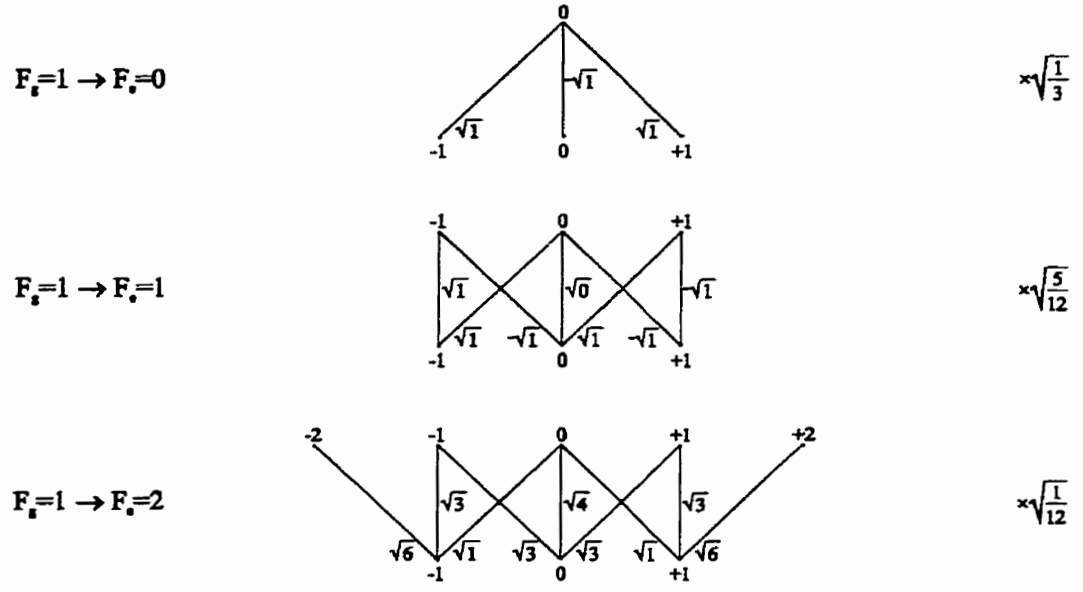


Figure A.6: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_e m_e : F_g m_g)$  pour les transitions  $5S_{1/2}, F_g = 1 \leftrightarrow 5P_{3/2}, F_e = 0, 1, 2$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

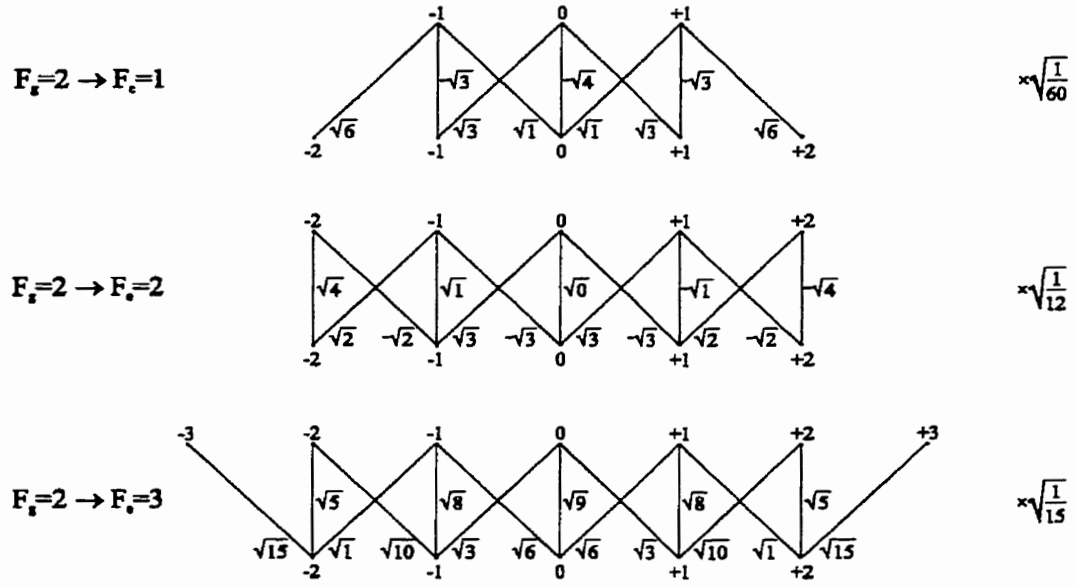


Figure A.7: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_e m_e : F_g m_g)$  pour les transitions  $5S_{1/2}, F_g = 2 \leftrightarrow 5P_{3/2}, F_e = 1, 2, 3$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

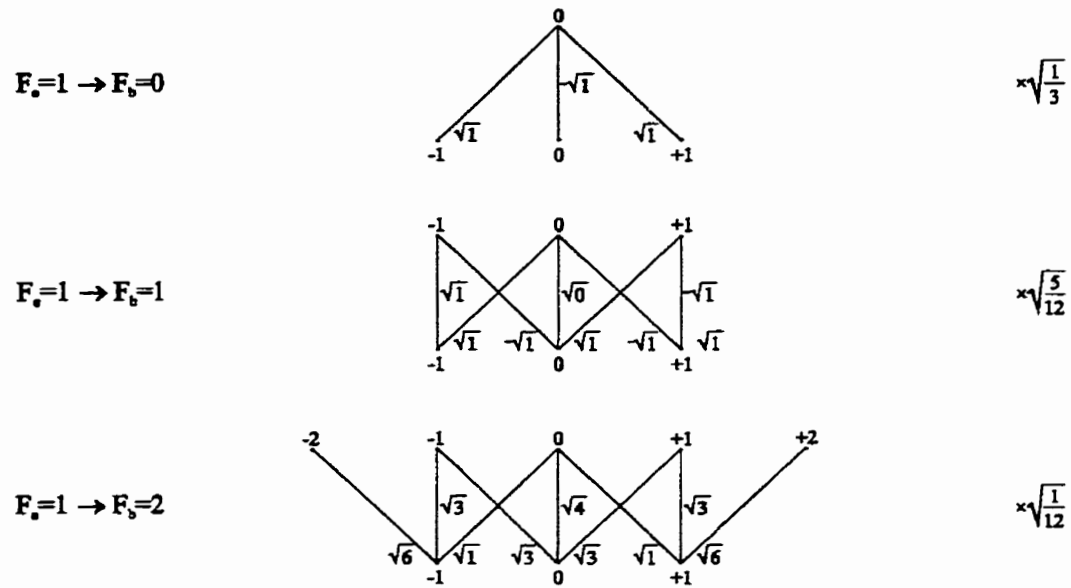


Figure A.8: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b : F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{1/2}, F_e = 1 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 0, 1, 2$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

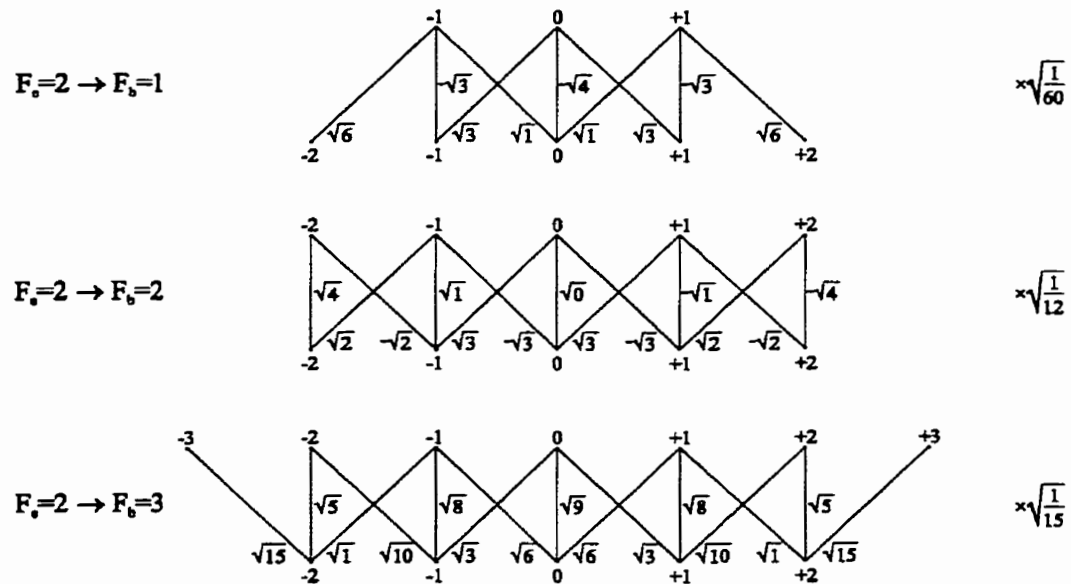


Figure A.9: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b : F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{1/2}, F_e = 2 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 1, 2, 3$  du  $^{87}\text{Rb}$ .



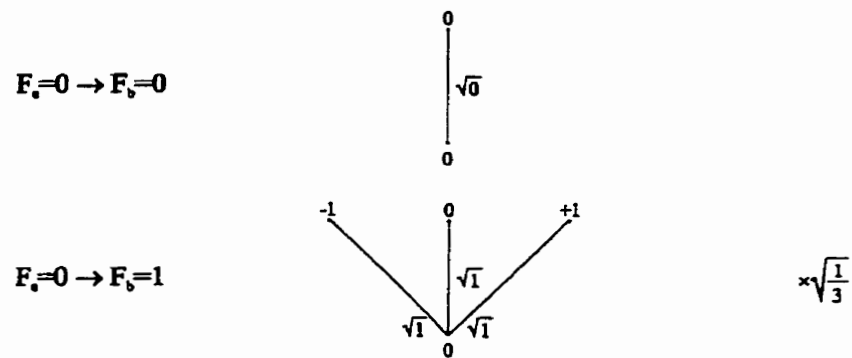


Figure A.10: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b : F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{3/2}, F_e = 0 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 0, 1$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

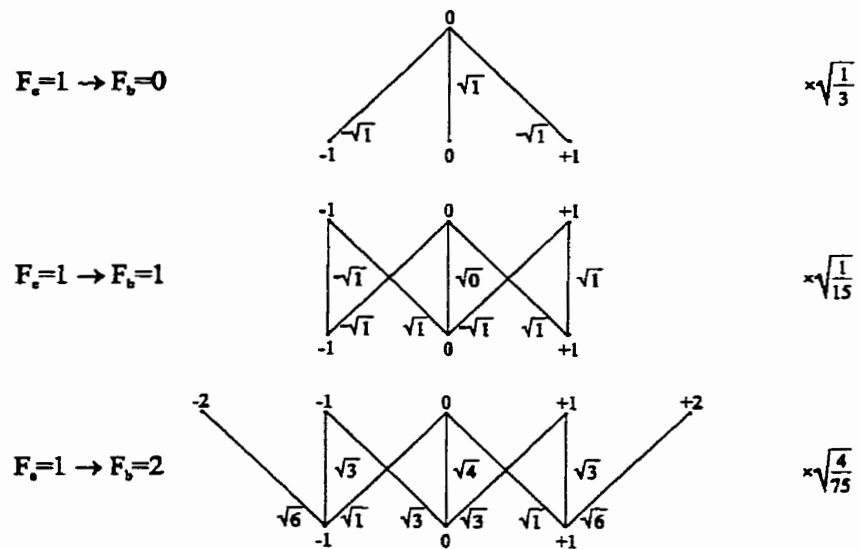


Figure A.11: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b : F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{3/2}, F_e = 1 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 0, 1, 2$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

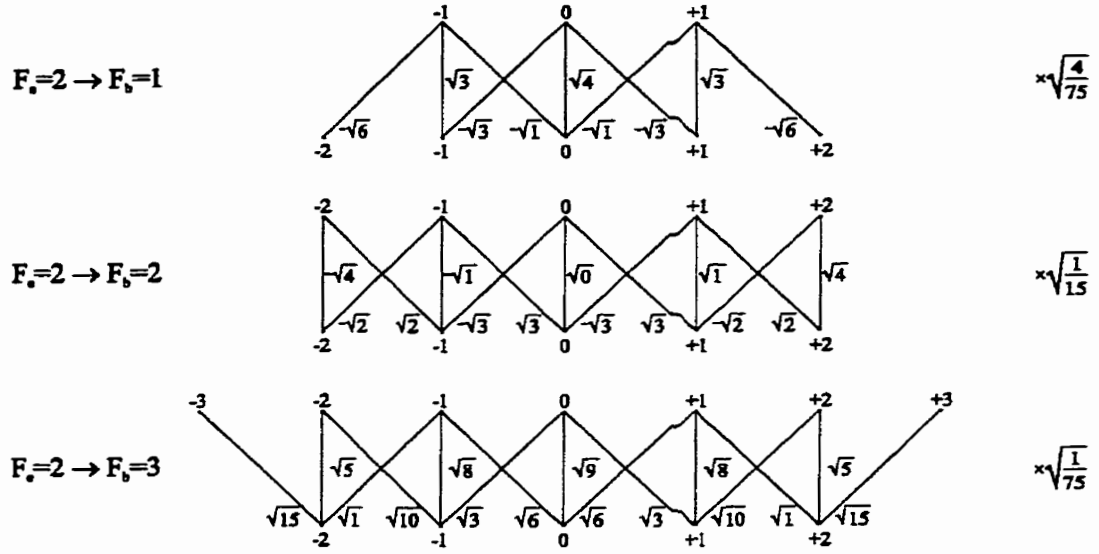


Figure A.12: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b : F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{3/2}, F_e = 2 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 1, 2, 3$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

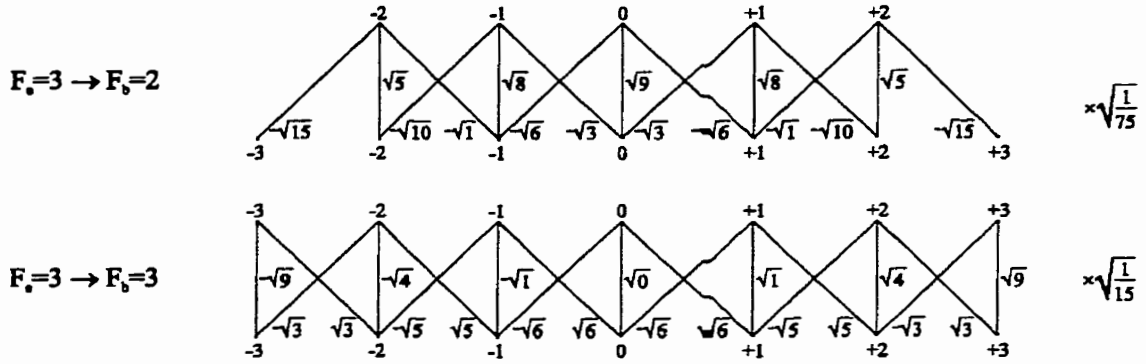


Figure A.13: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b : F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{3/2}, F_e = 3 \leftrightarrow 5D_{3/2}, F_b = 2, 3$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

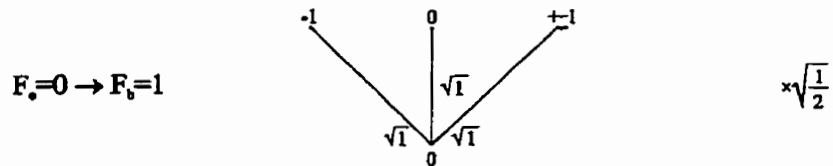


Figure A.14: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b : F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{3/2}, F_e = 0 \leftrightarrow 5D_{5/2}, F_b = 1$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

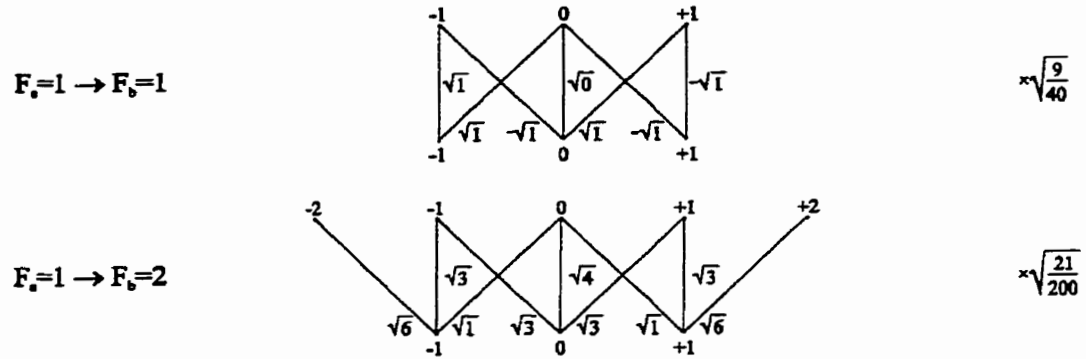


Figure A.15: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b : F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{3/2}, F_e = 1 \leftrightarrow 5D_{5/2}, F_b = 1, 2$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

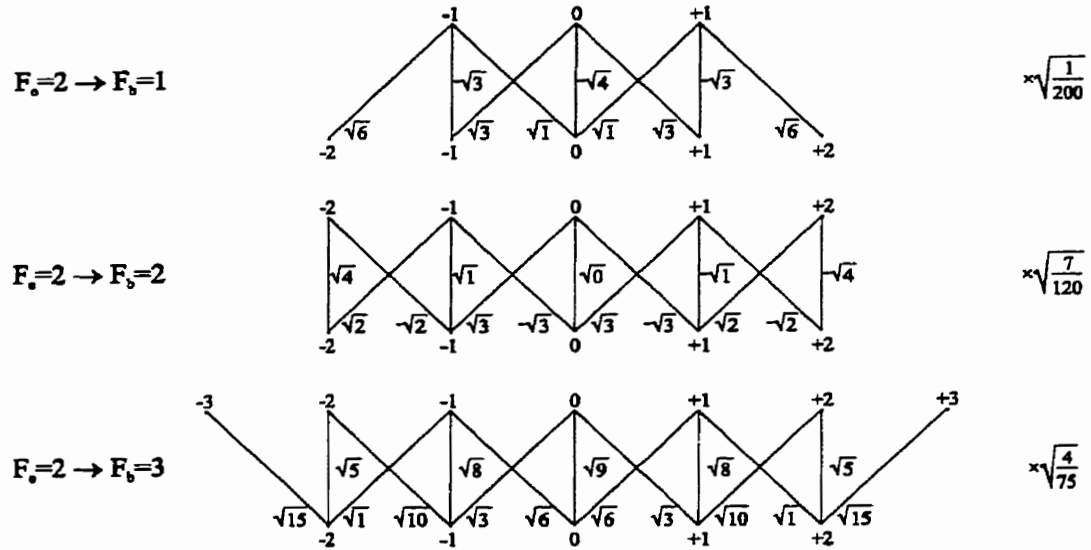


Figure A.16: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b : F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{3/2}, F_e = 2 \leftrightarrow 5D_{5/2}, F_b = 1, 2, 3$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

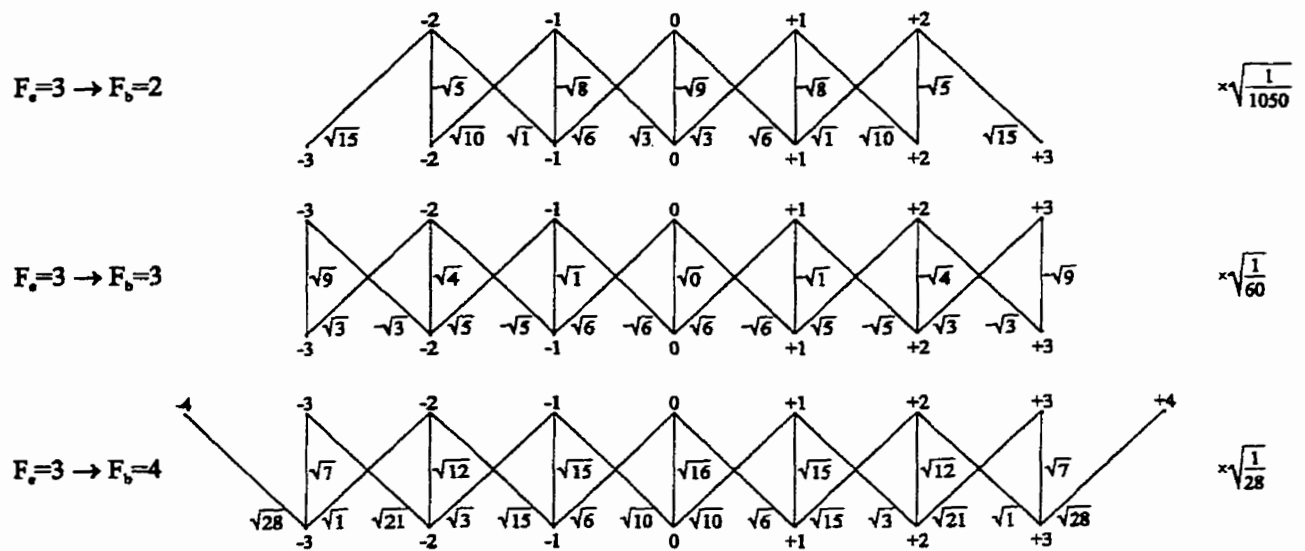


Figure A.17: Diagramme des coefficients de transfert  $a(F_b m_b; F_e m_e)$  pour les transitions  $5P_{3/2}, F_e = 3 \leftrightarrow 5D_{5/2}, F_b = 2, 3, 4$  du  $^{87}\text{Rb}$ .

# ANNEXE B

## SUPPLÉMENT DU CHAPITRE 5

### B.1 Cellules de rubidium

#### B.1.1 Procédure de remplissage

Les cellules de verre ainsi que la charge de rubidium scellée sont installées sur le banc de remplissage. Un vide primaire ( $< 1$  mTorr) est d'abord obtenu à l'aide de deux pompes cryogéniques. On réalise ensuite un pré-étuvage de la verrerie en la chauffant à  $100^{\circ}\text{C}$  à l'aide d'un caisson de chauffage dont on peut ajuster la position verticale. Après ce premier étuvage, les pompes cryogéniques sont fermées et sont relayées par une pompe ionique qui permet d'atteindre un vide inférieur à  $4 \times 10^{-10}$  Torr. On procède ensuite à un étuvage de la verrerie et de la section d'ultra-vide à  $350-400^{\circ}\text{C}$  pendant plusieurs jours. Dans cette opération, le caisson de chauffage est positionné pour que la charge de rubidium soit à l'extérieur de ce dernier. Après cet étuvage, la queue de cochon de la charge de rubidium est cassée à l'aide d'une bille métallique. La pompe ionique est isolée de la verrerie quelques minutes plus tard. Le caisson de chauffage est ensuite ajusté de telle sorte que les cellules se situent à l'extérieur et restent à la température ambiante. On chauffe ensuite l'intérieur du caisson jusqu'à  $175^{\circ}\text{C}$  et la migration du rubidium s'effectue vers les cellules en quelques heures. Les cellules sont finalement scellées.

#### B.1.2 Circuit de chauffage des cellules

Comme le signal de fluorescence est proportionnel à la densité d'atomes, nous avons avantage à chauffer les cellules de rubidium afin d'augmenter l'absorption à deux photons ainsi que le rapport signal sur bruit de la détection. Nous avons construit un four en cuivre qui reçoit la cellule de rubidium (fig. B.1). Un fil résistif torsadé est enroulé autour la

partie qui contient le corps de la cellule pour permettre un chauffage uniforme. La partie du four contenant le queusot de la cellule n'est pas chauffé directement et est à une température d'environ 7 degrés inférieure à celle du corps de la cellule.



Figure B.1: Le four en cuivre et la cellule de rubidium.

Nous avons conçu un circuit de chauffage nous permettant d'asservir la température de la cellule. Le circuit utilisé est représenté sur la figure B.2. Trois thermistances sont collées sur le support en cuivre. L'une d'elles donne la température du queusot, l'autre, la température du corps de la cellule. La troisième thermistance, à côté de la thermistance de lecture du corps, sert pour l'asservissement. Le support est chauffé en utilisant un fil résistif torsadé de  $47.6 \Omega$ . La résistance linéaire du fil est de  $8.118 \Omega/\text{pied}$ . Le courant maximal fourni au fil chauffant est de 394 mA pour une puissance de 7.4 W. Le circuit comprend un comparateur de tension permettant de limiter la température de la cellule à  $110^\circ\text{C}$ . Afin que cette protection soit opérationnelle, le commutateur doit être en position "protection" (indication "Vth" sur le contrôleur). Avec le commutateur en position "lecture" (indication "Rth"), la sortie BNC à l'arrière de la boîte donne la valeur de la thermistance de lecture du corps. Une deuxième sortie BNC donne la valeur de la thermistance de lecture du queusot.

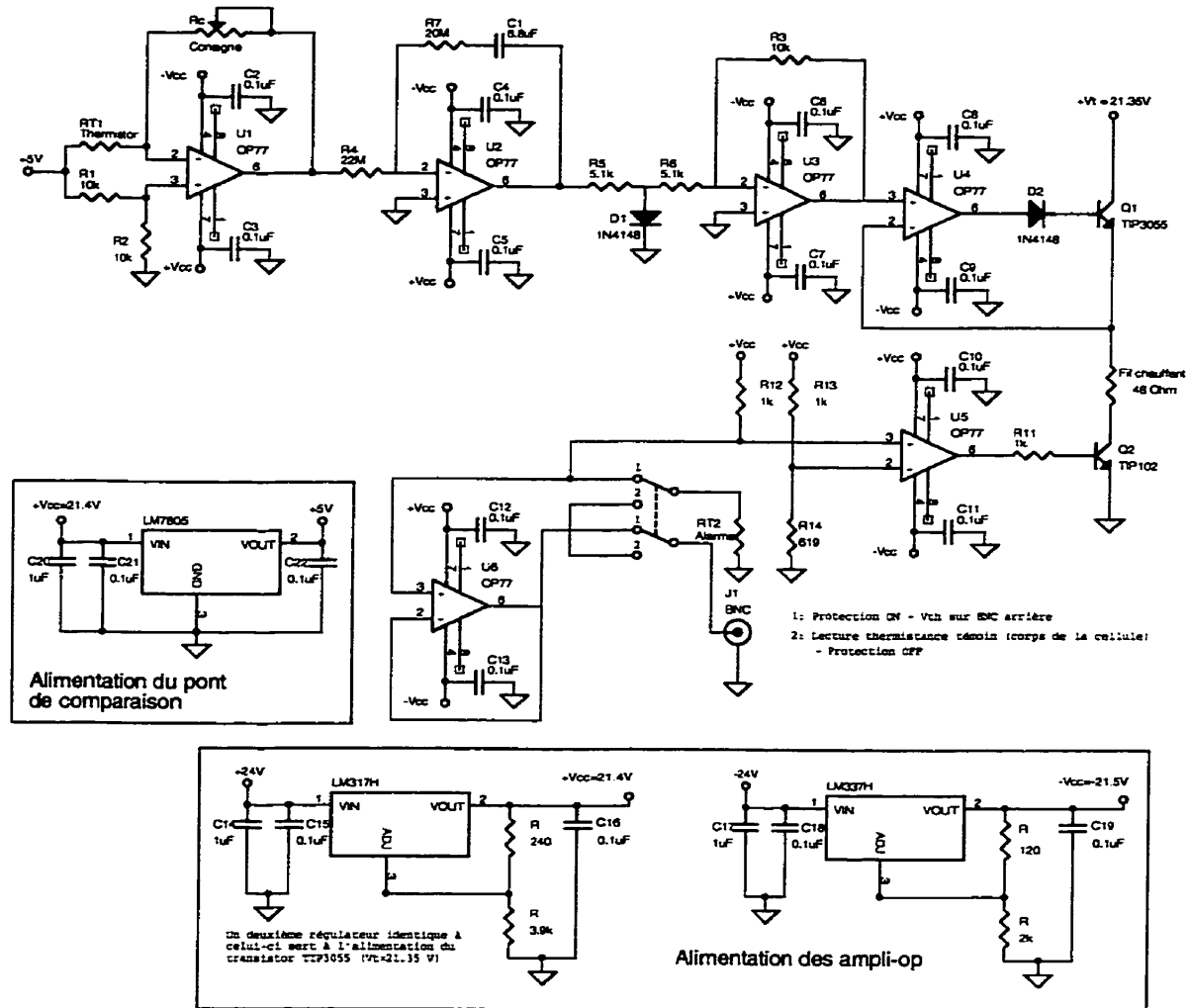


Figure B.2: Circuit de chauffage de la cellule de rubidium.

Nous avons acquis la valeur de la thermistance de lecture du corps de la cellule pour une commande de température de  $90^{\circ}\text{C}$ . La figure B.3 présente cette réponse. Le système, partant de la température ambiante met environ 5 heures pour atteindre  $90^{\circ}\text{C}$ . En régime permanent, le courant circulant dans le fil chauffant est de  $\sim 375\text{ mA}$  pour une puissance fournie d'environ  $6.7\text{ W}$ . La température du queusot est alors d'environ  $83^{\circ}\text{C}$ . Nous montrons également sur la figure B.3 la réponse du système à un essai de lâcher ayant une commande de  $80^{\circ}\text{C}$ .

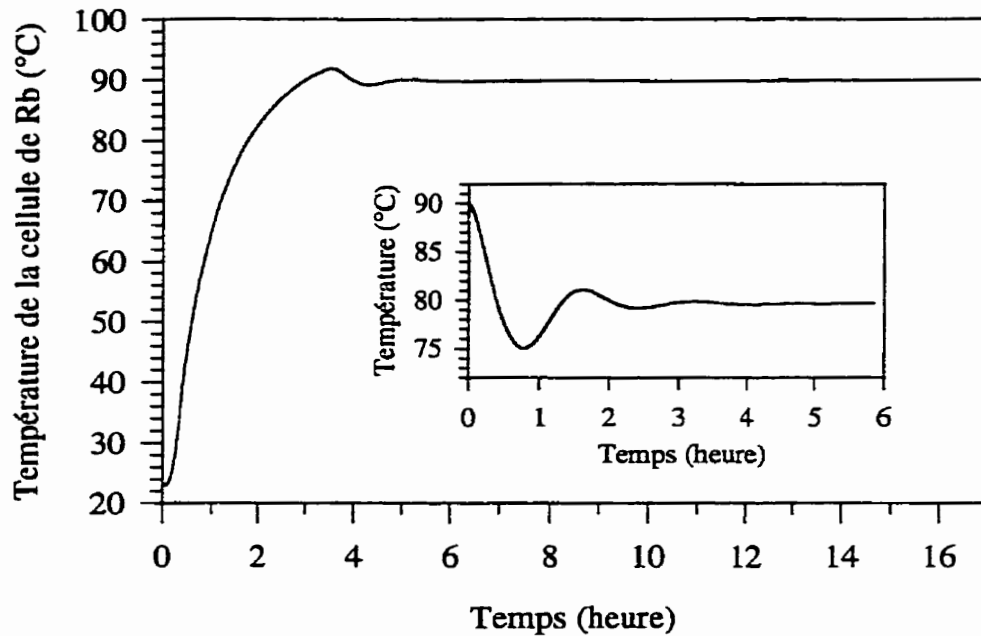


Figure B.3: Evolution de la température de la cellule pour une consigne de 90°C à partir de la température ambiante. En encadré: essai de lâcher avec une consigne de 80°C.

## B.2 Efficacité de collection de la fluorescence

L'estimation de l'efficacité de collection a été effectuée en collaboration avec M Jérôme Genest. Nous donnons ici les grandes lignes du calcul. La figure B.4 montre les éléments intervenant dans la collection de la fluorescence. L'effet des filtres optiques, non représentés sur la figure, n'est pas considéré.

Considérons tout d'abord le système illustré à la figure B.5. Dans un tel système, la puissance  $P_A$  reçue par la surface  $A$  illuminée par une source de surface  $S$ , de radiance  $L$  [ $\frac{W}{m^2 sr}$ ] est [MOL88]:

$$P_A = \int_S \int_A L \frac{dA dS \cos^2 \alpha}{R^2} \quad (\text{B.1})$$

où  $R$  est la distance entre les deux éléments de surface  $dA$  et  $dS$  et  $\alpha$ , l'angle entre la normale aux éléments de surface (supposés parallèle entre eux) et le segment  $\overline{dS - dA}$ . Dans la suite, nous considérerons que tous les éléments de la source ont la même radiance.



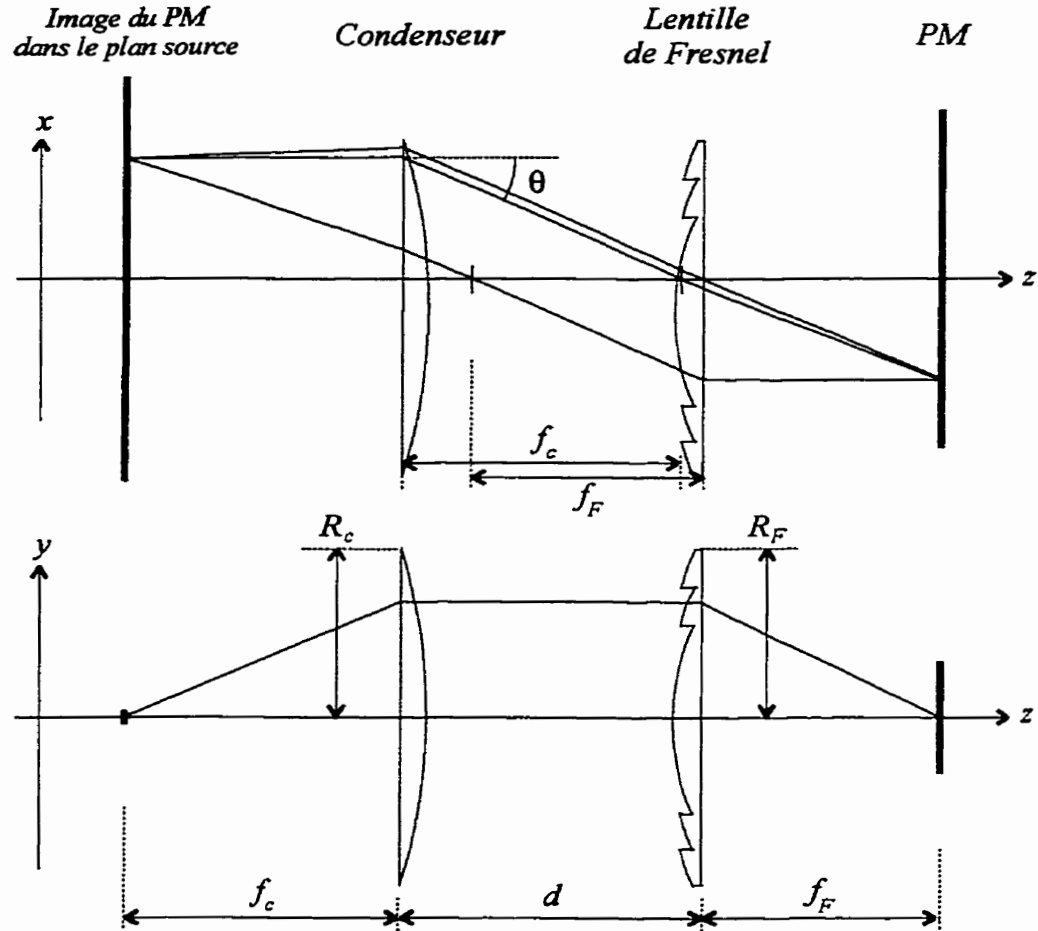


Figure B.4: Système optique permettant la collection de la fluorescence émise par les atomes de rubidium.

Dans notre cas, la surface  $A$  est la surface du condenseur et  $f_c$  sa distance focale. Avec  $\cos \alpha = f_c/R$  et  $R = \sqrt{f_c^2 + (x_s - x_a)^2 + (y_s - y_a)^2}$ , nous obtenons après intégration de l'expression B.1 sur  $A$ :

$$P_A = \frac{\pi}{2} L \int_S \left[ 1 + \frac{R_c^2 - r_s^2 - f_c^2}{\sqrt{f_c^4 + 2f_c^2 R_c^2 + R_c^4 + 2f_c^2 r_s^2 - 2R_c^2 r_s^2 + r_s^4}} \right] dS \quad (\text{B.2})$$

où  $R_c$  est le rayon du condenseur et  $r_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$ .

La grandeur de l'image projetée par le photomultiplicateur sur la source nous permet de déterminer la portion de la source effectivement visible par le photomultiplicateur. Dans le plan  $yz$ , l'image du photomultiplicateur, de largeur  $l_{PM}$ , est plus grande que la

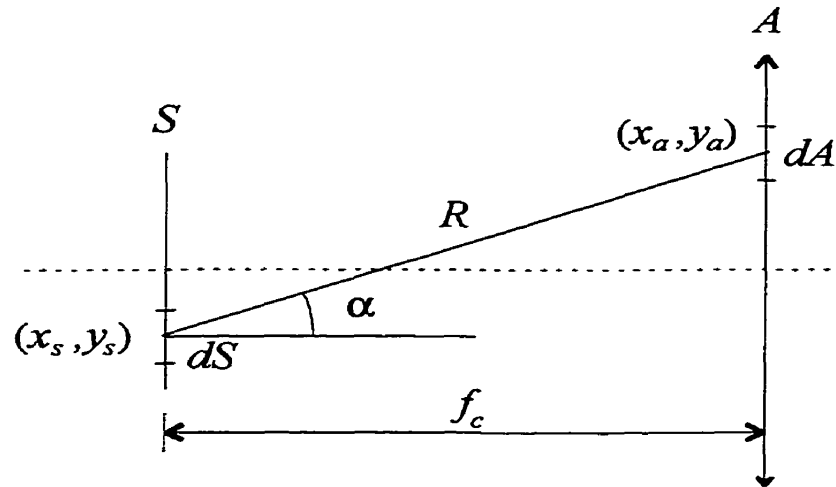


Figure B.5: Éclairement d'un élément de surface  $dA$  par un élément de surface  $dS$ .

dimension du faisceau. La source est donc vue complètement dans ce plan et l'intégration sur la surface de la source se fera, selon l'axe  $y$ , de  $-w$  à  $+w$  où  $w$  est le rayon du faisceau gaussien dans la cellule. Dans le plan  $xz$ , la dimension de l'image du photomultiplicateur, de longueur  $L_{PM}$ , dans le plan source est de  $L_{PM} \frac{f_c}{f_F}$  et l'intégration, selon la direction  $x$ , se fera de  $-L_{PM} \frac{f_c}{2f_F}$  à  $+L_{PM} \frac{f_c}{2f_F}$ .

L'équation B.2 représente la puissance passant au travers du condenseur. Celle-ci se rendrait en totalité si la lentille de Fresnel avait un diamètre infini. En réalité, une partie de la puissance est cachée au photomultiplicateur en raison de la taille finie de la lentille de Fresnel, ce qui est appelé *vignetting*. Celui-ci dépend de l'angle  $\theta$  à la sortie du condenseur, de la distance  $d$  entre les deux lentilles et du diamètre de la lentille de Fresnel. Notons que le *vignetting* est non-négligeable uniquement dans le plan  $xz$  puisque dans le plan  $yz$ , tous les rayons passant au travers du condenseur sont imagés sur le photomultiplicateur. Remarquons que l'intégrande de l'équation B.2 représente la puissance arrivant sur le condenseur d'un point source situé en  $(x_s, y_s)$ . Comme ce point est situé au foyer du condenseur, tous les rayons captés seront retransmis avec un angle  $\theta$ . Nous supposons que le faisceau transmis est une onde plane. Celui-ci est incident sur la lentille de Fresnel.

La proportion de l'onde plane interceptée par la lentille de Fresnel est:

$$\begin{aligned}
 V(\theta) &= \frac{\int_{-R_F}^{R_F-d \tan \theta} \int_{-\sqrt{R_F^2-x^2}}^{\sqrt{R_F^2-x^2}} dy dx}{\pi R_c^2} \\
 &= \frac{2 \int_{-R_F}^{R_F-d \tan \theta} \sqrt{R_F^2-x^2} dx}{\pi R_c^2}
 \end{aligned}$$

Cette fonction est tracée à la figure B.6. Comme à chaque point  $(x_s, y_s)$  est associée un angle  $\theta$ , il faut donc multiplier l'intégrande de l'équation B.2 par la fonction de *vignetting*  $V(\theta)$ . Comme celle-ci fait intervenir  $\theta$  implicitement, nous utiliserons l'approximation  $V(\theta) \simeq \cos(\frac{\pi}{1.7}\theta)$  pour la représenter. Ceci permettra l'évaluation de l'intégrale. La puissance reçue au photomultiplicateur est finalement:

$$\begin{aligned}
 P_{PM} &= \frac{\pi}{2} L \int_{-w}^w \int_{-L_{PM} \frac{f_c}{2f_F}}^{L_{PM} \frac{f_c}{2f_F}} \left[ 1 + \frac{R_c^2 - r_s^2 - f_c^2}{\sqrt{f_c^4 + 2f_c^2 R_c^2 + R_c^4 + 2f_c^2 r_s^2 - 2R_c^2 r_s^2 + r_s^4}} \right] \\
 &\quad \times V(\theta) dx_s dy_s \\
 &= \frac{\pi}{2} L \int_{-w}^w \int_{-L_{PM} \frac{f_c}{2f_F}}^{L_{PM} \frac{f_c}{2f_F}} \left[ 1 + \frac{R_c^2 - r_s^2 - f_c^2}{\sqrt{f_c^4 + 2f_c^2 R_c^2 + R_c^4 + 2f_c^2 r_s^2 - 2R_c^2 r_s^2 + r_s^4}} \right] \\
 &\quad \times \cos \left( \frac{\pi}{1.7} \arccos \frac{f_c}{\sqrt{f_c^2 + x_s^2 + y_s^2}} \right) dx_s dy_s
 \end{aligned}$$

D'autre part, la puissance totale  $P_{tot}$  émise par la source d'aire  $A_S$  dans tout l'espace ( $4\pi$  stéradians) est  $4\pi L A_S^1$ . On peut alors calculer l'efficacité de collection de la fluorescence:  $\eta_{coll} = \frac{P_{PM}}{P_{tot}}$ . Les valeurs numériques des différents paramètres sont données au tableau B.1. On obtient une efficacité de collection de la fluorescence de 4.9 %. Sans tenir compte du *vignetting*, l'efficacité de conversion est de 6.4 %.

---

<sup>1</sup> On a considéré une source ponctuelle de même puissance que la source planeaire d'aire  $A$ .

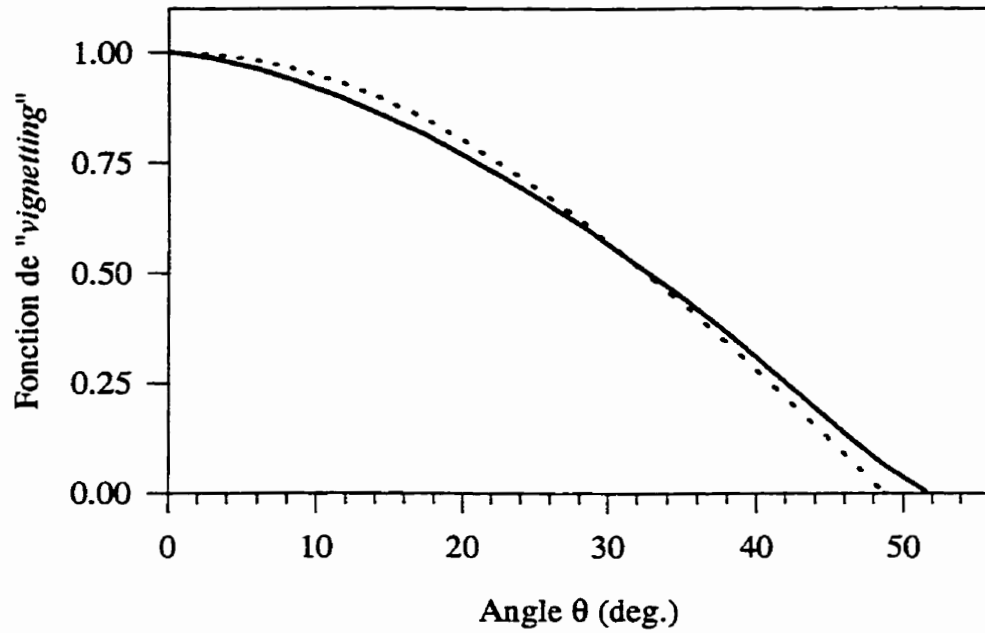


Figure B.6: Fonction de *vignetting*  $V(\theta)$  (trait plein) et approximation par un cosinus (trait pointillé).

Paramètre	Valeur (mm)
$L_{PM}$	24
$l_{PM}$	8
$f_c$	18
$f_F$	15
$R_c$	$\frac{24}{2}$
$R_F$	$\frac{25}{2}$
$d$	19.5

Tableau B.1: Paramètres utilisés pour le calcul numérique.

### B.3 Calibration des photodiodes EG&G HUV-2000B

La puissance à 778 nm transmise par la cavité est détectée par une photodiode au silicium EG&G HUV-2000B équipée d'un amplificateur transimpédance possédant une résistance

de feedback de  $200\text{ M}\Omega$ . Afin d'avoir une bande passante suffisante pour la détection de la modulation à  $50\text{ kHz}$ , une résistance de  $100\text{ k}\Omega$  est ajoutée en parallèle (figure B.7).

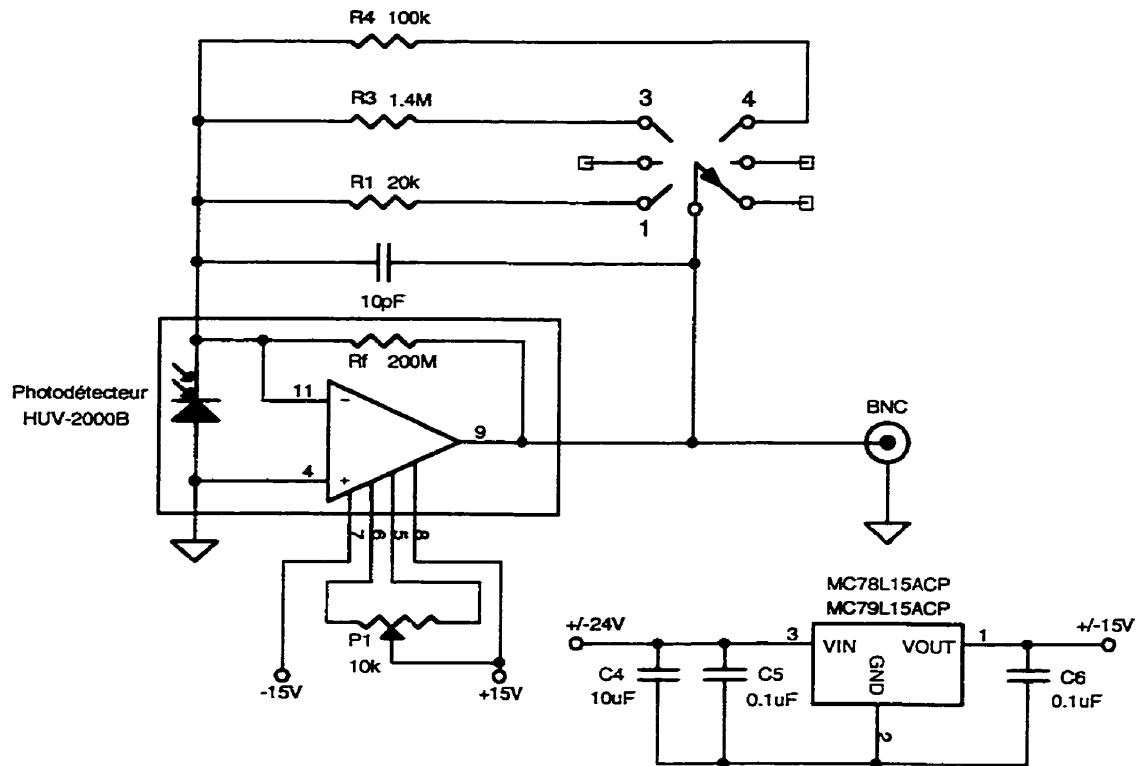


Figure B.7: Circuit du détecteur au silicium EG&G HUV-2000B.

La relation tension-puissance de la photodiode de chacun des systèmes est  $V_{PD} [mV] = 52.3 P [\mu W]$  (figure B.8).

#### B.4 Circuit des filtres de boucle (Proportionnel-Intégrateur)

De nouvelles cartes de filtres PI ont été construites en utilisant des amplis OP77 dont l'offset en tension est très faible. Elles sont utilisées dans tous les asservissements réalisés dans cette thèse. Les anciennes cartes, basées sur l'ampli CA3140, possédaient un offset trop important qui empêchait l'asservissement sur la transition à deux photons. La figure B.9 montre le circuit des filtres de boucle réalisés. Les valeurs des composants pour la branche intégrale sont données au tableau B.2.

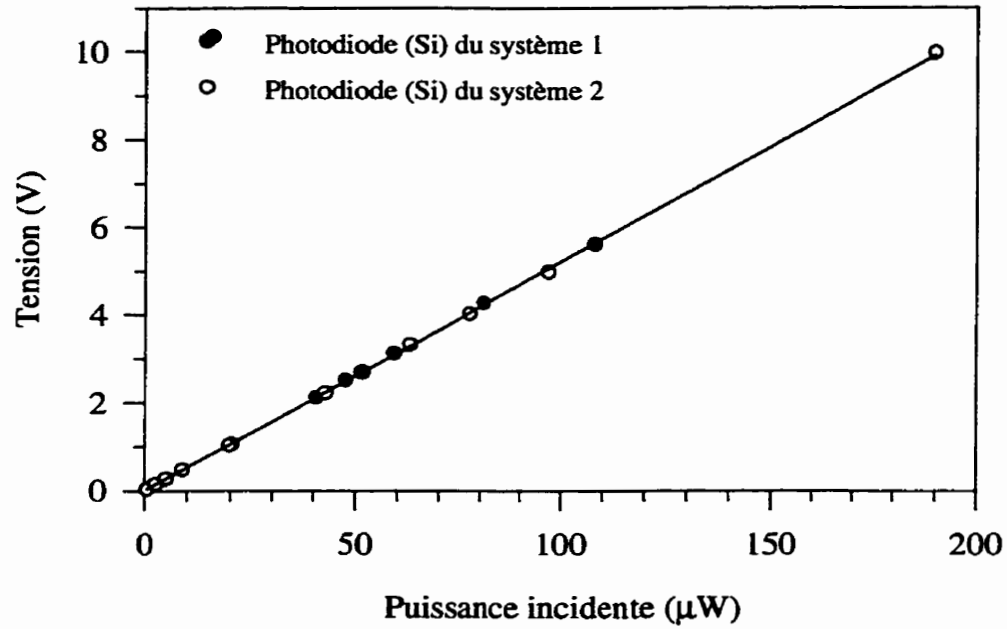


Figure B.8: Courbe de calibration des photodiodes au silicium.

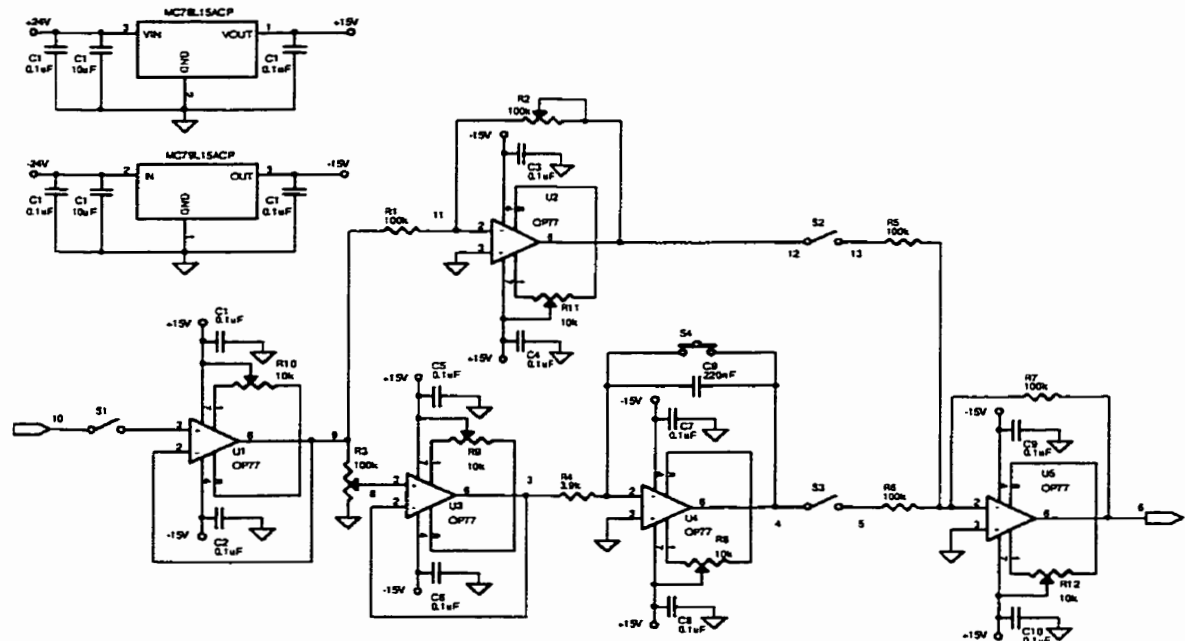


Figure B.9: Plan des filtres de boucle utilisés pour les asservissements. Les potentiomètres d'ajustement d'offset ne sont pas présents sur les cartes utilisées.

Asservissement	$R$ (R4)	$C$ (C9)	$RC$	$\frac{1}{2\pi RC}$
Cavité confocale	3.9 k $\Omega$	220 nF	0.86 ms	185 Hz
Cavité Rb	6.3 k $\Omega$	220 nF	1.4 ms	115 Hz
Miroir de phase	1.8 k $\Omega$	1 $\mu$ F	1.8 ms	88 Hz

Tableau B.2: Valeurs des composantes utilisées pour l'intégrateur du filtre de boucle.

# ANNEXE C

## CALCUL DU DÉPLACEMENT DE FRÉQUENCE CAUSÉ PAR UNE MODULATION D'AMPLITUDE

Cette annexe présente le calcul du déplacement de fréquence en régime asservi dans le cas où la raie atomique est interrogée par une source laser ayant une modulation d'amplitude résiduelle. Nous dérivons une expression pour le signal d'erreur en présence d'une telle modulation. Cette expression est ensuite utilisée pour obtenir le déplacement de fréquence en régime asservi. La démarche exposée constitue une extension des travaux de R. Arndt [ARN65]. Il est à noter toutefois que, pour la transition à deux photons observée expérimentalement dans cette thèse, le déplacement engendré par la modulation d'amplitude résiduelle du laser à 778 nm est nul en raison de la présence de la cavité (voir § 6.10).

### C.1 Expression du signal d'erreur

Nous considérons une raie lorentzienne de profil  $G(x) = \frac{1}{1+x^2}$  avec  $x = \frac{2(f-f_{at})}{\Delta f_{at}}$  et  $\Delta f_{at}$ , la pleine largeur à mi-hauteur de la raie atomique. Celle-ci est observée par un laser dont la puissance varie de façon linéaire autour de la fréquence de la transition. La forme normalisée de cette variation s'écrit:

$$F(x) = 1 + px$$

où

$$p = \frac{1}{P(x=0)} \left. \frac{dP}{dx} \right|_{x=0}$$



Nous pouvons réécrire  $p$  sous la forme:

$$p = \frac{\Delta f_{at}}{2} \frac{1}{P(f_{at})} \left. \frac{dP}{df} \right|_{f=f_{at}}$$

Dans cette expression,  $P(f_{at})$  est la puissance (intracavité) au sommet de la raie.

Comme le signal de fluorescence est proportionnel au carré de la puissance intracavité, la forme de raie observée sera du type<sup>1</sup>:

$$G'(x) = F^2(x)G(x) = \frac{(1+px)^2}{1+x^2} \simeq \frac{1+2px}{1+x^2}$$

la dernière approximation étant valide pour une faible modulation d'amplitude ( $p$  petit). La transformée de Fourier de la raie observée sans modulation  $G'(x)$  est  $g'(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ixy} G'(x) dx$ .

Pour une modulation sinusoïdale de fréquence d'amplitude normalisée  $m$  et de pulsation  $\Omega$ ,  $x$  est remplacé par  $x + m \cos \Omega t$ . Nous avons également  $m = 2\Delta f_{0-p}/\Delta f_{at}$  où  $\Delta f_{0-p}$  est l'amplitude de modulation. Le signal au photomultiplicateur en présence de modulation, appelé  $S(x) = G'(x + m \cos \Omega t)$ , est constitué de différentes harmoniques de  $\Omega$ . Sa transformée de Fourier est  $s(y) = g'(y) \exp(imy \cos \Omega t)$ . Une expansion en série en utilisant la formule de Jacobi-Anger donne:

$$s(y) = \sum_{n=0}^{\infty} i^n \varepsilon_n \cos(n\Omega t) g'(y) J_n(my) \quad (\text{C.1})$$

où  $\varepsilon_0 = 1$ ,  $\varepsilon_n = 2$  pour  $n \geq 1$  et dans laquelle  $J_n(my)$  est la fonction de Bessel d'ordre  $n$ . En reprenant la transformée inverse de C.1, on obtient:

$$\begin{aligned} S(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} i^n \varepsilon_n \cos(n\Omega t) \int_{-\infty}^{\infty} g'(y) e^{ixy} J_n(my) dy \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} i^n \varepsilon_n \cos(n\Omega t) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{2} e^{-|y|} - ip(\text{sign}(y)) e^{-|y|} \right) e^{ixy} J_n(my) dy \right\} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

<sup>1</sup> D'une façon plus générale, il peut arriver que la résonance observée soit accordable (pic de transmission d'une cavité, filtre, etc.) et le profil de transmission peut être observé en balayant sa fréquence centrale de part et d'autre de la fréquence laser gardée constante mais modulée. Nous pouvons exprimer le signal au détecteur comme:  $G(x, x_1) = \frac{(1+px)^2}{1+(x-x_1)^2}$  où  $x = \frac{2(f_{laser}-f_{ref})}{\Delta f}$  et  $x_1 = \frac{2(f_{res}-f_{ref})}{\Delta f}$ ,  $f_{laser}$  étant la fréquence du laser,  $f_{res}$  la fréquence centrale de la résonance et  $f_{ref}$ , une fréquence de référence quelconque. En remplaçant  $x$  par  $x_0 + m \cos \Omega t$  avec  $x_0 = cte$  et en balayant  $x_1$ , on pourra montrer que  $S_0(x_0, x_1)$  ne sera pas déformé alors que  $S_1(x_0, x_1)$  le sera.

Le premier terme de cette intégrale représente le signal au photomultiplicateur sans l'effet de la modulation d'amplitude, que nous appellerons  $S^0(x)$ . Le deuxième terme<sup>1</sup> correspond à la correction apportée par la modulation d'amplitude, notée  $S^{corr}(x)$ .

Nous introduisons la décomposition du signal au détecteur en ses diverses harmoniques:

$$\begin{aligned} S(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} S_n(x) \cos n\Omega t \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (S_n^0(x) + S_n^{corr}(x)) \cos n\Omega t \end{aligned} \quad (C.3)$$

et nous développons les deux contributions  $S_n^0(x)$  et  $S_n^{corr}(x)$  dans les prochaines sections.

### Contribution due à la modulation de fréquence $S_1^0(x)$

Par comparaison des équations C.2 et C.3, on obtient:

$$\begin{aligned} S_n^0(x) &= \frac{1}{2} i^n \varepsilon_n \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|y|} e^{ixy} J_n(my) dy \\ &= \frac{1}{2} i^n \varepsilon_n \left[ \int_0^{\infty} e^{-y} e^{ixy} J_n(my) dy + \int_{-\infty}^0 e^{+y} e^{ixy} J_n(my) dy \right] \\ &= \frac{1}{2} i^n \varepsilon_n \left[ \underbrace{\int_0^{\infty} e^{-(1-ix)y} J_n(my) dy}_A + (-1)^n \underbrace{\int_0^{\infty} e^{-(1+ix)y} J_n(my) dy}_{A^*} \right] \\ &= \frac{1}{2} i^n \varepsilon_n A + c.c. \end{aligned}$$

où nous avons utilisé la propriété des fonctions de Bessel  $J_n(-y) = (-1)^n J_n(y)$ .

L'intégrale  $A$  est donnée dans Gradshteyn:

$$A = \frac{1}{m^n} \frac{\left[ \sqrt{(1-ix)^2 + m^2} - (1-ix) \right]^n}{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2}}$$

d'où

$$S_n^0(x) = \frac{1}{2} i^n \varepsilon_n \frac{1}{m^n} \frac{\left[ \sqrt{(1-ix)^2 + m^2} - (1-ix) \right]^n}{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2}} + c.c.$$

<sup>1</sup> Pour la transformée de Fourier donnant le deuxième terme dans le membre de droite, voir par exemple I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, Table of integrals, series, and products, Academic Press, 5ème édition, p. 1185, 1994.

Le détecteur synchrone retire du signal du détecteur la composante oscillant à la fréquence de modulation  $\Omega/2\pi$  ( $n = 1$ ). Cette composante s'écrit:

$$\begin{aligned} S_1^0(x) &= \frac{i}{m} \frac{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2} - (1-ix)}{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2}} + c.c. \\ &= -\frac{1}{m} \left[ \frac{x+i}{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2}} + c.c. \right] \end{aligned}$$

Après réduction au même dénominateur et quelques manipulations, on obtient:

$$S_1^0(x) = -\frac{1}{m} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{M^2 + 4x^2}} \left[ x\sqrt{\sqrt{M^2 + 4x^2} + M} - \text{sign}(x)\sqrt{\sqrt{M^2 + 4x^2} - M} \right]$$

où  $M = 1 - x^2 + m^2$ . Notons que le  $\text{sign}(x)$  manque dans l'article de Arndt.

### Contribution due à la modulation d'amplitude $S_1^{corr}(x)$

Pour la correction au signal d'erreur due à la modulation d'amplitude, on suit la même procédure:

$$\begin{aligned} S_n^{corr}(x) &= i^n \varepsilon_n \left[ -ip \int_{-\infty}^{\infty} \text{sign}(y) e^{-|y|} e^{ixy} J_n(my) dy \right] \\ &= -i^{n+1} \varepsilon_n p \left[ \int_0^{\infty} e^{-y} e^{ixy} J_n(my) dy - \int_{-\infty}^0 e^{+y} e^{ixy} J_n(my) dy \right] \\ &= -i^{n+1} \varepsilon_n p \left[ \int_0^{\infty} e^{-(1-ix)y} J_n(my) dy - (-1)^n \int_0^{\infty} e^{-(1+ix)y} J_n(my) dy \right] \\ &= -i^{n+1} \varepsilon_n p A + c.c. \\ &= -i^{n+1} \varepsilon_n p \frac{1}{m^n} \frac{\left[ \sqrt{(1-ix)^2 + m^2} - (1-ix) \right]^n}{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2}} + c.c. \end{aligned}$$

Pour  $n = 1$ , on obtient:

$$\begin{aligned} S_1^{corr}(x) &= \frac{2p}{m} \frac{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2} - (1-ix)}{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2}} + c.c. \\ &= \frac{2p}{m} \left[ 2 - \left\{ \frac{1-ix}{\sqrt{(1-ix)^2 + m^2}} + c.c. \right\} \right] \end{aligned}$$

Après réduction au même dénominateur et quelques manipulations, on obtient:

$$S_1^{corr}(x) = \frac{2p}{m} \left[ 2 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{M^2 + 4x^2}} \left\{ \sqrt{\sqrt{M^2 + 4x^2} + M} + \text{sign}(x)x\sqrt{\sqrt{M^2 + 4x^2} - M} \right\} \right]$$

### Exemple de signaux

Nous avons tracé en guise d'exemple la forme des signaux en présence d'une modulation d'amplitude (figure C.1). Afin de mettre en évidence l'effet de la modulation d'amplitude, nous avons utilisé un paramètre  $p = -0.1$  et une valeur de  $m$  de 0.7 pour laquelle la pente du signal d'erreur est maximale. La valeur estimée pour  $p$  dans notre expérience est plutôt de l'ordre de  $-5 \times 10^{-4}$ .

### C.2 Évaluation du déplacement de fréquence associé à la modulation d'amplitude résiduelle

Afin d'obtenir une estimation du paramètre  $p$ , nous le réécrivons sous la forme:

$$\begin{aligned} p &= \frac{\Delta f_{at}}{2} \frac{1}{P(f_{at})} \left. \frac{dP}{df} \right|_{f=f_{at}} \\ &= \frac{\Delta f_{at}}{2} \frac{1}{P(f_{at})} \left. \frac{dP}{di} \right|_{i=i_{at}} \left( \left. \frac{df}{di} \right|_{i=i_{at}} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (C.4)$$

Notons que  $\frac{1}{P(f_{at})} \left. \frac{dP}{df} \right|_{f=f_{at}}$  représente la variation relative de la puissance du faisceau d'interrogation et  $\left. \frac{df}{di} \right|_{i=i_{at}}$  est le coefficient de variation de la fréquence avec le courant. Il est possible de mesurer chacun des coefficients et de calculer la valeur de  $p$ . Le déplacement de fréquence est ensuite calculé en égalant à zéro le signal d'erreur corrigé ( $S_1^0 + S_1^{corr}$ ).

#### C.2.1 Forme simplifiée pour le déplacement de fréquence

Lorsque l'excursion de modulation est faible ( $m \ll 1$ ), il est possible d'obtenir une expression simple permettant de calculer le déplacement de fréquence. Dans ce cas, la courbe de discrimination tend vers la dérivée du profil de la raie:

$$\frac{dG'(x)}{dx} = \frac{dF^2(x)G(x)}{dx} = \frac{dF^2(x)}{dx}G(x) + F^2(x)\frac{dG(x)}{dx}$$

Au point d'asservissement, le signal d'erreur est nul et nous pouvons écrire:

$$\frac{dF^2(x)}{dx}G(x) = -F^2(x)\frac{dG(x)}{dx}$$

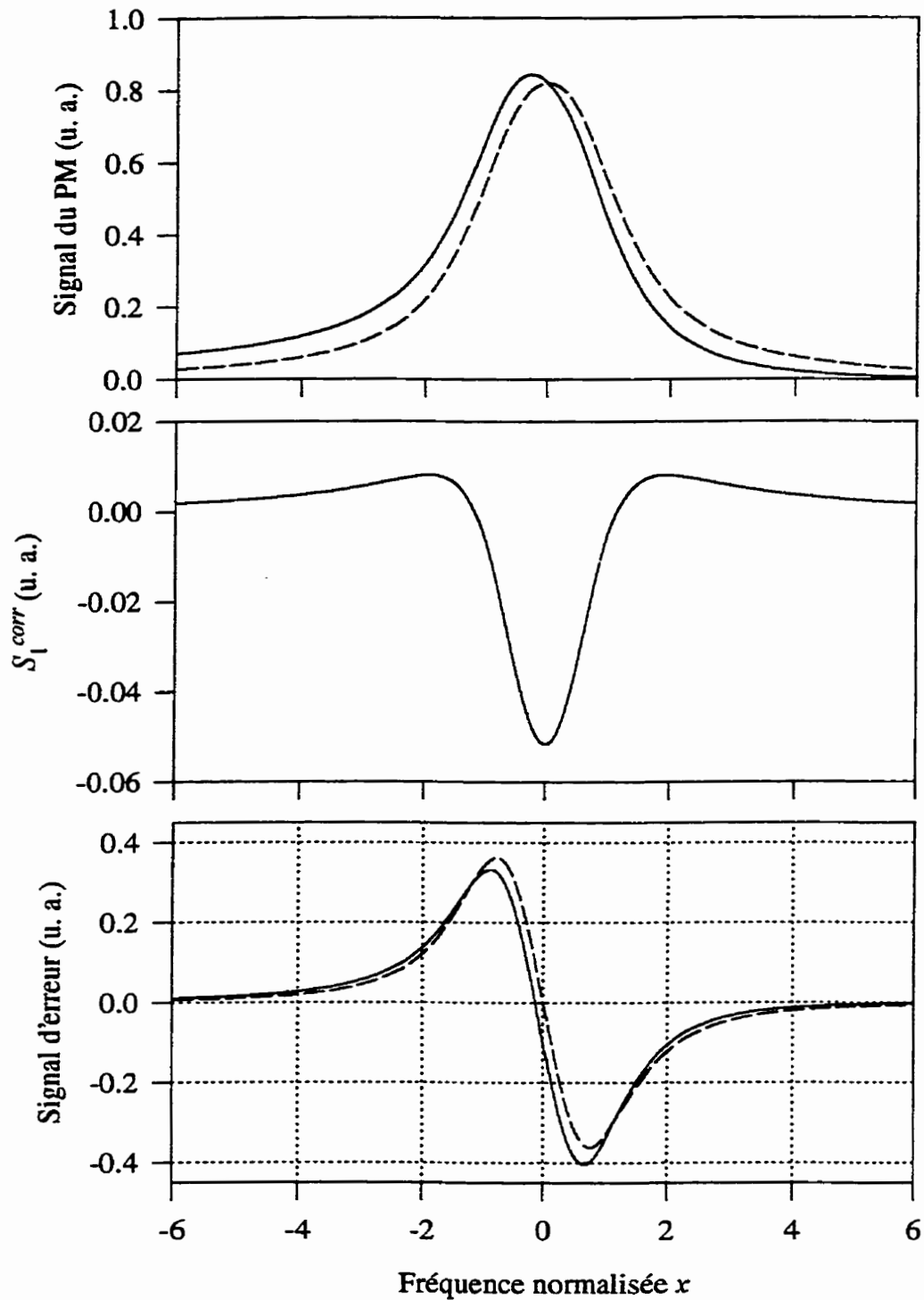


Figure C.1: En haut: forme de raie  $S_0(x)$  obtenue avec  $p = 0$  (en pointillé) et  $p = -0.1$  (en trait plein). Au milieu: correction apportée au signal d'erreur par la modulation d'amplitude. En bas: courbes de discrimination  $S_1(x)$  avec  $p = 0$  (en pointillé) et  $p = -0.1$  (en trait plein).

Pour un étalon de fréquence, la correction apportée par la modulation d'amplitude résiduelle est bien inférieure à la largeur de la transition. Dans ce cas, le point d'asservissement est près du centre de la transition, *i.e.*  $x \simeq 0$ , et on trouve pour le décalage de fréquence:

$$x = p$$

$$(f - f_{at}) = \frac{p\Delta f_{at}}{2}$$

Cette dernière expression est équivalente au décalage trouvé en solutionnant l'équation exacte du signal d'erreur  $S_1^0(x) + S_1^{corr}(x) = 0$  avec  $m$  et  $p$  petits.

# BIBLIOGRAPHIE

- [AGR93] G. P. Agrawal, N. K. Dutta, *Semiconductor lasers*, 2e édition, Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- [AKI82] S. Akiba, K. Utaka, K. Sakai, Y. Matsushima, "Temperature dependence of lasing characteristics of InGaAsP/InP distributed feedback lasers in 1.5  $\mu\text{m}$  range", *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 21, No. 12, pp. 1736-1740, Décembre 1982.
- [AND59] J. M. Andres, D. J. Farmer, G. T. Inouye, "Design studies for a rubidium gas cell frequency standard", *IRE Transactions on Military Electronics*, pp. 178-183, Octobre 1959.
- [ARB97] M. A. Arbore, M. M. Fejer, "Singly resonant optical parametric oscillation in periodically poled lithium niobate waveguides", *Opt. Lett.*, Vol. 22, No. 3, pp. 151-153, Février 1997.
- [ARI77] E. Arimondo, M. Inguscio, P. Violino, "Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms", *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 49, No. 1, pp. 31-75, Janvier 1977.
- [ARN65] R. Arndt, "Analytical line shapes for lorentzian signals", *Journal of Applied Physics*, Vol. 36, No. 8, pp. 2522-2524, Août 1965.
- [ASH66] A. Ashkin, G. D. Boyd, J. M. Dziedzic, "Resonant optical second harmonic generation and mixing", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol. QE-2, No. 6, pp. 109-124, Juin 1966.
- [AWA95] Y. Awaji, K. Nakagawa, M. de Labachellerie, M. Ohtsu, "Optical frequency measurement of the  $\text{H}^{12}\text{C}^{14}\text{N}$  lamb-dip-stabilized 1.5- $\mu\text{m}$  diode laser", *Opt. Lett.*, Vol. 20, No. 19, pp. 2024-2026, Octobre 1995.
- [BEA96] B. de Beauvoir, "Réalisation d'un étalon de fréquence à 778 nm: mesure absolue des fréquences 2S-8S/D des atomes d'hydrogène et de deutérium et détermination de la constante de Rydberg", Thèse de doctorat de l'Université Paris 6, Paris, Décembre 1996.
- [BER00] J. E. Bernard, A. A. Madej, K. J. Siemsen, L. Marmet, C. Latrasse, D. Touahri, M. Poulin, M. Allard, M. Têtu, "Absolute frequency measurement

- of a laser at 1556 nm locked to the  $5S_{1/2}$ - $5D_{5/2}$  two-photon transition in  $^{87}\text{Rb}$ ", *Opt. Commun.*, Vol. 173, pp. 357-364, Janvier 2000.
- [BER93] F. Bertinetto, P. Gambini, R. Lano, M. Puleo, "Stabilization of the emission frequency of 1.54  $\mu\text{m}$  DFB laser diodes to hydrogen iodide", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 4, No. 4, pp. 472-474, Avril 1993.
- [BER98] J. E. Bernard, L. Marmet, A. A. Madej, "A laser frequency lock referenced to a single trapped ion", *Opt. Commun.*, Vol. 150, pp. 170-174, 1<sup>er</sup> mai 1998.
- [BER99a] J. E. Bernard, B.G. Whitford, L. Marmet, "Phase-locked optical divide-by-3 system for visible radiation", *Opt. Lett.*, Vol. 24, No. 2, pp. 98-100, 15 Janvier 1999.
- [BER99b] J. E. Bernard, A. A. Madej, L. Marmet, B.G. Whitford, K.J. Siemsen and S. Cundy, "Cs-based frequency measurement of a single, trapped ion transition in the visible region of the spectrum", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, No. 16, pp. 3228-3231, Avril 1999.
- [BEV92] P. R. Bevington, D. K. Robinson, "Data reduction and error analysis for the physical sciences", McGraw-Hill, 2e édition, New York, 1992.
- [BIA92] I. Biaggio, P. Kerkoc, L.-S. Wu, P. Günter, B. Zysset, "Refractive indices of orthorhombic  $\text{KNbO}_3$ . II. Phase-matching configurations for nonlinear-optical interactions", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 9, No. 4, pp. 507-517, Avril 1992.
- [BIR77] F. Biraben, "Spectroscopie à deux et trois photons sans élargissement Doppler. Application à l'étude des collisions sodium - gaz rare", Thèse de doctorat d'état, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, Paris, Décembre 1977.
- [BIR79] F. Biraben, Cagnac, "Line-shapes in Doppler-free two-photon spectroscopy. The effect of finite transit time", *Journal de physique*, Vol. 40, pp. 445, Mai 1979.
- [BJO66] J. E. Bjorkholm, "Optical second-harmonic generation using a focused gaussian laser beam", *Phys. Rev.*, Vol. 142, No. 1, pp. 126-136, Février 1966.
- [BOR91] M. L. Bortz, M. M. Fejer, "Annealed proton-exchanged  $\text{LiNbO}_3$  waveguides", *Opt. Lett.*, Vol. 16, No. 23, Décembre 1991.
- [BOR94] M. Bortz, "Quasi-phasematched optical frequency conversion in lithium niobate waveguides", Thèse de doctorat, Université de Stanford, Décembre 1994.
- [BOY68] G. D. Boyd, D. A. Kleinman, "Parametric interaction of focused gaussian light beams", *J. Appl. Phys.*, Vol. 39, No. 8, pp. 3597-3639, Octobre 1967.



- [BOY92] R. W. Boyd, *Nonlinear optics*, Academic Press, New York, 1992.
- [BRE89] F. Bréhat, B. Wyncke, "Calculation of double-refraction walk-off angle along the phase-matching directions in non-linear biaxial crystals", *J. Phys. B: At., Mol. Opt. Phys.*, Vol. 22, pp. 1891-1898, 1989.
- [BRE91] M. Breton, "Les raies optiques  $D_1$  et  $D_2$  des atomes alcalins", Mémoire de maîtrise, Université Laval, Août 1991.
- [BRE94] M. Breton, "Caractérisation des résonances du rubidium à 196.0 THz (1529 nm) dans le but de réaliser un étalon de fréquence optique", Thèse de doctorat présentée à l'Université Laval, Québec, Novembre 1994.
- [BUT90] P. N. Butcher, D. Cotter, *The elements of nonlinear optics*, Cambridge University Press, New York, 1990.
- [CAG73] B. Cagnac, G. Grynberg, F. Biraben, "Spectroscopie d'absorption multiphotonique sans effet Doppler", *Le Journal de Physique*, Tome 34, No. 10, pp. 845-858, Oct. 1973.
- [CAM69] I. Camlibel, "Spontaneous polarization measurements in several ferroelectric oxides using a pulsed-field method", *J. Appl. Phys.*, Vol. 40, pp. 1690-1693, 1969.
- [CHA95] M. Chamberland, "Génération et caractérisation des signaux micro-ondes produits par hétérodyne entre deux lasers à semiconducteurs synchronisés par injection optique", Thèse de doctorat, Université Laval, Québec, 1995.
- [CHU94] Y. C. Chung, J. J. Jeong, L. S. Cheng, "Aging-induced wavelength shifts in 1.5- $\mu\text{m}$  DFB lasers", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 6, No. 7, pp. 792-795, Juillet 1994.
- [CIP97] Rapport de la 86<sup>e</sup> session du Comité international des poids et mesures (CIPM), Bureau international des poids et mesures, p. 67, Septembre 1997.
- [CLE84] E. de Clercq, M. de Labachellerie, G. Avila, P. Cerez, M. Têtu, "Laser diode optically pumped caesium beam", *Journal de physique*, Vol. 45, p. 239-247, Février 1984.
- [CLI99] J. F. Cliche, "Réalisation et caractérisation de composants d'un système de communication optique à multiplexage en fréquence", Thèse de doctorat, Université Laval, 1999.
- [COH86] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Mécanique quantique II*, Hermann, Paris, 3e édition, 1986.

- [COH88] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, "Processus d'interaction entre photons et atomes", InterÉditions/Éditions du CNRS, Paris, 1988.
- [COR94] P. Correc, O. Girard, I. F. de Faria, "On the thermal contribution to the FM response of DFB lasers: theory and experiment", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol. 30, No. 11, pp. 2485-2490, Novembre 1994.
- [CYR83] N. Cyr, "Mesure des coefficients de déplacement de fréquence du rubidium 87 plongé dans l'azote moléculaire ( $N_2$ )", Thèse de maîtrise, Université Laval, Octobre 1983.
- [CYR90] N. Cyr, "Etude des résonances optiques non linéaires d'un milieu gazeux interrogé par un laser à semiconducteur", Thèse de doctorat, Université Laval, Septembre 1990.
- [DAH87] B. Dahmani, L. Hollberg, R. Drullinger, "Frequency stabilization of semiconductor lasers by resonant optical feedback", *Opt. Lett.*, Vol. 12, No. 11, pp. 876-878, Novembre 1987.
- [DEM96] W. Demtröder, *Laser Spectroscopy, Basic Concepts and Instrumentation*, Springer-Verlag, New York, 2e édition, 1996.
- [DIC41] R. W. Ditchburn, J. C. Gilmour, "The vapor pressures of monoatomic vapors", *Review of Modern Physics*, Vol. 13, pp. 310-327, Octobre 1941.
- [DMI91] V. G. Dmitriev, G. G. Gurzadyan, D. N. Nikogosyan, *Handbook of nonlinear optical crystals*, Springer-Verlag, 1991.
- [FAR81] J. W. Farley, W. H. Wing, "Accurate calculation of dynamic Stark shifts and depopulation rates of Rydberg energy levels induced by blackbody radiation. Hydrogen, helium, and alkali-metal atoms", *Physical Review A*, Vol. 23, No. 5, pp. 2397-2423, Mai 1981.
- [FEJ92] M. M. Fejer, G. A. Magel, D. H. Jundt, R. L. Byer, "Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol. 28, No. 11, pp. 2634-2654, Novembre 1992.
- [FEL95] R. Felder, D. Touahri, O. Acef, L. Hilico, J. J. Zondy, A. Clairon, B. de Beauvoir, F. Biraben, L. Julien, F. Nez, Y. Millerieux, "Performance of a AlGaAs laser diode stabilized on a hyperfine component of two-photon transitions in rubidium at 778 nm", *Proc. SPIE*, Vol. 2378, pp. 52-57, 1995.
- [FUJ93] M. Fujimura, K. Kintaka, T. Suhara, H. Nichihara, "LiNbO<sub>3</sub> waveguide quasi-phase-matching second harmonic generation devices with ferroelectric-domain-inverted gratings formed by electron-beam scanning", *J. Lightwave Technol.*, Vol. 11, No. 8, pp.1360-1368, Août 1993.

- [GAL85] P. Gallion, H. Nakajima, G. Debarge, C. Chabran, "Contribution of spontaneous emission to the linewidth of an injected-locked semiconductor laser", *Electron. Lett.*, Vol. 21, No. 14, pp. 626-628, Juillet 1985.
- [GIL89] J. C. Gille, P. Decaulne, M. Pégérin, "Dynamique de la commande linéaire", 8e édition, Dunod, Paris, 1989.
- [GIR83] B. Girard, "Étude par pompage optique à deux photons de l'état  $A^1\pi$  de CO", Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), Paris, 1983.
- [GUE83] G. Guelachvili, "Experimental Doppler-limited spectra of the  $\nu_2$  bands of  $H_2$   $^{16}O$ ,  $H_2$   $^{17}O$ ,  $H_2$   $^{18}O$ , and HDO by Fourier-transform spectroscopy: secondary wave-number standards between 1066 and 2296  $cm^{-1}$ ", *J. Opt. Soc. Am.*, Vol. 73, No. 2, pp. 137-150, Février 1983.
- [HAL71] D. Halford, "Infrared-microwave frequency synthesis design: some relevant conceptual noise aspects", Proceedings: Frequency standards and metrology seminar, Québec, Canada, pp 431-466, 1971.
- [HAN63] American institute of physics handbook, 2e édition, McGraw-Hill, New York, 1963.
- [HAR72] S. Haroche, F. Hartmann, "Theory of saturated-absorption line shapes", *Phys. Rev. A*, Vol. 6, No.4, pp. 1280-1300, Octobre 1972.
- [HAR96] A. Harada, Y. Nihei, "Bulk periodically poled  $MgO-LiNbO_3$  by corona discharge method", *App. Phys. Lett.*, Vol. 69, No. 18, pp. 2629-2631, 28 Octobre 1996.
- [HEA61] O. S. Heavens, "Radiative transition probabilities of the lower excited states of the alkali metals", *J. Opt. Soc. Am.*, Vol. 51, No. 10, pp. 1058-1061, Octobre 1961.
- [HEM90] A. Hemmerich, D. H. McIntyre, C. Zimmermann, and T. W. Hansch, "Second-harmonic generation and optical stabilization of a diode laser in an external ring resonator", *Opt. Lett.*, vol. 15, no. 7, pp. 372-374, Avril 1990.
- [HIL98] L. Hilico, R. Felder, D. Touahri, O. Acef, A. Clairon, F. Biraben, "Metrological features of the rubidium two-photon standards of the BNM-LPTF and Kastler Brossel Laboratories", *Eur. Phys. J. AP*, Vol. 4, pp. 219-225, 1998.
- [HOB67] M. V. Hobden, "Phased-matched second-harmonic generation in biaxial crystals", *J. Appl. Phys.*, Vol. 38, No. 11, pp. 4365-4372, Octobre 1967.

- [IEE88] IEEE Standards Board, "IEEE standard definitions of physical quantities for fundamental frequency and time metrology", Std 1139-1988, Approuvé le 20 Octobre 1988.
- [IME98] G. Imeshev, M. Proctor, M. M. Fejer, "Phase correction in double-pass quasi-phase-matched second-harmonic generation with a wedged crystal", *Opt. Lett.*, Vol. 23, No. 3, pp. 165-167, 1er Février 1998.
- [ITA82] W. M. Itano, L. L. Lewis, D. J. Wineland, "Shift of  $^2S_{1/2}$  hyperfine splittings due to blackbody radiation", *Phys. Rev. A*, Vol. 25, No. 2, pp. 1233-1235, Février 1982.
- [ITU98] International Telecommunication Union, "Optical interfaces for multichannel systems with optical amplifiers", ITU-T, Recommandation G-692, Octobre 1998.
- [JUN97] D. H. Jundt, "Temperature-dependent Sellmeier equation for the index of refraction,  $n_e$ , in congruent lithium niobate", *Opt. Lett.*, Vol. 22, No. 20, pp. 1553-1555, 15 Octobre 1997.
- [KAR48] R. Karplus, "Frequency modulation in microwave spectroscopy", *Phys. Rev.*, Vol. 73, No. 9, pp. 1027-1034, Mai 1948.
- [KIT93] J. Kitching, Y. Shevy, J. Iannelli, A. Yariv, "Measurements of  $1/f$  frequency noise reduction in semiconductor lasers using optical feedback with dispersive loss", *J. Lightwave Technol.*, Vol. 11, No. 10, pp. 1526-1532, Octobre 1993.
- [KOB82] S. Kobayashi, Y. Yamamoto, M. Ito, T. Kimura, "Direct frequency modulation in AlGaAs semiconductor lasers", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol. QE-18, No. 4, pp. 582-595, Avril 1982.
- [KOG66] H. Kogelnik, T. Li, "Laser beams and resonators", *Proc. IEEE*, Vol. 54, No. 10, pp. 1312-1329, Octobre 1966.
- [KOG72] H. W. Kogelnik, E. P. Ippen, A. Dienes, C. V. Shank, "Astigmatically compensated cavities for CW dye lasers", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol. QE-8, No. 3, pp. 373-379, Mars 1972.
- [LAB94] M. de Labachellerie, K. Nakagawa, M. Ohtsu, "Ultrannarrow  $^{13}C_2H_2$  saturated-absorption lines at  $1.5 \mu m$ ", *Opt. Lett.*, Vol. 19, No. 11, pp. 840-842, Juin 1994.
- [LAB95] M. de Labachellerie, K. Nakagawa, K. Kouroggi, Y. Awaji, T. Enami, M. Ohtsu, "Highly precise laser frequency metrology at  $1.5 \mu m$  using molecular lines", *Proc. SPIE 2378*, pp. 44-51, 1995.

- [LAT00] C. Latrasse, M. Poulin, M. Allard, D. Touahri, M. Têtu, "Three-wavelength frequency standard based on the two-photon transition in rubidium and its systematic shifts", CPEM-2000, Sydney, Australie, Mai 2000.
- [LAT94] C. Latrasse, M. Breton, M. Têtu, N. Cyr, R. Roberge, B. Villeneuve, " $C_2HD$  and  $^{13}C_2H_2$  absorption lines near 1530 nm for semiconductor-laser frequency locking", *Opt. Lett.*, Vol. 19, No. 22, pp. 1885-1887, 15 Novembre 1994.
- [LAT95] C. Latrasse, M. Poulin, M. Têtu, M. Breton, M. Poirier, "Absolute frequency control of a 1560 nm (192 THz) DFB laser locked to a rubidium absorption line using a second harmonic generated signal", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 44, No. 4, pp. 839-842, Août 1995.
- [LAU89a] P. Laurent, A. Clairon, C. Bréant, "Frequency noise analysis of optically self-locked diode lasers", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol. 25, No. 6, pp. 1131-1142, Juin 1989.
- [LAU89b] P. Laurent, "Stabilisation en fréquence de diodes laser par couplage optique résonant sur une cavité Fabry-Perot confocale", Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, France, Décembre 1989.
- [LES79] P. Lesage, C. Audoin, "Characterization and measurement of time and frequency stability", *Radio Science*, Vol. 14, No. 4, pp. 521-539, Juillet-Août 1979.
- [LIN77] A. Lindgård, S. E. Nielsen, "Transition probabilities for the alkali isoelectronic sequences Li I, Na I, K I, Rb I, Cs I, Fr I", *Atomic data and nuclear data tables*, Vol. 29, No. 6, pp. 533-633, Juin 1977.
- [MAD99] A. A. Madej, communication privée, Septembre 1999.
- [MAH96] V. Mahal, A. Arie, M. A. Arbore, M. M. Fejer, "Quasi-phase-matched frequency doubling of a 1560-nm diode laser and locking to the rubidium  $D_2$  absorption lines", *Opt. Lett.*, Vol. 21, No. 16, pp. 1217-1219, Août 1996.
- [MAR80] J. Marek, P. Münster, "Radiative lifetimes of excited states of rubidium up to quantum number  $n = 12$ ", *J. Phys. B*, Vol. 13, pp. 1731-1741, 1980.
- [MAR97] L. Marmet, A. A. Madej, K. J. Siemsen, J. E. Bernard, B. G. Whitford, "Precision frequency measurement of the  $^2S_{1/2}-^2D_{5/2}$  transition of  $Sr^+$  with a 674-nm diode laser locked to an ultrastable cavity", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 46, No. 2, pp. 169-173, Avril 1997.
- [MER91] L. B. Mercer, "1/f frequency noise effects on self-heterodyne linewidth measurements", *J. Lightwave Technol.*, Vol. 9, No. 4, pp. 485-493, Avril 1991.

- [MIL94] Y. Millerioux, D. Touahri, L. Hilico, A. Clairon, R. Felder, F. Biraben, B. de Beauvoir, "Towards an accurate frequency standard at  $\lambda = 778$  nm using a laser diode stabilized on a hyperfine component of the Doppler-free two-photon transitions in rubidium", *Opt. Comm.*, Vol. 108, pp.91-96, Mai 1994.
- [MIL96] G. D. Miller, R. G. Batchko, M. M. Fejer, R. L. Byer, "Visible quasi-phasematched harmonic generation by electric-field-poled lithium niobate", *Proc. SPIE*, Vol. 2700, pp. 34-45, 1996.
- [MIL97] G. D. Miller, R. G. Batchko, W. M. Tulloch, D. R. Weise, M. M. Fejer, R. L. Byer, "42%-efficient single-pass cw second-harmonic generation in periodically poled lithium niobate", *Opt. Lett.*, Vol. 22, No. 24, pp. 1834-1836, 15 Décembre 1997.
- [MIL98a] G. D. Miller, "Periodically poled lithium niobate: modeling, fabrication and nonlinear-optical performance", Thèse de doctorat, Stanford University, Juin 1998.
- [MIL98b] Y. Millerioux, Communication privée, 1998.
- [MIS98] M. J. Missey, V. Dominic, L. E. Myers, R. C. Eckardt, "Diffusion-bonded stacks of periodically poled lithium niobate", *Opt. Lett.*, Vol. 23, No. 9, pp. 664-666, 1er Mai 1998.
- [MIZ94] K. Mizuuchi, K. Yamamoto, "First-order quasi-phase-matched second-harmonic generation in a LiTaO<sub>3</sub> waveguide", *App. Opt.*, Vol. 33, No. 10, pp. 1812-1818, 1er Avril 1994.
- [MOL88] K. D. Möller, *Optics*, University Science Books, Mill Valley, CA, 1988.
- [MYE95a] L. E. Myers, G. D. Miller, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, R. L. Byer, W. R. Bosenberg, "Quasi-phase-matched 1.064- $\mu$ m-pumped optical parametric oscillator in bulk periodically poled LiNbO<sub>3</sub>", *Opt. Lett.*, Vol. 20, No. 1, pp. 52-54, Janvier 1995.
- [MYE95b] L. E. Myers, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, R. L. Byer, W. R. Bosenberg, J. W. Pierce, "Quasi-phase-matched optical parametric oscillators in bulk periodically poled LiNbO<sub>3</sub>", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 12, No. 11, pp. 2102-2116, Novembre 1995.
- [MYE95c] L. E. Myers, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, R. L. Byer, "Quasi-phasematched optical parametric oscillators using bulk periodically poled LiNbO<sub>3</sub>", *Proc. SPIE*, Vol. 2379, pp.154-161, 1995.

- [MYE95d] L. E. Myers, "Quasi-phasematched optical parametric oscillators in bulk periodically poled lithium niobate", Thèse de doctorat, Stanford University, 1995.
- [MYE96] L. E. Myers, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, R. L. Byer, W. R. Rosenberg, "Multigrating quasi-phase-matched optical parametric oscillator in periodically poled LiNbO<sub>3</sub>", *Opt. Lett.*, Vol. 21, No. 8, pp. 591-593, 15 Avril 1996.
- [MYE97] L. E. Myers, W. R. Rosenberg, "Periodically poled lithium niobate and quasi-phase-matched optical parametric oscillators", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol. 33, No. 10, pp. 1663-1672, Octobre 1997.
- [NAK95] K. Nakagawa, M. de Labachellerie, Y. Awaji, K. Kouroggi, T. Enami, M. Ohtsu, "Highly precise 1-THz optical frequency-difference measurement of 1.5- $\mu\text{m}$  molecular absorption lines", *Opt. Lett.*, Vol. 20, No. 4, pp. 410-412, 15 Février 1995.
- [NAK96] K. Nakagawa, M. de Labachellerie, Y. Awaji, M. Kouroggi, "Accurate optical frequency atlas of 1.5  $\mu\text{m}$  band of acetylene", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 13, No. 12, pp.2708-2714, Décembre 1996.
- [NES63] A. N. Nesmeyanov, *Vapour pressure of the elements*, Academic Press, New York, 1963.
- [NEZ93] F. Nez, F. Biraben, R. Felder, Y. Millerioux, "Optical frequency determination of the hyperfine components of the  $5S_{1/2}$ - $5D_{3/2}$  two-photon transitions in rubidium", *Opt. Commun.*, Vol. 102, No. 5-6, pp. 433-438, 15 Octobre 1993.
- [NEZ94] F. Nez, F. Biraben, R. Felder, Y. Millerioux, "Optical frequency determination of the hyperfine components of the  $5S_{1/2}$ - $5D_{3/2}$  two-photon transitions in rubidium", Erratum de [NEZ93], *Opt. Commun.*, Vol. 110, p. 731, Septembre 1994.
- [NYE59] J. F. Nye, *Physical properties of crystals*, Clarendon Press, Oxford, 1959.
- [ONA99] A. Onae, K. Okumura, J. Yoda, K. Nakagawa, A. Yamaguchi, M. Kouroggi, K. Imai, B. Widiyatomo, "Toward an accurate frequency standard at 1.5  $\mu\text{m}$  based on the acetylene overtone band transition", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 48, No. 2, pp. 563-566, Avril 1999.
- [OHS92] S. Ohshima, H. Schnatz, "Optimization of injection current and feedback phase of an optically self-locked laser diode", *J. Appl. Phys.*, Vol. 71, No. 7, pp. 3114-3117, Avril 1992.

- [OLI90] C. Olivier, "Asservissement d'un laser à semi-conducteur sur une résonance atomique", Mémoire de maîtrise, Université Laval, Québec, Canada, 1990.
- [OHT83] M. Ohtsu, H. Fukada, T. Tako, H. Tsuchida, "Estimation of the ultimate frequency stability of semiconductor lasers", *Jap. J. Appl. Phys.*, Vol. 22, No. 7, pp. 1157-1166, Juillet 1983.
- [PAP65] A. Papoulis, *Probability, random variables, and stochastic processes*, McGraw-Hill, New York, 1965.
- [PET91] K. Petermann, *Laser diode modulation and noise*, Boston, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [PFI97] O. Pfister, J. S. Wells, L. Hollberg, L. Zink, D. A. Van Baak, M. D. Levenson, W. R. Bosenberg, "Continuous-wave frequency tripling and quadrupling by simultaneous three-wave mixings in periodically poled crystals: application to a two-step 1.19-10.71- $\mu\text{m}$  frequency bridge", *Opt. Lett.*, Vol. 22, No. 16, pp. 1211-1213, 1997.
- [POU96] M. Poulin, "Asservissement de la fréquence d'un laser DFB à 192 THz (1560 nm) sur la raie  $D_2$  du rubidium à 384 THz (780 nm) à l'aide de la génération de la deuxième harmonique dans un cristal de niobate de potassium", Mémoire de maîtrise, Université Laval, Février 1996.
- [POU97a] M. Poulin, N. Cyr, C. Latrasse and M. Têtu, "Progress in the realization of a frequency standard at 192.1 THz (1560.5 nm) using  $^{87}\text{Rb}$   $D_2$ -line and second harmonic generation", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 46, No. 2, pp. 157-161, Avril 1997.
- [POU97b] M. Poulin, C. Latrasse, N. Cyr, M. Têtu, "An absolute frequency reference at 192.7 THz (1556 nm) based on a two-photon absorption line of rubidium at 778 nm for WDM communication systems", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 9, No. 12, pp. 1631-1633, Décembre 1997.
- [QUI99] T. J. Quinn, "Practical realization of the definition of the meter (1997)", *Metrologia*, Vol. 36, No. 3, pp. 211-244, 1999.
- [REI72] F. Reif, *Physique statistique*, Berkeley: cours de physique, Volume 5, Chapitre 6, Librairie Armand Colin, Paris, 1972.
- [RIS93] W. P. Risk, W. J. Kozlovsky, S. D. Lau, G. L. Bona, H. Jaeckel, D. J. Webb, "Generation of 425-nm light by waveguide frequency doubling of a GaAlAs laser diode in an extended cavity configuration", *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 63, No. 23, pp. 3134-3136, Décembre 1993.



- [ROT59] M. Rotenberg, R. Bivins, N. Metropolis, J. K. Wooten, *The 3-j and 6-j symbols*, The Technology Press, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1959.
- [ROW65] H. E. Rowe, *Signals and noise in communication systems*, The Bell Telephone Laboratories Series, D. Van Nostrand Company, Princeton, 1965.
- [RUT78] J. Rutman, "Characterisation of phase and frequency instabilities in precision frequency sources: fifteen years of progress", *Proc. IEEE*, Vol. 66, No. 9, Septembre 1978.
- [RYA93] R. E. Ryan, L. A. Westling, H. J. Metcalf, "Two-photon spectroscopy in rubidium with a diode laser", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 10, No. 9, pp. 1643-1648, Septembre 1993.
- [SAL79] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, *Fundamentals of photonics*, John Wiley & Sons, p. 333, 1991.
- [SAS88] H. Sasada, "1.5  $\mu\text{m}$  DFB semiconductor laser spectroscopy of HCN", *J. Chem. Phys.*, Vol. 88, No. 2, pp. 767-777, 15 Janvier 1988.
- [SAS90] H. Sasada, K. Yamada, "Calibration lines of HCN in the 1.5- $\mu\text{m}$  region", *Appl. Opt.*, Vol. 29, No. 24, pp. 3535-3547, 20 Août 1990.
- [SCH99] C. Schwob, L. Jozefowski, B. de Beauvoir, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, O. Acaf, A. Clairon, "Optical frequency measurement of the  $2S-12D$  transitions in hydrogen and deuterium: Rydberg constant and Lamb shift determinations", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 82, No. 25, pp. 4960-4963, Juin 1999.
- [SHO97] I. Shoji, T. Kondo, A. Kitamoto, M. Shirane, R. Ito, "Absolute scale of second-order nonlinear-optical coefficients", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 14, No. 9, pp. 2268-2294, Septembre 1997.
- [SIE99] K. J. Siemsen, J. E. Bernard, A. A. Madej, L. Marmet, "Absolute frequency measurement of an HDO absorption line near  $1480\text{ cm}^{-1}$ ", à paraître dans *J. Mol. Spectr.*
- [SPA86] P. Spano, S. Piazzolla, N. Tamburrini, "Frequency and intensity noise in injection-locked semiconductor lasers: theory and experiments", *IEEE J. Quantum Electron.*, Vol. QE-22, No. 3, pp. 427-435, Mars 1986.
- [STO79] B. P. Stoicheff, E. Weinberger, "Doppler-free two-photon absorption spectrum of rubidium", *Can. J. Phys.*, Vol. 57, pp. 2143-2154, 1979.

- [STO80] B. P. Stoicheff, E. Weinberger, "Frequency shifts, line broadenings and phase-interference effects  $\text{Rb}^{**} + \text{Rb}$  collisions measured by Doppler-free two-photon spectroscopy", *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 44, No. 11, pp. 733-736, Mars 1980.
- [TAI75] C. Tai, W. Happer, R. Gupta, "Hyperfine structure and lifetime measurements of the second-excited  $D$  states of rubidium and cesium by cascade fluorescence spectroscopy", *Phys. Rev. A*, Vol. 12, No. 3, pp. 736-747, Septembre 1975.
- [TAV98] D. Taverner, P. Britton, P. G. R. Smith, D. J. Richardson, G. W. Ross, D. C. Hanna, "Highly efficient second-harmonic and sum-frequency generation of nanosecond pulses in a cascaded erbium-doped fiber: periodically poled lithium niobate source", *Opt. Lett.*, Vol. 23, No. 3, pp. 162-164, Février 1998.
- [TET98] M. Têtu, "Frequency control of semiconductor lasers for WDM applications", Short Course # 126, Optical Fiber Conference, San Jose, USA, 23 Février 1998.
- [TET99] M. Têtu, C. Latrasse, "Absolute frequency control in WDM systems", *OSA TOPS*, Vol. 29 (WDM Components), pp. 254-262, 1999.
- [TOU97] D. Touahri, O. Acef, A. Clairon, J. J. Zondy, R. Felder, L. Hilico, B. de Beauvoir, F. Biraben, F. Nez, "Frequency measurement of the  $5S_{1/2}$  ( $F = 3$ ) -  $5D_{5/2}$  ( $F = 5$ ) two-photon transition in rubidium", *Opt. Commun.*, Vol. 133, pp. 471-478, 1 Janvier 1997.
- [TRE93] P. Tremblay, Génération et mesure de fréquence, Notes de cours, Université Laval, 1993.
- [VAN81] J. Vanier, L. G. Bernier, "On the signal-to-noise ratio and short-term stability of passive rubidium frequency standards", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. IM-30, No. 4, Décembre. 1981.
- [VIL90] B. Villeneuve, Caractérisation par hétérodyne optique de diodes laser asservies sur des résonances atomiques, Thèse de doctorat, Université Laval, Québec, 1990.
- [VOD94] R. Vodhanel, M. Krain, R. E. Wagner, W. B. Sessa, "Long-term wavelength drift of the order of  $-0.01$  nm/yr for 15 free-running DFB laser modules", Technical Digest OFC'94, pp. 103-104, Papier WG5, San Jose, CA, USA, 20-25 Février 1994.
- [WAH61] H. Wahlquist, "Modulation broadening of unsaturated lorentzian lines", *The Journal of Chemical Physics*, Vol. 35, No.5, pp. 1708-1710, Novembre 1961.

- [WAN94] W. Wang, A. M. Akulshin, M. Ohtsu, "Pump-probe spectroscopy in potassium using an AlGaAs laser and the second-harmonic generation of an InGaAsP laser for frequency stabilization and linking", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 6, No. 1, pp. 95-98, Janvier 1994.
- [WEB82] K. H. Weber, K. Niemax, "Impact broadening and shift of Rb  $nS$  and  $nD$  levels by noble gases", *Z. Phys. A - Atoms and Nuclei*, Vol. 307, pp. 13-24, 1982.
- [WHI93] B. G. Whitford, "Uncertainty in frequency measurements at 88 THz made with the NRC frequency chain: frequency of the NRC HeNe/CH<sub>4</sub> laser", *Metrologia*, Vol. 30, pp. 145-154, 1993.
- [WYN89] B. Wyncke, F. Brehat, "Calculation of the effective second-order non-linear coefficients along the phase matching directions in acentric orthorhombic biaxial crystals", *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, Vol. 22, pp. 363-376, 1989.
- [YAM91] Y. Yamamoto, *Coherence, amplification, and quantum effects in semiconductor lasers*, Wiley series in pure and applied optics, John Wiley & Sons Inc., New York, 1991.
- [YAM93] M. Yamada, N. Nada, M. Saitoh, K. Watanabe, "First-order quasi-phase matched LiNbO<sub>3</sub> waveguide periodically poled by applying an external field for efficient blue second-harmonic generation", *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 62, No. 5, pp. 435-436, Février 1993.
- [YAO83] J. Q. Yao, T. H. Fahlen, "Calculations of optimum phase match parameters for the biaxial crystal KTiOPO<sub>4</sub>", *J. Appl. Phys.*, Vol. 55, No. 1, pp. 65-68, Janvier 1984.
- [YAR84] A. Yariv, P. Yeh, *Optical waves in crystals*, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [YAR91] A. Yariv, *Optical electronics*, 4ème édition, Saunders College Publishing, Philadelphie, 1991.
- [YE96] J. Ye, S. Swartz, P. Jungner, J. L. Hall, "Hyperfine structure and absolute frequency of the <sup>87</sup>Rb 5P<sub>3/2</sub> state", *Opt. Lett.*, Vol. 21, No. 16, pp. 1280-1282, 15 Août 1996.
- [ZER73] F. Zernike, J. E. Midwinter, *Applied nonlinear optics*, John Wiley & Sons, New York, 1973.
- [ZHU97] M. Zhu, R.W. Standridge Jr., "Optical frequency standard for optical fiber communication based on the 5s → 5d two-photon transition", *Opt. Lett.*, Vol. 22, No. 10, pp.730-732, 15 Mai 1997.

- [ZIM89] C. Zimmermann, R. Kallenbach, T. W. Hänsch, "Doubly-resonant second-harmonic generation in  $\beta$ -barium-borate", *Optics Commun.*, Vol. 71, Nos. 3-4, pp. 229-234, 15 Mai 1989.
- [ZYS92] B. Zysset, I. Biaggio, P. Günter, "Refractive indices of orthorhombic KNbO<sub>3</sub>. I. Dispersion and temperature dependence", *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 9, No. 3, pp. 380-386, Mars 1992.